

Київський національний університет
імені Тараса Шевченка
Міністерство освіти і науки України

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Красюк Богдан Віталійович

УДК 519.7

ДИСЕРТАЦІЯ
МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ
БАГАТОВИМІРНИХ ПРОЦЕСІВ ІНФОРМАЦІЙНОЇ БОРОТЬБИ З
ВИКОРИСТАННЯМ СХЕМ АПРОКСИМАЦІЇ ТА ВИПАДКОВИХ ЗБУРЕНЬ

113 Прикладна математика

11 Математика та статистика

Подається на здобуття наукового ступеня *доктора філософії*

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

_____ Б. В. Красюк

Наукові керівники:

Капустян Олена Анатоліївна,

доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник

Нікітін Анатолій Володимирович

доктор фізико-математичних наук, професор

Київ – 2024

АНОТАЦІЯ

Красюк Б. В. Математичне та комп'ютерне моделювання багатовимірних процесів інформаційної боротьби з використанням схем апроксимації та випадкових збурень. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії з галузі знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 113 Прикладна математика. – Київський національний університет імені Тараса Шевченка. – Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, 2024.

Дисертація присвячена побудові та аналізу багатовимірної математичної і комп'ютерної моделі інформаційної боротьби з урахуванням випадкових факторів.

У порівнянні з розглянутими моделями інформаційної боротьби, запропонований математичний апарат є точнішим, оскільки дозволяє враховувати мінливість середовища та проводити розрахунки для n -типів інформаційних загроз.

Особливий акцент робиться на важливості глибокого розуміння механізмів поширення інформації та розробки відповідних заходів для забезпечення інформаційної безпеки. Збільшення впливу та поширення шкідливої інформації робить актуальним вивчення механізмів інформаційної боротьби та конфліктів у сучасному суспільстві. Моделювання виступає практичним підходом до аналізу цих процесів.

Дослідження охоплює аналіз інформаційної боротьби в контексті конкуренції між різними видами інформації в суспільстві. Крім того, розглядається модель конфлікту, яка представляє систему, де різні учасники змагаються за контроль над спільною сферою інтересів.

Розроблена система складається з модулів backend та frontend, що дозволяє використовувати обрахунки окремо від відображення, потенційно роблячи систему придатною до використання сторонніми застосунками. Обраний технологічний стек Python 3.11, ReactJS 18 залишає відкритим можливість застосування

численних готових рішень для проведення обрахунків при подальшій розробці системи. Незважаючи на це, весь основний функціонал, що відповідає за математичний апарат, наявний на даний час, розроблено без використання готових бібліотек, що дозволило налаштувати кожен етап калькуляцій максимально близько до наших потреб. Також, будь-які проміжні результати можуть бути зібрані для перевірки правильності обрахунків.

Розроблена програма дозволяє не тільки проводити розрахунки для різних типів інформаційних загроз, але й динамічно змінювати вхідні параметри як для середовища в цілому, так і для кожного конкретного типу інформації окремо. Застосована модель дає можливість відстежувати поширення інформації в реальному часі та аналізувати реакцію на зміну параметрів середовища. Це, в свою чергу, сприяє ефективному реагуванню на потенційні загрози.

Дисертація складається зі вступу, трьох розділів, присвячених повному викладу результатів дослідження дисертанта; висновків та списку використаних джерел.

У вступі обґрунтовано актуальність проблеми дослідження; визначено об'єкт, предмет, методологічні основи, мету та завдання дослідження; відзначено наукову новизну, практичну цінність дослідження, наведено дані щодо апробації отриманих результатів, а також описано структуру дисертації, виходячи з послідовності розв'язання поставлених завдань.

У першому розділі проаналізована проблема в її найпростішій формі. Ми вивчаємо соціальну спільноту з початковою популяцією, позначеною як N_0 , яка реагує на різні інформаційні потоки, позначені як I_1, I_2, \dots, I_p . Ці інформаційні потоки відрізняються один від одного і навіть можуть бути повністю протилежними. У момент часу $t_0 = 0$ два джерела одночасно починають транслювати ці інформаційні потоки, що призводить до їх поширення в суспільстві. Цей процес можна точно описати як інформаційну боротьбу або конкуренцію, враховуючи значні відмінності між потоками.

Також описано використання стохастичних моделей зі збуреннями та марковськими або напівмарковськими переключеннями. Наприклад, проаналізовано моделі розвитку епідемії та моделі антагоністичної інформаційної війни з урахуванням випадкового середовища та інших факторів.

Розглянуто основні припущення моделі. Кожен з інформаційних потоків, I_1, I_2, \dots, I_p , поширюється в суспільстві двома різними інформаційними каналами. Перший, «зовнішній», характеризується параметрами швидкості поширення $\alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0, \dots, \alpha_p > 0$. Ці параметри вважаються незалежними від часу. Другий, «внутрішній», являє собою міжособистісну комунікацію між членами соціальної спільноти. Інтенсивність цього каналу описується параметрами $\beta_1 > 0, \beta_2 > 0, \dots, \beta_p > 0$, які також не залежать від часу.

У межах цього каналу особи, які вже є адептами інформації «1» ($N_1(t)$), сприяють вербуванню тих, хто ще не отримав інформацію з жодного джерела ($N_0 - N_1(t) - N_2(t) - \dots - N_p(t)$).

Розроблено програмну реалізацію дискретного випадку для візуалізації процесу інформаційної боротьби за допомогою мови Python 3.11 та пакету для побудови графіків Matplotlib 3.8.1.

Далі у цьому розділі розглянуто еволюційні системи з випадковими збуреннями. Оскільки детермінований підхід є лише першим кроком наближення до реального світу.

Пропонується огляд основних алгоритмів асимптотичного аналізу стохастичних систем. Увага акцентується на усередненнях, дифузійній апроксимації, пуассонівській апроксимації та апроксимації Леві еволюційних систем з марковськими випадковими збуреннями.

Так, наприклад, схема усереднення розглянута через розв'язок еволюційного рівняння:

$$\frac{du^\varepsilon(t)}{dt} = C \left(u^\varepsilon(t), x \left(\frac{t}{\varepsilon} \right) \right), t \geq 0.$$

Випадкові збурення визначено марковським стрибковим процесом $x(t), t \geq 0$, у стандартному фазовому просторі (X, \mathbf{X}) , що задається генератором у банаховому просторі $B(X)$ тест функцій $\varphi(x) \in B(X)$, які набувають числових значень:

$$Q\varphi(x) = q(x) \int_X P(x, dy)[\varphi(x) - \varphi(y)]$$

Розглянуто дифузійну апроксимацію динамічної системи за умови балансу, що визначається функцією швидкості $C(u, x), u \in \mathbb{R}^d, x \in X$,

$$\hat{C}(x) = \int_X \pi(dx)C(u, x) \equiv 0.$$

Розроблено програмну реалізацію для розрахунку та візуалізації усереднених траєкторій для конкретної інформаційної загрози при заданій кількості ітерацій. Програмне рішення побудоване за використанням мови Python 3.11 та пакету побудови графіків Matplotlib 3.8.1.

Як результат, підтверджено, що усереднені траєкторії мало відрізняються від траєкторій, наведених у дискретному випадку.

У другому розділі описано пуассонівську схему апроксимації та Леві, проаналізовано модель Лотки-Вольтерра, яка розглядає взаємодію хижака і жертви, є ключовою моделлю в прикладній математиці, соціальних науках та економіці. Досліджуючи соціальну спільноту з постійною кількістю людей N_0 , розглянуто можливі інформаційні загрози двох типів, які можуть негативно вплинути на погляди членів спільноти. Кожен з цих типів інформації може бути як позитивним, так і негативним, а особливо цікавим є випадок поширення двох антагоністичних думок, що може призвести до поляризації суспільства та визначення переможця в інформаційній боротьбі.

Кількість «адептів» $(N_1(t), N_2(t))$, які сприйняли нову інформацію або ідеї типу 1 і 2 відповідно, розглядаються як функція часу t .

Основним недоліком класичної моделі є сталість характеристик інтенсивності інформаційного впливу та відсутність засобів для врахування раптових, непередбачуваних подій, які впливають на свідомість споживачів інформації. У

сучасному світі, де інформація поширюється миттєво і досягає широкої аудиторії, необхідно також враховувати рідкісні, але значущі фактори впливу.

Запропонована модель є динамічною системою, яка враховує випадковий вплив зовнішнього середовища на інтенсивність поширення інформації, а також рідкісні випадкові сплески, які тимчасово, але суттєво змінюють кількість «адептів» відповідних інформаційних загроз.

Крім того, для спрощення процесу прийняття рішень та візуалізації результатів розроблено програмну реалізацію на мові програмування Python 3.11. Для візуалізації розрахунків обрано пакет Matplotlib 3.8.1. Важливим аспектом є те, що не було використаного готового рішення (бібліотеки) для обчислень, що дозволяє зберігати повний контроль над чисельним рішенням. Описана програмна реалізація стала базою для подальшої розробки бекенду для розробленої системи підтримки прийняття рішень.

Загалом у другому розділі поглиблено аналіз моделі інформаційної війни, оскільки у «класичному» вигляді модель описується рівняннями Лотки-Вольтерра, які враховують лише зовнішні та внутрішні канали поширення інформації.

У третьому розділі описана розробка системи підтримки прийняття рішень, спрямованої на моделювання інформаційної боротьби. Система може відігравати важливу роль у визначенні оптимальних стратегій і тактик в умовах інформаційних конфліктів. Бекенд системи, який відповідає за обробку даних та обчислення, реалізовано за допомогою мови Python, фреймворку FlaskAPI 3.0.0 та бібліотеки NumPy 1.26.2. Використання сучасних принципів «чистої» архітектури дозволяє гнучко розширювати функціональність системи.

Фронтенд був розроблений з використанням ReactJS 18, ReactQuery 3.39.3 та бібліотеки ChartJS 4.3.3 для побудови графіків. Цей інтерфейс взаємодіє з бекендом системи, надаючи користувачам інтуїтивно зрозумілий спосіб взаємодії з результатами аналізу та моделювання.

Також було проведено тестування системи на реальній статистичній вибірці, що описує популярність соціальних мереж серед українців. Тестування проводилося з метою визначення ефективності та точності системи підтримки прийняття рішень при моделюванні інформаційної боротьби.

На основі статистичних даних було проведено моделювання сценаріїв інформаційної війни. Система враховувала різні фактори, такі як популярність соціальних мереж, випадковий вплив середовища різної сили.

На основі тестування та аналізу результатів можна зробити висновок, що система є ефективною в контексті моделювання інформаційної війни. Рекомендації можуть включати подальше покращення параметрів моделювання, оптимізацію алгоритмів та розширення функціональності системи для більш широкого спектру випадків використання.

Робота завершується висновками (підсумовуються основні наукові та практичні результати, представлені в дослідженні) та оцінкою важливості систем, заснованих на знаннях у сфері математичного та комп'ютерного моделювання.

Ключові слова: інформаційна загроза, СППР, нелінійна динамічна система, конфліктна ситуація

ABSTRACT

Krasiuk B.V. Mathematical and computer modelling of multidimensional processes of information warfare using approximation schemes and random perturbations.

Dissertation for the degree of Doctor of Philosophy in the field of knowledge 11 Mathematics and Statistics in speciality 113 Applied Mathematics – Taras Shevchenko National University of Kyiv. – Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, 2024.

The dissertation is devoted to the construction and analysis of a multidimensional mathematical and computer model of information warfare with regard to random factors.

Compared to the considered models of information warfare, the proposed mathematical engine is more accurate, since it allows taking into account the variability of the environment and making calculations for n-types of information threats.

Particular emphasis is placed on the importance of a deep understanding of the mechanisms of information dissemination and the development of appropriate measures to ensure information security. The increasing influence and spread of malicious information makes it important to study the mechanisms of information warfare and conflicts in modern society. Modelling is a practical approach to analysing these processes.

The study covers the analysis of information warfare in the context of competition between different types of information in society. In addition, the paper considers a conflict model that represents a system where different participants compete for control over a common area of interest.

The developed system consists of backend and frontend modules, which allows the use of computation separately from display, potentially making the system suitable for use by third-party applications. The chosen technology stack: Python 3.11, ReactJS 18, leaves open the possibility of using numerous ready-made solutions for calculations in the further development of the system. Despite this, all the basic functionality responsible for the mathematical engine currently available was developed without the

use of off-the-shelf libraries, which allowed us to customise each stage of the calculations as closely as possible to our needs. Also, any intermediate results can be collected to verify the correctness of the calculations.

The developed software allows not only to perform calculations for different types of information threats, but also to dynamically change input parameters both for the environment as a whole and for each specific type of information separately. The applied model makes it possible to track the spread of information in real time and analyse the reaction to changes in the environment parameters. This, in turn, contributes to an effective response to potential threats.

Thus, the dissertation consists of an introduction, three chapters, devoted to a presentation of the results of research, conclusions and a list of references.

The introduction noted the relevance of the research problem; the object, subject, methodological foundations, purpose and tasks of the research are defined; the scientific novelty and practical value of the research are noted, the approbation of the obtained results are given, and the structure of the dissertation is described, based on the sequence of solving the tasks.

In the first chapter, we analyse the problem in its simplest form. We study a social community with an initial population denoted as N_0 , which reacts to different information flows denoted as I_1, I_2, \dots, I_p . These information flows differ from each other and may even be completely opposite. At time $t_0 = 0$, two sources simultaneously start broadcasting these information flows, which leads to their spread in the society. This process can be accurately described as an information struggle or competition, given the significant differences between the streams.

It also describes the use of stochastic models with perturbations and Markov or semi-Markov switches. For example, models of epidemic development and models of antagonistic information warfare are analysed, taking into account the random environment and other factors.

The main assumptions of the model are considered. Each of the information flows, I_1, I_2, \dots, I_p , is spread in society through two different information channels. The first, “external” channel is characterised by the propagation rate parameters $\alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0, \dots, \alpha_p > 0$. These parameters are assumed to be time-independent. The second, “internal”, is interpersonal communication between members of a social community. The intensity of this channel is described by the parameters $\beta_1 > 0, \beta_2 > 0, \dots, \beta_p > 0$, which are also time-independent.

Within this channel, individuals who are already adherents of information “1” ($N_1(t)$) contribute to the recruitment of those who have not yet received information from any source ($N_0 - N_1(t) - N_2(t) - \dots - N_p(t)$).

A software implementation of a discrete case for visualising the process of information warfare has been developed using Python 3.11 and the graphing package Matplotlib 3.8.1.

In the following section, we consider evolutionary systems with random perturbations. Since the deterministic approach is only the first step in approaching the real world.

An overview of the basic algorithms for asymptotic analysis of stochastic systems is offered. Attention is focused on averaging, diffusion approximation, Poisson approximation and Levy approximation of evolutionary systems with Markov random perturbations.

For example, the averaging scheme is considered by solving the evolutionary equation:

$$\frac{du^\varepsilon(t)}{dt} = C \left(u^\varepsilon(t), x \left(\frac{t}{\varepsilon} \right) \right), t \geq 0$$

Random perturbations are defined by a Markov jump process $x(t), t \geq 0$, in the standard phase space (X, \mathbf{X}) , given by a generator in the Banach space $B(X)$ test functions $\varphi(x) \in B(X)$ that take numerical values:

$$Q\varphi(x) = q(x) \int_X P(x, dy)[\varphi(x) - \varphi(y)].$$

We consider the diffusion approximation of a dynamic system under the condition of balance, which is determined by the velocity function $C(u, x), u \in \mathbb{R}^d, x \in X$,

$$\hat{C}(x) = \int_X \pi(dx)C(u, x) \equiv 0.$$

A software implementation has been developed to calculate and visualise the average trajectories for a particular information threat at a given number of iterations. The software solution was built using Python 3.11 and the Matplotlib 3.8.1 graphing package.

As a result, it is confirmed that the averaged trajectories differ little from the trajectories given in the discrete case.

The second chapter describes the Poisson and Levy approximation scheme and analyses the Lotka-Volterra model, which considers the interaction between predator and prey and is a key model in applied mathematics, social sciences and economics. By studying a social community with a constant number of people N_0 , the article considers possible information threats of two types that can negatively affect the views of community members. Each of these types of information can be both positive and negative, and the case of spreading two antagonistic opinions is particularly interesting, which can lead to polarisation of society and determination of the winner in the information struggle.

The number of “adherents” $N_1(t), N_2(t)$ who have perceived new information or ideas of type 1 and 2, respectively, is considered as a function of time t .

The main drawback of the classical model is the constancy of the characteristics of the intensity of information influence and the lack of means to take into account sudden, unpredictable events that affect the minds of information consumers. In today’s world, where information spreads instantly and reaches a wide audience, it is also necessary to take into account rare but significant factors of influence.

The proposed model is a dynamic system that takes into account the random influence of the external environment on the intensity of information dissemination, as well as rare random outbursts that temporarily but significantly change the number of “adherents” of the relevant information threats.

In addition, to simplify the decision-making process and visualise the results, a software implementation in the Python 3.11 programming language was developed. Matplotlib 3.8.1 was chosen to visualise the calculations. An important aspect is that no off-the-shelf solution (library) was used for calculations, which allows maintaining full control over the numerical solution. The described software implementation became the basis for further development of the backend for the developed decision support system.

In general, the second section provides an in-depth analysis of the information warfare model, since in its “classical” form the model is described by the Lotka-Volterra equations, which take into account only external and internal channels of information dissemination.

The third chapter describes the development of a decision support system aimed at modelling information warfare. The system can play an important role in determining optimal strategies and tactics in the context of information conflicts. The backend of the system, which is responsible for data processing and computing, is implemented using the Python language, the FlaskAPI 3.0.0 framework, and the NumPy 1.26.2 library. The use of modern principles of “clean architecture” allows you to flexibly expand the functionality of the system.

The frontend was developed using ReactJS 18, ReactQuery 3.39.3, and the ChartJS 4.3.3 library for graphing. This interface interacts with the backend of the system, providing users with an intuitive way to interact with the results of analysis and modelling.

The system was also tested on a real statistical sample describing the popularity of social networks among Ukrainians. The testing was conducted to determine the

effectiveness and accuracy of the decision support system in modelling information warfare.

Based on the statistical data, information warfare scenarios were modelled. The system took into account various factors, such as the popularity of social networks, random environmental influences of varying strength.

Based on testing and analysis of the results, it can be concluded that the system is effective in the context of information warfare modelling. Recommendations may include further improvement of the modelling parameters, optimisation of algorithms, and extension of the system's functionality for a wider range of use cases.

The dissertation ends with conclusions (summarizing the main scientific and practical results presented in the study) and an assessment of the importance of knowledge-based systems in the field of mathematical and computer modelling.

Keywords: information threat, DSS, nonlinear dynamic system, conflict situation

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Статті у наукових фахових виданнях України:

1. Control problem for the impulse process under stochastic optimization procedure and nonclassical approximation / Chabanyuk Y., Nikitin A., Khimka U., Krasiuk B. *Вісник Львівського університету. Серія прикладна математика та інформатика*. 2021. №29. С. 19–29.
2. Krasiuk B. Information threat. Combating n-type information threats. *Вісник Львівського університету. Серія прикладна математика та інформатика*. 2023. № 31. С. 183–188.
3. Красюк Б. В. Розробка СППР для моделювання процесу інформаційної боротьби з внутрішнім конфліктом. *Прикладні питання математичного моделювання*. 2023. Т. 6. Ч. 2. С. 68–75.
4. Нікітін А., Красюк Б. Особливості побудови, асимптотичний аналіз та комп'ютерна реалізація для багатовимірної моделі інформаційної боротьби в умовах пуассонової апроксимації. *International Scientific Technical Journal «Problems of Control and Informatics»*. 2024. Vol. 69(1). P. 24–33.

Праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

5. Vlasyuk A., Krasiuk B. Mathematical modeling of a one-dimensional demographic process. *Proceedings of IV International scientific and practical conference «Modeling, control and information technologies»*. 2020. P. 23–24.
6. Власюк А., Красюк Б. Математичне і комп'ютерне моделювання міграційних процесів народонаселення в криволінійній області. *Тези доповідей 9-ї міжнародної наукової конференції «Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації»*. Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2020. С. 32–33.
7. Власюк А., Красюк Б. Про дифузійно-конвекційні моделі для моделювання процесів народонаселення. *Збірник наукових праць за матеріалами XXI*

Всеукраїнської науково-практичної онлайн-конференції молодих учених та студентів, 30 жовтня 2020 р. Острого: Вид-во Національного університету «Острозька академія», 2020. С. 39–41.

8. Krasiuk B. Multidimensional information warfare model with internal conflict. *Abstracts of XXXVIII International Conference «Problems of decision making under uncertainties»*. September 11-15, 2023. Polyana, Ukraine. P. 75–76.
http://www.pdmu.univ.kiev.ua/PDMU_2023/PDMU-2023_End.pdf
9. Kapustian O., Krasiuk B. Information Conflict Interaction Modelling. *Proceeding of XXII International Scientific-Practical Conference «Shevchenkivska Vesna – 2024»*. 2024. P. 83–84

ЗМІСТ

ВСТУП.....	17
РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ МОДЕЛЕЙ ІНФОРМАЦІЙНОЇ БОРОТЬБИ	24
1.1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ.....	24
1.2 ЕВОЛЮЦІЙНІ СИСТЕМИ З ВИПАДКОВИМИ ЗБУРЕННЯМИ.....	32
1.3 ВРАХУВАННЯ МІГРАЦІЙ.	40
РОЗДІЛ 2. БАГАТОВИМІРНІ МОДЕЛІ ІНФОРМАЦІЙНОЇ БОРОТЬБИ З УРАХУВАННЯМ ВПЛИВУ ВИПАДКОВИХ ФАКТОРІВ	46
2.1 СХЕМА АПРОКСИМАЦІЇ ПУАССОНА.....	46
2.2 СХЕМА АПРОКСИМАЦІЇ ЛЕВІ.....	60
РОЗДІЛ 3. РОЗРОБКА СИСТЕМИ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ... 75	75
3.1 ТЕХНІЧНИЙ СТЕК ТА РЕАЛІЗАЦІЯ.....	75
3.2 СТРУКТУРА ПРОГРАМНОЇ РЕАЛІЗАЦІЇ	84
3.3 ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ.....	92
ВИСНОВКИ	113
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	116
ДОДАТКИ.....	122

ВСТУП

Дисертація присвячена побудові та аналізу багатовимірної математичної і комп'ютерної моделі інформаційної боротьби з урахуванням випадкових факторів. За результатами моделювання розроблено систему підтримки прийняття рішень (далі СППР), використовуючи програмні засоби, які суттєво спрощують застосування системи не вимагаючи додаткового налаштування середовища, оскільки розроблене рішення представлено у вигляді вебдодатку.

Актуальність теми. Сучасний світ характеризується величезним обсягом інформації, яку люди отримують щодня. Це створює унікальні можливості для впливу на громадську думку через поширення різноманітної інформації, включаючи фейки, маніпуляції та дезінформацію. Інформаційні технології стають дедалі доступнішими та потужнішими. Це дозволяє атакувати інформаційний простір, використовуючи штучний інтелект, соціальні мережі та інші інструменти для масштабування свого впливу та зміни поглядів аудиторії.

Інформаційна боротьба стає невід'ємною частиною геополітичних конфліктів. Країни використовують інформаційні ресурси для досягнення своїх політичних, економічних і військових цілей, а також для впливу на світову громадську думку. Інформаційна боротьба може вплинути на результати виборів і здатність демократичних систем ефективно функціонувати. Дезінформація і маніпуляції можуть перешкоджати прийняттю рішень громадянами і відкритому діалогу. Інформаційна боротьба може впливати на соціокультурні аспекти життя суспільства, формуючи погляди, цінності та стереотипи. Це може призвести до розколу в суспільстві і загрожувати соціальній стабільності.

Наразі можемо спостерігати період в історії людства, коли інформаційно-обчислювальні системи та інформаційне середовище загалом перетворюються не лише на механізм обміну інформацією, а й на інструмент управління певною державою чи населенням. Це реалізується шляхом маніпулювання інформаційним полем і впливу на суспільне сприйняття різних аспектів і подій.

Інформаційна війна – це форма протистояння в інформаційній сфері, яка охоплює пресу, радіо, телебачення та Інтернет, включаючи соціальні мережі, відео, вірусні ролики та новини. Основною метою інформаційної війни є контроль над свідомістю населення та відповідно вплив на неї.

Аналізуючи це питання більш детально, стає зрозуміло, що для ведення інформаційної війни недостатньо мати власні ресурси, оскільки це обмежить вплив невеликою аудиторією. Метою стає глобальний контроль над свідомістю, тому той, хто реалізовує задум, повинен взяти під контроль певний інформаційний канал, наприклад, популярну групу в соціальних мережах, відомого блогера або популярний вебсайт, а також впливати на поширення антагоністичних думок.

Забруднення інформаційного простору фейковою інформацією робить практично неможливим відрізнити правдиві твердження від неправдивих. Це важливо враховувати при споживанні інформації. Загалом слід розуміти, що інформаційні війни стають частиною повсякденного життя, вносячи важливі корективи у сприйняття реальності. Щоб не бути ошуканим і мати максимально об'єктивну інформацію, важливо навчитися розпізнавати ознаки інформаційної війни; наприклад, це може бути наявність великої кількості з першого погляду антагоністичних думок, а насправді всі вони походять з одного джерела.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Основні дослідження за темою дисертації було виконано у рамках науково-дослідної роботи «Математичні методи, моделі та інформаційні технології в освіті, науці, бізнесі» (номер державної реєстрації: 0123U103522, термін виконання 09.2023 - 08.2028 рр.) на кафедрі економіко-математичного моделювання та інформаційних технологій Національного університету «Острозька академія».

Мета та завдання дослідження. Мета дисертаційної роботи полягає у побудові багатовимірної математичної і комп'ютерної моделі інформаційної боротьби з урахуванням випадкових факторів. За результатами моделювання побудовано систему підтримки прийняття рішень для оцінки та прогнозу

поведінки інформаційних загроз із урахуванням мінливості середовища, а саме дифузійних процесів та стрибків.

Дисертаційне дослідження передбачатиме виконання окремих завдань, а саме:

1. Розробка математичного апарату для отримання числового розв'язку моделі інформаційної боротьби для n -типів інформаційних загроз з врахування мінливості середовища (дифузійних процесів та стрибків).

2. Аналіз наявних інструментів для побудови програмного рішення, вибір оптимального технологічного стеку за критеріями: швидкодія, можливість постійного розширення, кросплатформеність, високий рівень надійності, забезпечення достатньо високого рівня користувацького досвіду.

3. Проектування системи. Розробка структурної моделі системи з використанням ReactJS 18 для фронтенду та Python 3.11 для бекенду. Визначення архітектурних рішень, вибір паттернів та технологій. Розробка інтерфейсів.

4. Проведення експериментальних досліджень та випробувань побудованої моделі на тестовому наборі даних, на різних платформах і в різних реальних тестових середовищах. Аналіз результатів на основі реальних статистичних вибірок для перевірки правильності розробленого рішення.

Об'єктом дослідження є процес інформаційної боротьби для n -типів інформаційних загроз, заданий еволюційною системою з марковськими переключеннями.

Предметом дослідження є автоматизація процесу комп'ютерного моделювання інформаційної боротьби для n -типів інформаційних загроз заданого еволюційною системою з марковськими переключеннями.

Методи дослідження. Основною вимогою для розв'язання задачі дисертаційного дослідження було створення високоякісного та ефективного вебдодатку, як системи підтримки прийняття рішень. У рамках цього проєкту спочатку був проведений ретельний аналіз вимог і визначено функціональні та нефункціональні вимоги до системи. Виявлені особливості та потреби

користувачів були враховані під час проєктування структурної моделі та вибору технологій. Фронтенд розроблявся з використанням ReactJS 18, де було акцентовано на створенні компонентів відповідно до принципів компонентної архітектури. Застосовано практики для управління взаємодією між компонентами, щоб забезпечити ефективність та розширюваність коду.

Бекенд, реалізований з використанням Python 3.11, використовував фреймворк Flask 3.0.0 для створення надійних та масштабованих серверних додатків. Було ретельно вивчено та реалізовано обробку запитів.

Інтеграція фронтенду та бекенду була виконана з урахуванням забезпечення стабільної та продуктивної роботи системи в цілому за використання бібліотеки ReactQuery 3.39.3. Тестування дозволили перевірити правильність функціональності та ідентифікувати і усунути помилки.

Особлива увага приділялася оптимізації та покращенню продуктивності розробленого рішення. Використання сучасних методів оптимізації та покращених алгоритмів, а саме використання кешування, розробка власного модулю розрахунку за допомогою бібліотеки NumPy 1.26.2 забезпечило високу швидкодію системи.

Результатом цього дослідження та розробки є високоякісне та функціональне програмне рішення, яке відповідає вимогам користувачів та стандартам програмування. Всі аспекти проєкту документовані, що забезпечує зручність управління та подальший розвиток системи.

Наукова новизна отриманих результатів.

Проведено аналіз існуючих підходів до розробки інформаційних систем для моделювання процесу інформаційної боротьби. Побудовано математичну модель у вигляді еволюційної системи з марковськими переключеннями та імпульсним збуренням в умовах неklasичних схем апроксимації.

1. Вперше розглянуто модель інформаційної боротьби для n -типів інформаційних загроз в умовах неklasичних схем апроксимації.

2. Вперше розроблено систему підтримки прийняття рішень для моделі інформаційної боротьби з n -типів інформаційних загроз у вигляді вебдодатку, який відповідає сучасним вимогам та трендам програмних рішень.

3. Удосконалено існуючу математичну модель інформаційної боротьби шляхом врахування випадкових факторів – частин малих стрибків, які відбуваються з великими ймовірностями та рідкісних великих стрибків, які відбуваються з малими ймовірностями.

4. Розроблено програмний продукт для автоматизації обрахунків. Використано сучасний технологічний стек та архітектуру, що дозволяє майбутнє розширення системи.

Практичне значення одержаних результатів полягає у розробці системи підтримки прийняття рішень для отримання оцінок та прогнозів на основі моделі інформаційної боротьби на основі n -типів інформаційних загроз з врахуванням дифузійних процесів та стрибків.

1. Значення результатів дослідження можуть бути важливими для різних галузей.

2. Соціальні мережі та громадська думка, моделювання громадської думки та оцінка реакції на просування певних наративів різними каналами поширення.

3. Бізнес сфера, моделювання конкурентних інформаційних загроз для бізнес-середовища. Розробка стратегій захисту від компрометуючої інформації.

4. Виборчий процес, моделювання інформаційних втручань у виборчий процес та оцінка ефективності захисних стратегій.

Особистий внесок здобувача.

Визначення напрямку досліджень та постановка задач належать доктору фіз.-мат. наук, професору А.В. Нікітіну. З результатів, надрукованих у сумісних статтях, в основну частину дисертації увійшли лише такі, які отримані здобувачем особисто. В англійських та українських статтях з А.В. Нікітіним постановка задач належить А.В. Нікітіну, результати отримано здобувачем особисто. В статтях

у співавторстві з А.П. Власюком здобувачем проводилось комп'ютерне моделювання та інтерпретація результатів.

Апробація матеріалів дисертації. Основні положення та висновки дисертаційного дослідження обговорювались на наукових семінарах кафедри економіко-математичного моделювання та інформаційних технологій економічного факультету Національного університету «Острозька академія» та кафедри системного аналізу та теорії прийняття рішень факультету комп'ютерних наук та кібернетики Київського національного університету імені Тараса Шевченка і отримали схвальні відгуки.

Результати дисертаційного дослідження пройшли апробацію, їх оприлюднено у доповідях міжнародних та всеукраїнських наукових конференцій, семінарів:

- IV International scientific and practical conference «Modeling, control and information technologies», 2020;
- 9-ї міжнародна наукова конференція «Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації». – 2020, Кам'янець-Подільський, Україна;
- XXI Всеукраїнська науково-практична онлайн-конференція молодих учених та студентів. – 30 жовтня 2020 р., Острог, Україна;
- XXXVIII Міжнародна конференція «Problems of decision making under uncertainties (PDMU-2023)». – 11-15 вересня, 2023, Поляна, Україна;
- XXII International Scientific-Practical Conference «Shevchenkivska Vesna – 2024». 2024. P. 83–84.

Публікації. Основні наукові положення, висновки та результати дослідження опубліковано у 9 наукових працях, серед яких 4 статті, видані у фахових виданнях України, та 5 – праці й тези міжнародних наукових конференцій.

Структура та обсяг дисертаційної роботи. Робота складається зі змісту, вступу, трьох розділів основної частини, висновків, списку використаних джерел.

Обсяг роботи: 99 сторінок основного тексту; 43 рисунків та 6 таблиць; список використаних джерел зі 51 найменувань на 6 сторінках. Загальний обсяг роботи складає 134 сторінки.

РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ МОДЕЛЕЙ ІНФОРМАЦІЙНОЇ БОРОТЬБИ

1.1 Постановка задачі

В основі підходу використовується класичне представлення рівняння Лотки-Вольтерри. Що виникло з окремих публікацій Лотки (1925) та Вольтерри (1926). У своїй найпростішій версії модель описує відносини, які виникають, коли хижак і жертва живуть в одній екосистемі. Наступні рівняння описують еволюцію популяцій.

$$F = \frac{\partial x}{\partial t} = \alpha x - \beta xy$$

$$G = \frac{\partial y}{\partial t} = \delta xy - \gamma y$$

де x – щільність популяції жертви, y – щільність популяції хижака, t – час, $\frac{\partial x}{\partial t}$ – швидкість зміни популяції жертви, $\frac{\partial y}{\partial t}$ – швидкість зміни популяції хижака, α – коефіцієнт народжуваності жертви, β – коефіцієнт смертності жертви, δ – коефіцієнт росту хижака, γ – коефіцієнт смертності хижака за відсутності взаємодії з жертвою.

Цілком логічно, що темпи зростання популяції були б пропорційними до її чисельності, якби ми вважали, що вид має нескінченний запас їжі.

Математично це можна виразити як $\frac{\partial x}{\partial t} = \alpha x$, де α – константа пропорційності. Очевидно, що якби популяція екосистеми росла сама по собі, то вона росла б вічно. Це вимагає наявності члена зв'язку з хижацтвом, який не дає популяції зростати до нескінченності.

Коефіцієнт β можна розглядати як частку здобичі, захопленої кожним хижаком за певний проміжок часу. Отже, $\Delta x = -\beta xy \Delta t$ представляє зміну популяції здобичі за певний період часу.

Таким чином, можна представити δ як $e\beta = \delta$, де e – коефіцієнт перетворення біомаси. Дельта – це кількість новонароджених хижаків за одиницю часу, протягом якого з’їдається жертва.

Цей зв’язок ілюструє, як співвідносяться популяції хижаків і жертв, тобто ймовірність зростання популяції хижаків є пропорційною. Ця математична залежність слугує зв’язуючим членом у диференціальних рівняннях, оскільки цей специфічний ефект вимагає участі обох видів. Але, як і раніше, популяція не має меж. Це призводить до появи в рівняннях умови голоду.

Наступним наслідком, який слід взяти до уваги, є голод хижаків. Недостатня кількість «здобичі» означає, що вид хижака врешті-решт вимре.

Також, описуючи процеси з подібними динаміками зміни чисельності певно спільноти, варто згадати динаміку Гомперца. Функція Гомперца описується наступним диференціальним рівнянням першого порядку

$$u'(t) = qu \log \frac{u_{max}}{u}, u(0) = u_0 > 0,$$

де t – час $u = u(t)$ – невідома функція, q, u_{max} – константи, $\log x$ – натуральний логарифм. Константа u_{max} називається рівнем насичення. Інтегральна крива $u = u(t)$ рівняння, що задовольняє умову $0 < u(t) < u_{max}$, називається функцією Гомперца.

Явище, що описується зазначеним рівнянням та функцією $u(t)$, має важливу властивість – швидкість його зростання $u'(t)$ пропорційна вже досягнутому рівню, тобто $u(t)$. З іншого боку, якщо $u(t)$ достатньо велике і близьке до u_{max} , то фактор $\log \frac{u_{max}}{u}$ є більш вагомим і його вплив гальмує подальше зростання функції $u(t)$.

З математичної точки зору рівняння є звичайним диференціальним рівнянням першого порядку, яке легко розв’язується методом розділення змінних. Розв’язавши його, отримаємо наступну формулу для функції Гомперца.

$$u(t) = u_{max} e^{-ce^{-qt}}$$

де константа c з'являється в процесі інтегрування початкової функції і пов'язана з початковою умовою

$$u(0) = u_0 = u_{max}e^{-c}, \text{ тоді } c = \log \frac{u_{max}}{u_0} > 0.$$

Махджан та ін. [25] показують області, в яких різні S-подібні криві використовуються як моделі дифузії. Автори вважають, що функція Басса може бути використана для моделювання споживчих товарів тривалого користування, роздрібних послуг, сільськогосподарських, освітніх та промислових інновацій. Логістична крива слугує моделлю для промислових, високих технологій, адміністративних інновацій, а функція Гомперца може бути використана для моделювання інновацій у сфері споживчих товарів тривалого користування та сільського господарства. Цей поділ на сфери застосування підтверджується в інших дослідженнях (див. [14]). Крім того, багато різних застосувань кривої Гомперца наведено в роботі [41].

Також, варто зазначити, що отриманням гарантованих прогнозних оцінок для розв'язання систем диференціальних рівнянь з динамікою Гомперца займалися автори Наконечний О., Зінько П., Шевчук Ю., що описано в роботах [30, 31].

Окремо зазначимо, що існують також інші способи застосування математичного апарату для моделювання процесу інформаційної боротьби. Наприклад, в роботі [17] описано застосування теорії ігор для моделювання інформаційної боротьби. Також, в роботі [44] розглянуто використання диференціальних рівнянь для моделювання інформаційної війни за сценарієм боротьби двох сторін за наявності третьої – миротворчої. Автори Наконечний О., Пашко А., Капустян О., Зінько Т., Шевчук І., описують застосування статистичної симуляції для моделювання інформаційної боротьби в роботі [29]. Також, відгалуженням або окремою складовою процесу інформаційної боротьби, можемо розглядати реакцію на новини. Подібне дослідження в розрізі новин з різних телеграм каналів, проведено в роботі [28].

У даному дослідженні ми розпочнемо з аналізу проблеми в її простій формі, як це описано у роботі [33]. Ми розглядаємо соціальну спільноту з початковою чисельністю населення, позначеною як N_0 , яка реагує на вплив різних інформаційних потоків, позначених як I_1, I_2, \dots, I_n . Самі ці інформаційні потоки суттєво відрізняються, і в крайньому випадку можуть бути абсолютно протилежними. На момент часу $t_0 = 0$ два джерела одночасно розпочинають транслювати ці інформаційні потоки, що викликає їх поширення в суспільстві. З огляду на значущі відмінності між потоками, цей процес можна точно описати як інформаційну боротьбу або конкуренцію.

У роботах [9, 10, 11] описано стохастичні моделі зі збуреннями та марковськими чи напівмарковськими переключеннями, як ілюстративний приклад проаналізовано модель поширення інформаційної загрози, в працях [43] та [38] розглянуто моделі відповідно розвитку епідемії та антагоністичної моделі інформаційної боротьби з урахуванням впливу випадкового середовища та низки інших факторів.

Основною метою цього дослідження є створення багатовимірної математичної і комп'ютерної моделі інформаційної боротьби. Модель має за мету надати уявлення про тимчасову динаміку цього конфлікту, зокрема, у формі функцій $N_1(t), N_2(t), \dots, N_p(t)$, які відображають кількість «адептів», що отримали інформацію від відповідних джерел. Крім того, модель має дозволяти визначити заключний результат цього змагання, ідентифікувати «переможця» і «переможеного». «Переможець» визначається як джерело інформації, якому вдалося охопити більшу частку спільноти, перевищивши N_0/n .

Розглянемо основні припущення моделі. Кожен з інформаційних потоків, I_1, I_2, \dots, I_n , поширюється в громаді двома різними інформаційними каналами:

а) Перший канал, який вважається «зовнішнім» по відношенню до громади, характеризується параметрами швидкості поширення $\alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0, \dots, \alpha_n > 0$. Ці параметри вважаються незалежними від часу.

б) Другий канал, «внутрішній», являє собою міжособистісну комунікацію між членами соціальної спільноти. Інтенсивність цього каналу описується параметрами $\beta_1 > 0, \beta_2 > 0, \dots, \beta_n > 0$, які також не залежать від часу. У межах цього каналу індивіди, які вже сприйняли джерело інформації «1» ($N_1(t)$), сприяють рекрутуванню тих, хто ще не зазнав впливу жодного джерела ($N_0 - N_1(t) - N_2(t) - \dots - N_n(t)$).

Швидкість зміни кількості послідовників, $N_1(t) + N_2(t) + \dots + N_n(t)$, яка представляє кількість осіб, завербованих інформаційними потоками I_1, I_2, \dots, I_n за одиницю часу, є комбінацією:

а) коефіцієнтів зовнішнього рекрутування, які пропорційні добутковим параметрів $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ на кількість активних членів ($N_0 - N_1(t) - N_2(t) - \dots - N_n(t)$), тобто $\alpha_1(N_0 - N_1(t) - N_2(t) - \dots - N_n(t))$, $\alpha_2(N_0 - N_1(t) - N_2(t) - \dots - N_n(t))$, \dots , $\alpha_n(N_0 - N_1(t) - N_2(t) - \dots - N_n(t))$ для I_1, I_2, \dots, I_n , відповідно;

б) внутрішніх коефіцієнтів рекрутування, які пропорційні добуткам параметрів $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$, помноженим на кількість активних послідовників $N_1(t), N_2(t), \dots, N_n(t)$ та кількість нерекрутованих осіб ($N_0 - N_1(t) - N_2(t) - \dots - N_n(t)$), тобто, $\beta_1 N_1(t)(N_0 - N_1(t) - N_2(t) - \dots - N_n(t))$, $\beta_2 N_2(t)(N_0 - N_1(t) - N_2(t) - \dots - N_n(t))$, \dots , $\beta_n N_n(t)(N_0 - N_1(t) - N_2(t) - \dots - N_n(t))$ для I_1, I_2, \dots, I_n відповідно.

Крім того, необхідно враховувати кількість членів громади, які ще не приєдналися до процесу, позначену як N_0 (відніманням від загальної кількості тих, хто прийняв обидва типи інформації, тобто суму $N_1(t) + N_2(t) + \dots + N_n(t)$). Важливо відзначити, що параметри $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ визначають не тільки інтенсивність інформаційного впливу, але й схильність індивідів одночасно сприймати різні види інформації. Більші значення цих параметрів вказують на швидше сприйняття інформації «середньостатистичним» представником громади, який спочатку утримує нейтральну позицію відносно I_1, I_2, \dots, I_n . Крім того,

навіть у випадку, коли вплив I_1 сильніший за вплив I_2 (тобто $\alpha_1 > \alpha_2$, $\beta_1 > \beta_2$), деякі члени спільноти можуть все одно сприймати I_2 , що свідчить про відсутність повної монополії одного типу інформації над іншим.

Підсумовуючи попередні припущення, отримуємо модель:

$$\begin{cases} N_1^{(n+1)} = (\alpha_{11} + \beta_{11}N_1^{(n)} + \dots + \beta_{1n}N_n^{(n)}) (N_0 - N_1^{(n)} - \dots - N_n^{(n)}) + N_1^{(n)} \\ N_2^{(n+1)} = (\alpha_{21} + \beta_{21}N_1^{(n)} + \dots + \beta_{2n}N_n^{(n)}) (N_0 - N_1^{(n)} - \dots - N_n^{(n)}) + N_2^{(n)} \\ N_n^{(n+1)} = (\alpha_{n1} + \beta_{n1}N_1^{(n)} + \dots + \beta_{nn}N_n^{(n)}) (N_0 - N_1^{(n)} - \dots - N_n^{(n)}) + N_n^{(n)} \end{cases}$$

Конфлікт, що розглядається, охоплює набір з n різних типів інформації, позначених як I_1, I_2, \dots, I_n , в контексті певної спільноти. Для того, щоб інтегрувати цей конфлікт у практичну модель, ми позиціонуємо цю спільноту в межах певної території і далі розбиваємо її на регіони. У межах цієї спільноти індивіди можуть бути віднесені до прихильників I_1, I_2, \dots, I_n або до нейтральних суб'єктів.

Для візуалізації подібного випадку процесу інформаційної боротьби, було створено програмне рішення, яке дозволяє проводити розрахунки для n -типів інформаційних загроз. Мовою програмування було обрано Python 3.11, для візуалізації застосовано пакет Matplotlib 3.8.1, як середовище розробки використано PyCharm CE 2023.1.

Розглянемо найпростіший випадок для двох інформаційних загроз (рис. 1.1). З наступними параметрами моделі:

$$\alpha_1 = 0.000013, \alpha_2 = 0.000012,$$

$$\beta_1 = 0.000000009, \beta_2 = 0.000000008,$$

для $N = 4000$ та $N_0 = 300000$ отримуємо наступні результати.

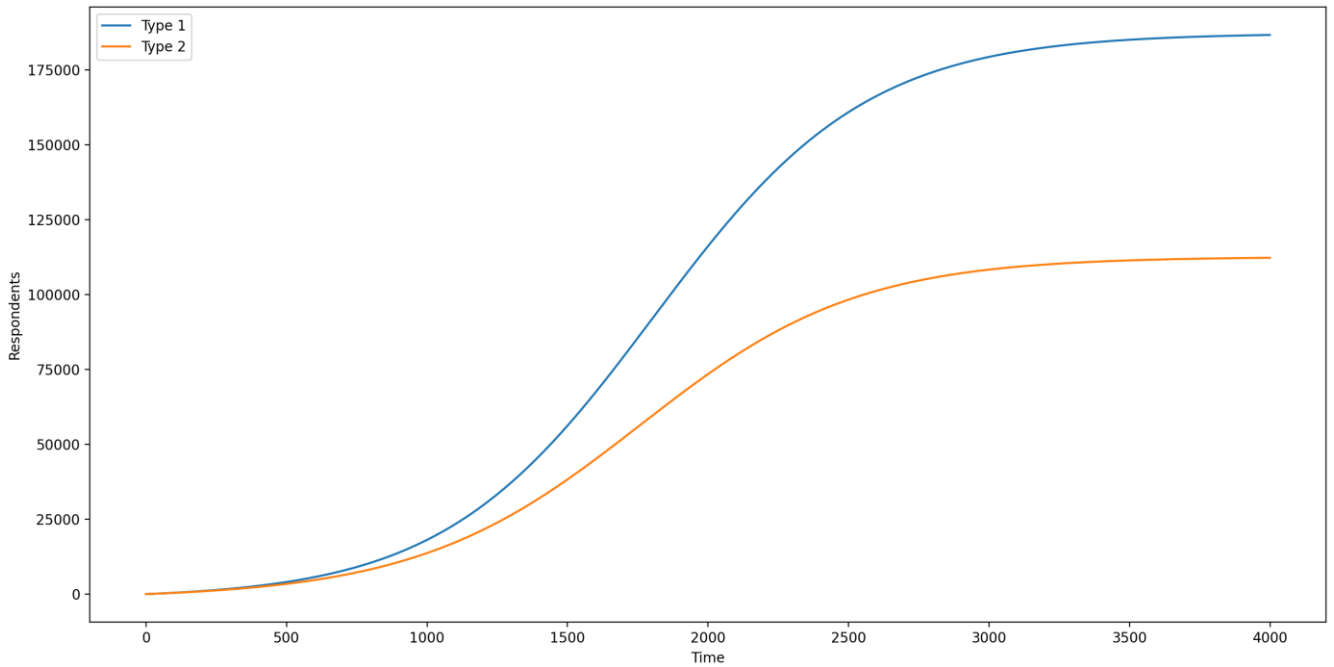


Рис. 1.1 – Візуалізація процесу інформаційної боротьби для двох інформаційних загроз

Як бачимо з графіку, підтверджується основне твердження, за умови вищих значень коефіцієнтів «сприйняття» інформації адептами, перша інформаційна ситуація лідирує на кожній ділянці спостереження.

Розглянемо наступну ситуацію, де відображено боротьбу п'яти інформаційних загроз одночасно. Параметри моделі наступні: $\alpha_1 = 0.000013$, $\alpha_2 = 0.000012$, $\alpha_3 = 0.000011$, $\alpha_4 = 0.000014$, $\alpha_5 = 0.000011$, $\beta_1 = 0.000000009$, $\beta_2 = 0.000000008$, $\beta_3 = 0.000000007$, $\beta_4 = 0.000000005$, $\beta_5 = 0.000000006$ для $N = 4000$ та $N_0 = 300000$ отримуємо наступні результати.

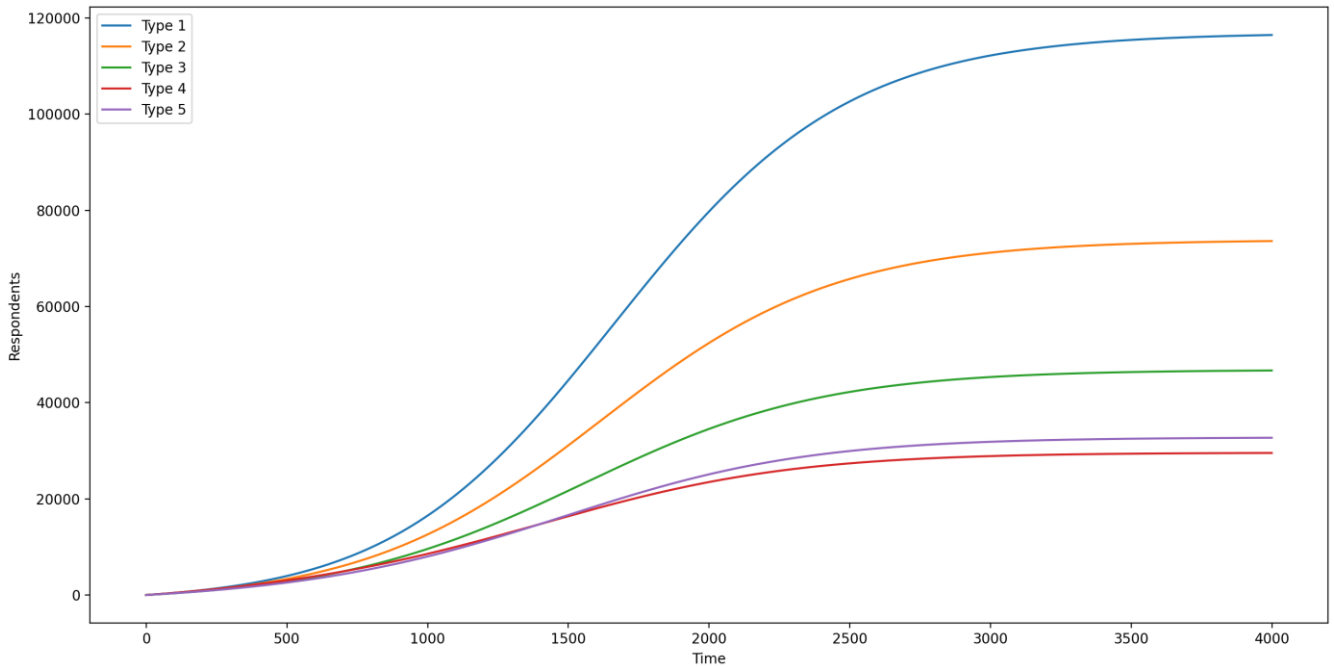


Рис. 1.2 – Візуалізація процесу інформаційної боротьби для п'яти інформаційних загроз

Як бачимо з графіку (рис. 1.2), ситуація аналогічна попередній, досі інформаційна загроза, що показує найвищі параметри сприйняття, виступає переможцем.

Варто відмітити єдину відмінність, а саме – інформаційна загроза-переможець «завербувала» менше «адептів» відносно першого розглянутого випадку (рис. 1.1). Це пояснюється раніше описаними припущеннями, а саме – не зважаючи на силу коефіцієнтів сприйняття інформаційної загрози (α_n, β_n) , все одно будуть представники спільноти, що потраплять під її вплив.

Наостанок, розглянемо випадок у якому збільшимо кількість інформаційних загроз до 10 з наступними параметрами: $\alpha_1 = 0.000013$, $\alpha_2 = 0.000012$, $\alpha_3 = 0.000011$, $\alpha_4 = 0.000014$, $\alpha_5 = 0.000011$, $\alpha_6 = 0.000011$, $\alpha_7 = 0.000014$, $\alpha_8 = 0.000011$, $\alpha_9 = 0.000012$, $\alpha_{10} = 0.000011$, $\beta_1 = 0.000000009$, $\beta_2 = 0.000000008$, $\beta_3 = 0.000000007$, $\beta_4 = 0.000000005$, $\beta_5 = 0.000000006$, $\beta_6 =$

0.000000005, $\beta_7 = 0.000000006$, $\beta_8 = 0.000000007$, $\beta_9 = 0.000000009$, $\beta_{10} = 0.000000008$ для $N = 4000$ та $N_0 = 300000$

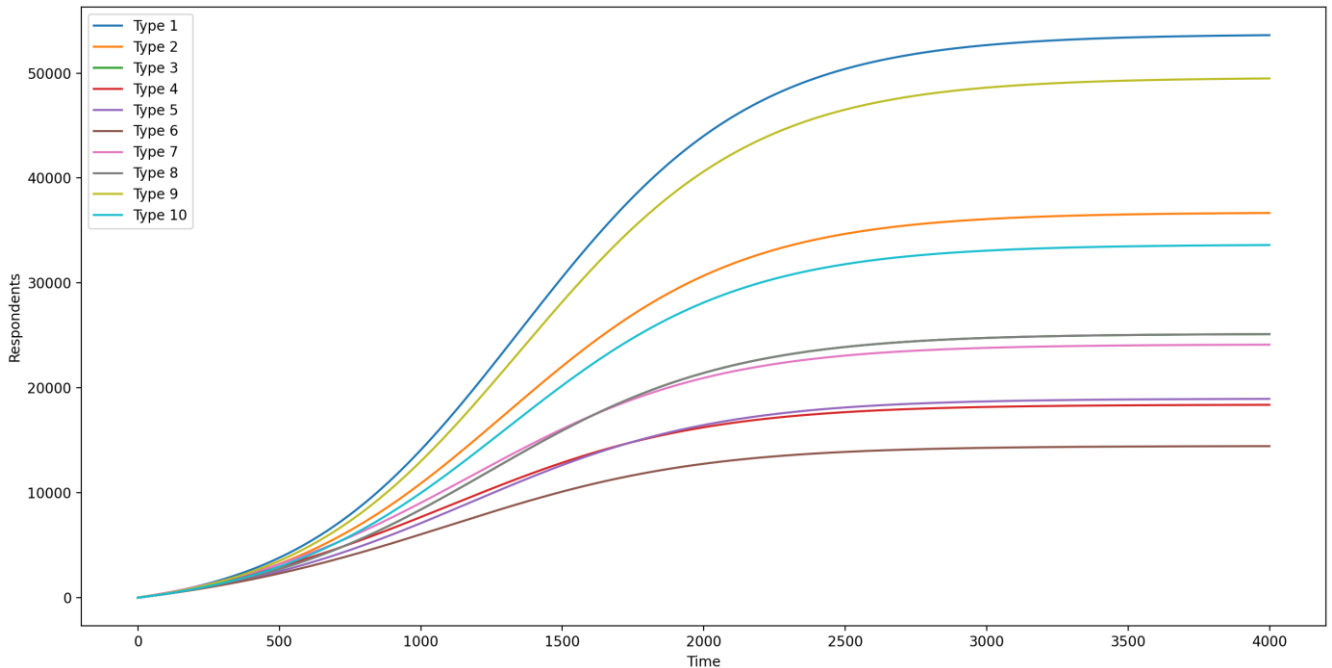


Рис. 1.3 – Візуалізація процесу інформаційної боротьби для десяти інформаційних загроз

Очікувано, описані у попередньому випадку тенденції набули вищої сили, про що свідчить значно менша загальна кількість adeptів, завербованих інформаційною загрозою, що виступила переможцем.

1.2 Еволюційні системи з випадковими збуреннями

Детерміновані моделі – це лише перше наближення до реальності, оскільки навколишній світ не є детермінованим, а говорить з нами мовою теорії ймовірностей і важко передбачити, які фактори вплинуть на розвиток ситуації в майбутньому. Тому більш адекватним інструментом дослідження є стохастичні рівняння. У дисертаційному дослідженні при побудові моделей використано підходи Королюка В.С., більшість з яких детально описано в [20, 21] Ми пропонуємо складну ймовірнісну модель, з марковськими переключеннями та

некласичними схемами апроксимації. У цьому підрозділі пропонується огляд основних алгоритмів асимптотичного аналізу стохастичних систем: усереднення, дифузійна апроксимація, а також пуассонівська апроксимація та апроксимація Леві еволюційних систем з марковськими випадковими збуреннями.

Еволюційні системи з випадковими збуреннями є широко розповсюдженими математичними моделями стохастичних систем, що описують реальні процеси в часі у різноманітних прикладних галузях. Основна проблема, що виникає при дослідженні стохастичних систем, — це вивчення поведінки системи на зростаючих інтервалах часу, що призводить до ефекту усереднення випадкових збурень.

Ефективним методом асимптотичного аналізу стохастичних систем на зростаючих інтервалах часу є метод малого параметру з використанням теорії випадкових еволюцій у банаховому просторі тест-функцій [11, 20].

1.2.1. Схема усереднення. Еволюційна система з випадковими збуреннями у схемі серій з малим параметром серії $\varepsilon > 0, \varepsilon \rightarrow \infty$, задається розв'язком еволюційного рівняння

$$\frac{du^\varepsilon(t)}{dt} = C\left(u^\varepsilon(t), x\left(\frac{t}{\varepsilon}\right)\right), t \geq 0 \quad (1.2.1)$$

функція швидкості $C(u, x), u \in \mathbb{R}^d, x \in X$, є вектор-функцією двох аргументів: аргументу еволюційної системи u , що приймає значення в евклідовому просторі $\mathbb{R}^d, d \geq 1$; та аргументу випадкових збурень x , що приймає значення у фазовому просторі який є повним метричним простором X з сігма-алгеброю вимірних множин \mathbf{X} . Вважаємо, що окремі точки x простору X належать \mathbf{X} .

Істотним припущенням є існування глобального розв'язку сім'ї рівнянь

$$\frac{du_x(t)}{dt} = C(u_x(t), x), x \in E. \quad (1.2.2)$$

Важливою властивістю рівнянь (1.2.2) є півгрупова властивість розв'язків:

$$u_x(t_1 + t_2, u) = u_x(t_1 + t_2, u_x(t_1, u)). \quad (1.2.3)$$

Тут $u_x(t, u)$ є розв'язком рівняння (1.2.2) з початковою умовою $u_x(0, u) = u$. Півгрупова властивість (1.2.3) породжує півгрупу операторів в банаховому просторі тест-функцій $B(\mathbb{R}^d)$:

$$C_t(x)\varphi(u) := \varphi(u_x(t, u)) \quad (1.2.4)$$

Півгрупа операторів (1.2.4) визначається породжуючим оператором(генератором)

$$C(x)\varphi(u) := \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t} [C_t(x)\varphi(u) - \varphi(u)] = C(u, x)\varphi'(u), \quad (1.2.5)$$

де

$$C(u, x)\varphi'(u) := \sum_{k=1}^d C_k(u, x) \frac{\partial \varphi(u)}{\partial u_k}.$$

Випадкові збурення визначимо марковським стрибковим процесом $x(t), t \geq 0$, у стандартному фазовому просторі (X, \mathbf{X}) , що задається генератором у банаховому просторі $B(X)$ тест функцій $\varphi(x) \in B(X)$, які набувають числових значень:

$$Q\varphi(x) = q(x) \int_X P(x, dy) [\varphi(x) - \varphi(y)]$$

тут функція $q(x), x \in X$, задає інтенсивність моментів стрибків процесу $x(t), t \geq 0$, що мають показниковий розподіл;

$P(x, dy), x \in X, dy \in \mathbf{X}$ – стохастичне ядро, тобто розподіл ймовірностей переходу процесу $x(t)$ зі стану x в множину станів dy .

Принцип усереднення. Якщо марковський процес збурень $x(t), t \geq 0$, є рівномірно ергодичним зі стаціонарним розподілом $\pi(B), B \in X$ то при виконанні наведених вище умов має місце слабка збіжність

$$u^\varepsilon(t) \Rightarrow u^0(t), \varepsilon \rightarrow 0$$

Гранична еволюція $u^0(t), t \geq 0$, визначається розв'язком детермінованого еволюційного рівняння

$$\frac{du^0(t)}{dt} = \hat{C}(u^0(t)), t \geq 0. \quad (1.2.6)$$

Усереднена функція швидкості визначається співвідношенням

$$\hat{C}(x) = \int_X \pi(dx) C(u, x) \quad (1.2.7)$$

1.2.2. Дифузійна апроксимація динамічної системи за умови балансу. Умова балансу для динамічної системи (1.2.1), що визначається функцією швидкості $C(u, x)$, $u \in \mathbb{R}^d$, $x \in X$, означає, що усереднена швидкість дорівнює тотожно нулю:

$$\hat{C}(x) = \int_X \pi(dx) C(u, x) \equiv 0. \quad (1.2.8)$$

Якщо виконана умова балансу (1.2.1), то усереднена система зберігає сталі значення на необмеженому інтервалі часу. У зв'язку з цим виникає проблема вивчення коливань динамічної системи, яку в умовах балансу (1.2.1) слід розглядати з таким нормуванням

$$\frac{du^\varepsilon(t)}{dt} = \varepsilon^{-1} C\left(u^\varepsilon(t), x\left(\frac{t}{\varepsilon^2}\right)\right), t \geq 0, \quad (1.2.9)$$

Нормування динамічної системи (1.2.9) можна пояснити тим, що флуктуації за умови балансу стануть помітними, якщо збільшити швидкість системи (множником ε^{-1}); крім того, усереднення флуктуацій проявиться, якщо збільшити інтервал часу спостережень (множником ε^{-2}).

Якщо марковський процес збурень $x(t), t \geq 0$, є рівномірно ергодичним зі стаціонарним розподілом $\pi(B), B \in \mathbf{X}$, то за умови балансу (1.2.8) справедлива слабка збіжність

$$u^\varepsilon(t) \Rightarrow \xi^0(t), \varepsilon \rightarrow 0$$

Граничний дифузійний процес $\xi^0(t), t \geq 0$, визначається генератором

$$L\varphi(u) = b(u)\varphi'(u) + \frac{1}{2}B(u)\varphi''(u),$$

де компоненти визначаються з відповідних співвідношень:

параметр зсуву

$$b(u) = \int_X \pi(dx) b(u, x), b(u, x) = C(u, x) R_0 C'_u(u, x);$$

дифузійний коефіцієнт

$$b(u) = \int_X \pi(dx) b(u, x), b(u, x) = C(u, x) R_0 C'_u(u, x);$$

і потенціал ергодичного марковського процесу

$$R_0 = - \int_0^\infty [\exp Qt - \Pi] dt, \Pi \varphi(x) = \int_X \pi(dx) \varphi(x)$$

Зауваження. Граничний дифузійний процес $\xi^0(t), t \geq 0$ можна також визначити як розв'язок стохастичного диференціального рівняння Іто

$$d\xi^0(t) = b(\xi^0(t))dt + \sigma(\xi^0(t))dW(t).$$

Тут $\sigma^2(u) = B(u)$, $W(t)$ — стандартний вінеровський процес.

1.2.3. Дифузійна апроксимація динамічної системи за умов усереднення. За умови усереднення динамічна система (1.2.1) апроксимується на зростаючих інтервалах часу порядку $O(\varepsilon^{-1})$ детермінованою динамічною системою (1.2.6), що визначається усередненою швидкістю (1.2.7).

Цілком природно постає проблема вивчення коливань (флуктуацій) стохастичної системи (1.2.1) відносно детермінованої системи (1.2.6). Звичайно, флуктуації стохастичної системи слід розглядати на зростаючих інтервалах часу порядку $O(\varepsilon^{-2})$, тобто стохастична система визначається розв'язком еволюційного рівняння (1.2.9), але без виконання умови балансу (1.2.8).

Флуктуації динамічної системи (1.2.9) відносно усередненої системи (1.2.6) задаються співвідношенням

$$v^\varepsilon(t) := \frac{[u^\varepsilon(t) - u^0(t)]}{\varepsilon}$$

За умов усереднення має місце слабка збіжність

$$v^\varepsilon(t) \Rightarrow v^0(t), \varepsilon \rightarrow 0$$

Граничний дифузійний процес $v^0(t), t \geq 0$, визначається розв'язком стохастичного диференціального рівняння

$$dv^0(t) = v^0(t) \hat{C}'(u^0(t)) dt + \tilde{\sigma}(u^0(t)) dW(t). \quad (1.2.10)$$

або генератором

$$L\varphi(u) = b(v, u)\varphi'_v(v, u) + \frac{1}{2} \tilde{B}(u)\varphi''_v(v, u) + \hat{C}(u)\varphi'_u(v, u), \quad (1.2.11)$$

де

$$b(v, u) = v\hat{C}'(u), \tilde{\sigma}^2(u) = \tilde{B}(u), \tilde{B}(u) = \int_X \pi(dx)\tilde{B}(u, x),$$

$$\tilde{B}(u, x) = \tilde{C}(u, x)R_0\tilde{C}(u, x),$$

$$\tilde{C}(u, x) = C(u, x) - \hat{C}(u).$$

Зауваження. Генератор (1.2.11) визначає двокомпонентний марковський процес $v^0(t), u^0(t), t \geq 0$, що задається системою рівнянь (4.3) та (1.2.10).

Зауваження. Коефіцієнт дифузії $\tilde{B}(u)$ визначається «флуктуацією швидкостей» відносно усередненої швидкості $\hat{C}(u)$, що цілком природно.

Для перевірки припущення та візуалізації отриманих результатів, було вирішено побудувати програмний додаток використовуючи мову Python (Python 3.11). Основною вимогою до розрахунків було те, що коефіцієнт x моделі (1.2.1), хоч і повинен додавати збурень до отриманих результатів, але не повинен бути настільки сильним, щоб змінювати загальну тенденцію.

Таким чином, було проведено кілька симуляцій для різного набору інформаційних загроз.

Для параметрів моделі (1.1): $\alpha_1 = 0.000014, \alpha_2 = 0.000011, \alpha_3 = 0.000011, \beta_1 = 0.000000008, \beta_2 = 0.000000006, \beta_3 = 0.000000006$, для $N = 2000$ та $N_0 = 300000$ отримуємо наступні результати.

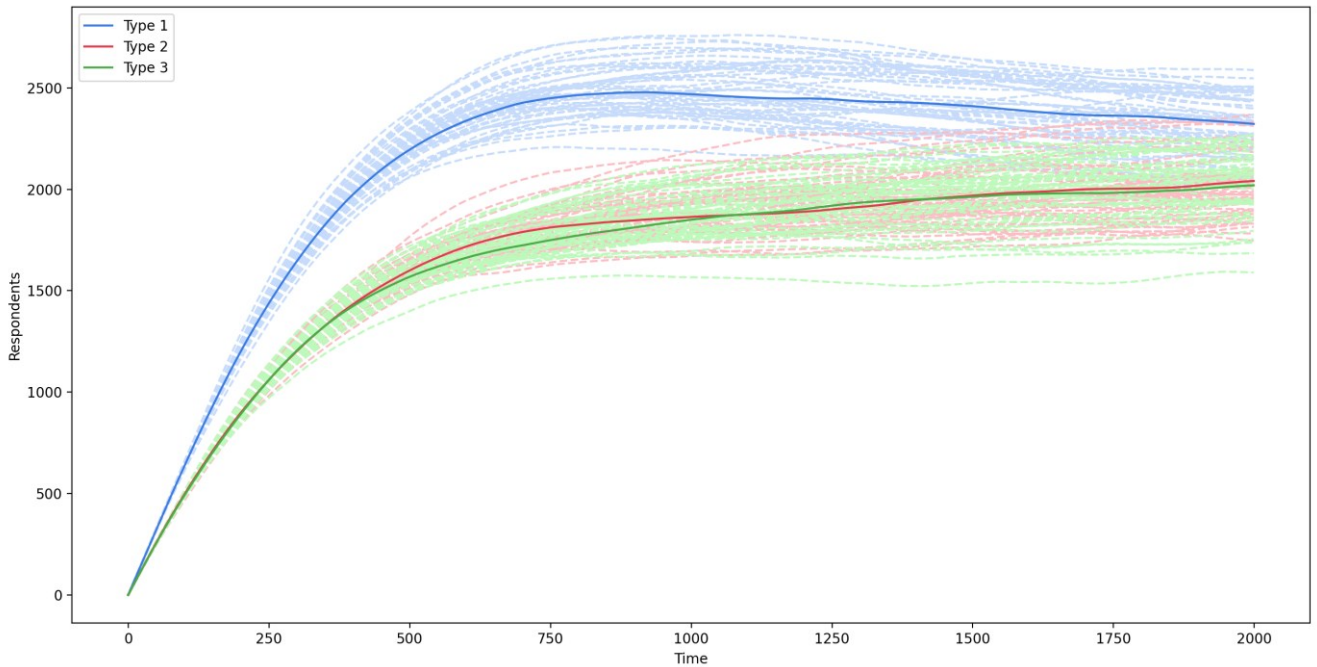


Рис. 1.4 – Візуалізація результатів обрахунку схеми усереднення для трьох інформаційних загроз

Розроблене рішення, дозволяє динамічно змінювати кількість інформаційних загроз. Розглянемо варіант з боротьбою чотирьох інформаційних загроз з наступними параметрами моделі: $\alpha_1 = 0.000014$, $\alpha_2 = 0.000011$, $\alpha_3 = 0.000011$, $\alpha_4 = 0.000009$, $\beta_1 = 0.00000001$, $\beta_2 = 0.000000008$, $\beta_3 = 0.000000008$, $\beta_4 = 0.000000005$. Для $N = 2000$ та $N_0 = 300000$.

Як видно з рис. 1.4 та рис. 1.5, загальна тенденція зберігається, вирішальну роль у визначенні того, яка інформаційна загроза перемаже, досі відіграють коефіцієнти поширення інформації за внутрішнім та зовнішнім каналом.

Також варто пам'ятати, що отримані результати напряму залежать від кількості ітерації розрахунків можливих варіантів розвитку інформаційної боротьби для кожної з інформаційних загроз. Тому очікувано, що зі збільшенням ітерацій розрахунки будуть точніші.

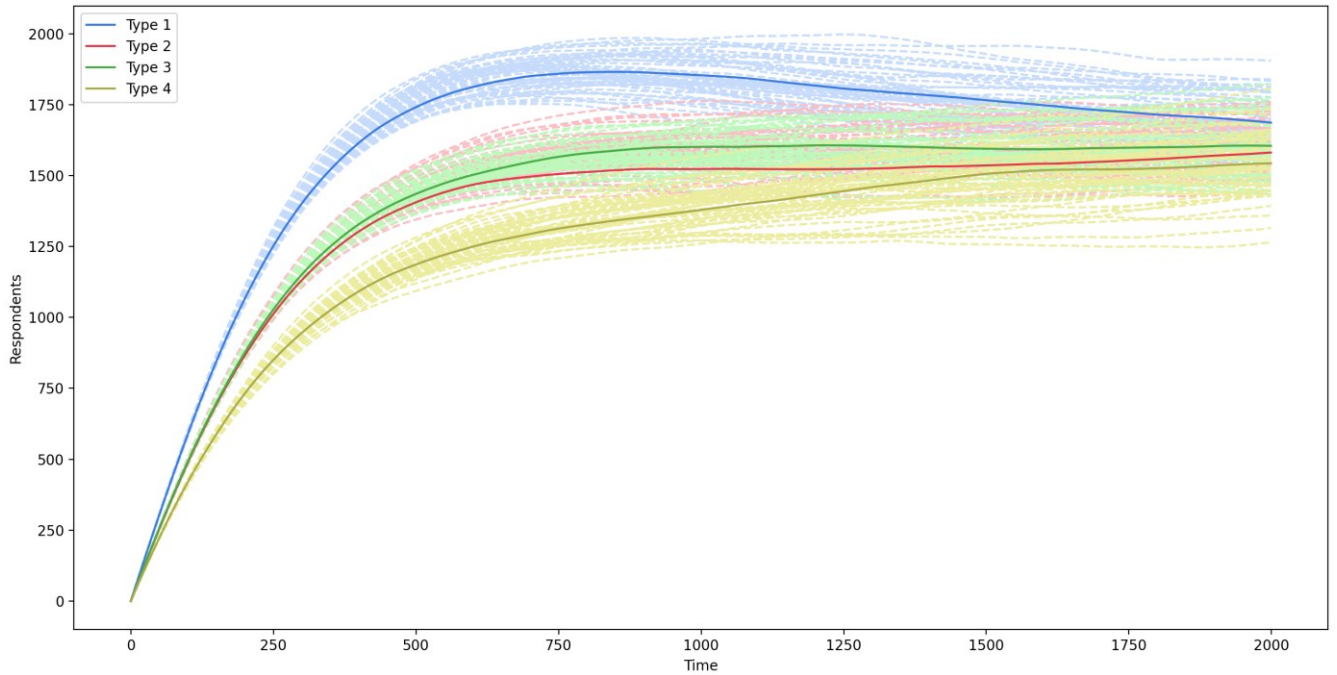


Рис. 1.5 – Візуалізація результатів обчислення схеми усереднення для чотирьох інформаційних загроз (при 500 ітерацій для кожної інформаційної загрози)

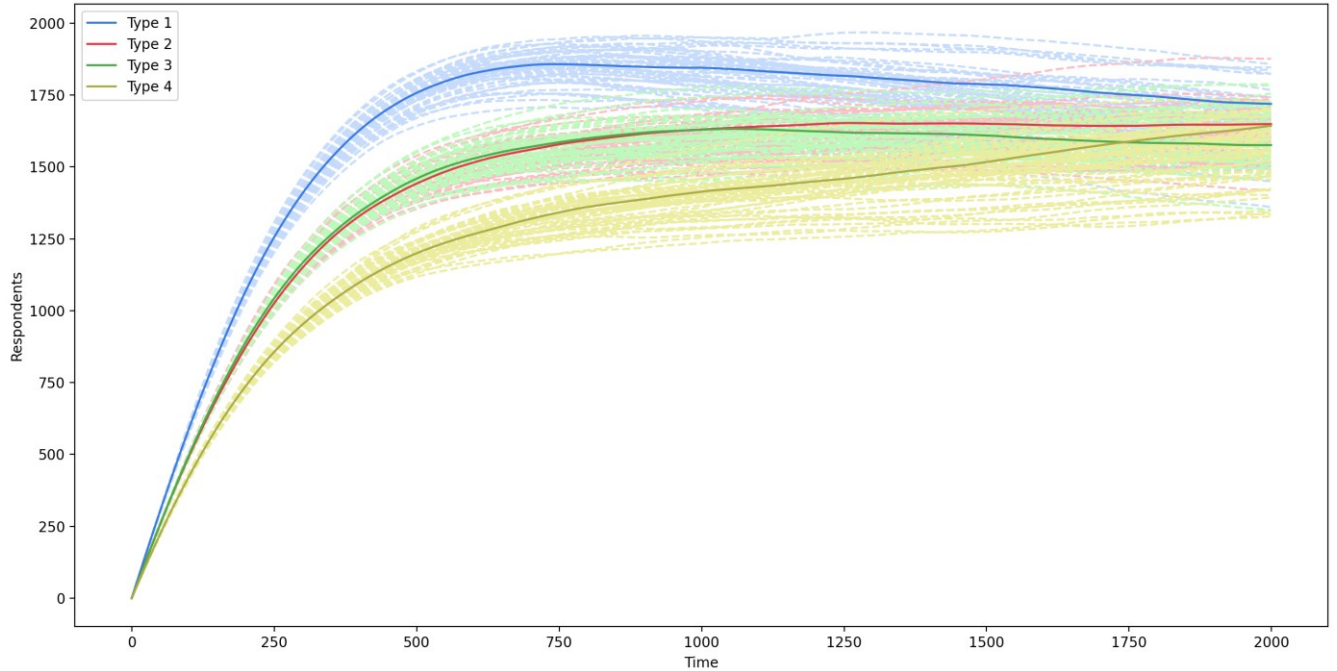


Рис. 1.6 – Візуалізація результатів обчислення схеми усереднення для чотирьох інформаційних загроз (при 1000 ітерацій для кожної інформаційної загрози)

Таким чином, було підтверджено, що усередненні траєкторії мало відрізняються від описаних у дискретному випадку (пункт 1.1).

1.3 Врахування міграцій

Враховуючи зростаючий вплив та поширення негативної інформації, вивчення механізмів конфліктів та інформаційних війн у сучасному суспільстві є надзвичайно важливим. Корисним підходом до дослідження цих процесів є моделювання. Тут ми підкреслюємо, наскільки важливим є глибоке розуміння конфліктної взаємодії процесів розповсюдження інформації.

Ми визначаємо конфлікт як фізичну систему, в якій речовини A_1, A_2, \dots, A_p конкурують за контроль над спільним полем інтересів, позначеним як Ω . Це поле Ω поділяється на окремі регіони, представлені як Ω_i , і кожна речовина A_i прагне домінувати в цих регіонах. Присутність кожної речовини в цих регіонах кількісно оцінюється через невід'ємні координатні вектори, що задаються через $A_i = (A_{i1}, A_{i2}, \dots, A_{im})$, які відображають їхній вплив у зазначених областях. Розвиток конфлікту та його вплив на субстанції A_i відбувається через дискретний динамічний процес:

$$\{A_1^N, \dots, A_p^N\} \xrightarrow{*} \{A_1^{N+1}, \dots, A_p^{N+1}\}, N = 0, 1, \dots,$$

де N – кількість дискретних кроків у часі.

Символ $*$ оператора наближення відтворює невідомий закон конфліктної взаємодії між речовинами A_i . Ми прагнемо створити модель внутрішньої конфліктної інформаційної боротьби, аналогічну циклічній міграції Лотки-Вольтерри [27]. Для відтворення цього процесу міграції у нашому законі взаємодії ми використовуємо модель конфлікту в дискретному часі з участю незламних суперників [5], що узгоджується з припущеннями нашої моделі боротьби.

Наразі в науковій літературі пропонуються різні математичні моделі міграційних процесів [4]. Однак ми будемо використовувати для моделювання цих процесів дифузійні моделі. Зокрема, математична модель цієї задачі в одновимірному випадку в загальноприйнятих позначеннях може бути описана наступною граничною задачею:

$$D_1 \frac{\partial^2 c_1}{\partial x^2} - v_1 \frac{\partial c_1}{\partial x} - \gamma_1 c_1 = \frac{\partial c_1}{\partial t}, \quad (1.1)$$

$$D_2 \frac{\partial^2 c_2}{\partial x^2} - v_2 \frac{\partial c_2}{\partial x} - \gamma_2 c_2 = \frac{\partial c_2}{\partial t}, \quad (1.2)$$

$$c_1(x, 0) = \tilde{C}_0^1(x), x \in (0, a_1), \quad (1.3)$$

$$c_2(x, 0) = \tilde{C}_0^2(x), x \in (a_1, a), \quad (1.4)$$

$$l_1 c_1(0, t) = \tilde{C}_1(t), t > 0, \quad (1.5)$$

$$l_2 c_2(a, t) = \tilde{C}_2(t), t > 0, \quad (1.6)$$

$$l_3(c_1(a, t), c_2(a, t)) = \tilde{C}_3(t), t > 0, \quad (1.7)$$

$$l_3(q_1(a, t), q_2(a, t)) = \tilde{C}_4(t), t > 0. \quad (1.8)$$

де $c_i = c_i(x, t)$, $q_i = q_i(x, t)$, $i = 1, 2$, – концентрації та потоки населення, v_i , $i = 1, 2$ – швидкість міграції населення, (1.2), (1.3) – визначають початкові умови для концентрацій населення, D_1, D_2 – коефіцієнти дифузії населення; l_i , $i = 1, 2$ – оператори, що визначають граничні умови для концентрацій c_1 та c_2 на кінцях відрізка $(0, a)$, l_i , $i = 3, 4$ – оператори, що визначають умови об'єднання для концентрацій та потоків населення в точці $x = a$.

Також розглянемо процеси міграції населення в одновимірному випадку. Для моделювання цих процесів будемо використовувати дифузійно-конвективні моделі. Зокрема, математична модель цієї задачі в одновимірному випадку в загальноприйнятих позначеннях може бути описана наступною крайовою задачею:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(D(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right) - v \frac{\partial u}{\partial x} + \gamma_1 u + \gamma_2 u = \frac{\partial u}{\partial t}, \quad (1.9)$$

$$\mu(\varphi) \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K(x, u, \varphi) \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right), v = K(x, u, \varphi) \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad (1.10)$$

$$u(x, v) = \widetilde{U}_0(x), x \in (0, l), \quad (1.11)$$

$$l_1 u(0, t) = \widetilde{U}_1(t), t > 0, \quad (1.12)$$

$$l_2 u(l, t) = \widetilde{U}_2(t), t > 0, \quad (1.13)$$

$$\left[D(x) \frac{\partial u}{\partial x} - v(x) * u \right] \Big|_{l=l_i} = 0, \quad (1.14)$$

$$\begin{aligned} \left(D(x) \frac{\partial u}{\partial x} - v(x) * u \right) \Big|_{x=l_i+0} &= \left(D(x) \frac{\partial u}{\partial x} - v(x) * u \right) \Big|_{x=l_i-0} = \\ &= r_i[u], \end{aligned} \quad (1.15)$$

де $u = u(x, t)$ – щільність та потоки населення; $v(x)$ – швидкість міграції населення; $D(x)$ – коефіцієнт дифузії населення; (1.10) – визначає початкову умову для щільності населення; $\varphi(x, t)$ потенціал привабливості населення; $\gamma_1(x, t)$ – коефіцієнт народжуваності; $\gamma_2(x, t)$ – коефіцієнт смертності в точці x в момент часу t ; $l_i, i = 1, 2$ – оператори, які визначають граничні умови для щільності u на кінцях відрізка $(0, l)$ [48].

Крайова задача (1.9–1.15) є задачею з розривними коефіцієнтами, оскільки коефіцієнт дифузії $D(x)$, швидкість потоку населення $v(x)$ та коефіцієнти $\gamma_1(x, t)$, $\gamma_2(x, t)$ допускають розриви в точках $x_i = l_i, i = \overline{1, n}$:

$$\begin{aligned} v(x) &= v_i(x), x \in (l_i, l_{i+1}), D(x) = D_i(x), x \in (l_i, l_{i+1}), \\ \gamma_k &= \gamma_k^i, x \in (l_i, l_{i+1}), i = \overline{0, n-1}, k = 1, 2 \end{aligned}$$

Програмна реалізація відповідного обчислювального алгоритму виконана на мові Python.

На основі програмної реалізації були проведені чисельні експерименти для отримання щільності населення в будь-який момент часу.

Візуальне представлення результатів розподілу щільності населення по регіону в різні моменти часу наведено на рис. 1.4

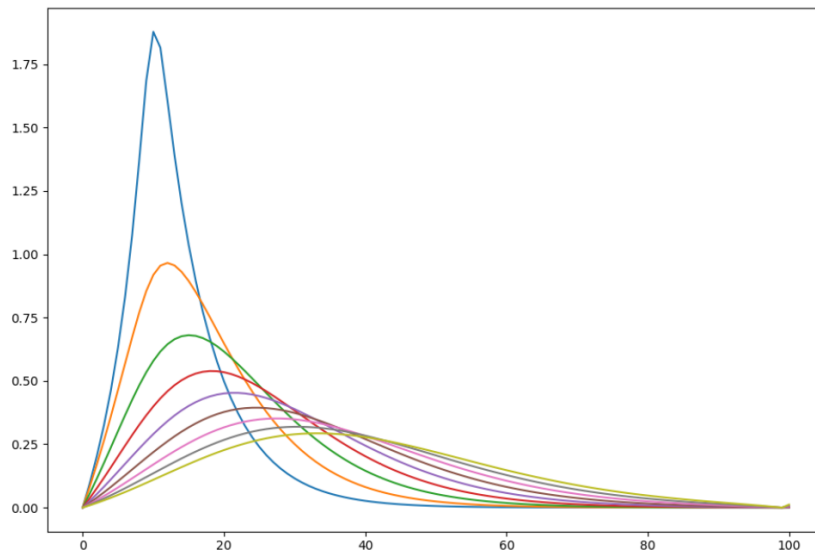


Рис. 1.4 – Розподіл щільності населення в різні моменти часу.

Для задачі (1.9–1.15) побудовано монотонну різницеву схему методом інтерполяції та знайдено її чисельний розв’язок [47]. Також розроблено програмне забезпечення та проведено експерименти. На основі запропонованої моделі дослідження міграційних процесів можна підвищити якість аналізу стану міграційної системи, моделювати та прогнозувати міграцію населення.

Таким чином, побудована математична модель (1.9–1.15) дозволяє прогнозувати міграційні процеси населення в регіоні в різні моменти часу для різних граничних умов, а також для різних значень потенціалів φ_1 в точках $x_i = l_i$.

Тут варто згадати, що провівши детальний аналіз моделі інформаційної боротьби, було виявлено, що протиборчі сторони мають кілька можливостей для досягнення успіху при інтегруванні у модель конфліктної взаємодії. Результат конфлікту в першу чергу залежить від «спроможності» соціальної спільноти.

Поведінка моделі може змінюватися залежно від інтенсивності зовнішніх і внутрішніх факторів, а також певних початкових значень. Така поведінка може включати постійне лідерство, зміну лідерів та паритет.

Введення в модель внутрішнього конфлікту суттєво змінює її поведінку в цікавий спосіб. Напрямок міграції, визначений знаками коефіцієнтів взаємодії, має більш суттєвий вплив, ніж фактичне значення самих коефіцієнтів.

Очевидно, що передбачити кінцевий результат конфлікту, знаючи лише стартові умови, неможливо, за винятком кількох виняткових випадків. Тому за наявності внутрішнього міграційного конфлікту необхідно точно змоделювати поведінку моделі інформаційної боротьби, щоб передбачити його результат. Навіть поведінка при $t \rightarrow \infty$ є невизначеною, оскільки вона може як залишатися постійною, так і коливатися. Розглянувши модель інформаційної боротьби окремо, було виявлено, що протиборчі сторони мають різні можливості для досягнення перемоги, залежно від «спроможності» соціальної спільноти. Залежно від значень зовнішньої та внутрішньої інтенсивностей (каналів поширення інформації), а також певних початкових значень, можуть розгортатися різні сценарії поведінки моделі: постійне лідерство, зміна лідера, паритет.

Включення внутрішнього конфлікту в модель суттєво і цікаво змінює її поведінку. Знаки коефіцієнтів взаємодії, які визначають напрямки міграції, мають більший вплив, ніж їхні значення.

Зрозуміло, що при введенні конфлікту неможливо передбачити кінцевий результат, лише знаючи початкові умови, за винятком кількох особливих випадків. Тому за наявності внутрішнього міграційного конфлікту необхідно правильно змоделювати поведінку моделі інформаційної боротьби, щоб передбачити її поведінку. Навіть поведінка при $t \rightarrow \infty$ є невизначеною - вона може бути як постійною, так і флуктуаційною. Як наслідок, подальші дослідження на цю тему є надзвичайно важливими.

Висновки до Розділу 1

З огляду на тематику дисертаційного дослідження, в розділі 1 розглянуто існуючі підходи до моделювання процесу інформаційної боротьби. Наприклад, розглянуто роботи використання S-подібних кривих як моделей дифузії. Де автори стверджують, що функція Басса може застосовуватися для моделювання споживчих товарів тривалого користування, роздрібних послуг, а також інновацій в різних галузях. Функція Гомперца – для інновацій у сфері споживчих товарів тривалого користування та сільського господарства.

Додатково, досліджено інші підходи до моделювання інформаційної боротьби, такі як використання теорії ігор. Також, розглянуто роботи з дослідження впливу реакції на новини у процесі інформаційної боротьби.

Сформовано проміжну мету дослідження – створення багатовимірної математичної та комп'ютерної моделі інформаційної боротьби, що дозволить вивчати тимчасову динаміку конфлікту та ідентифікувати його результати.

Описано шляхи врахування міграцій. На основі запропонованої моделі дослідження міграційних процесів, як конфліктної взаємодії, можна підвищити якість моделі інформаційної боротьби, шляхом додавання до неї внутрішнього конфлікту.

На основі існуючого підходу до моделювання інформаційної боротьби сформульовано перелік задач для дисертаційного дослідження:

- Розробити модель для n-типів інформаційних загроз.
- Врахувати мінливість середовища, шляхом додавання до моделі компонента дифузії та стрибків.
- Розробити систему підтримки прийняття рішення для автоматизацій проведення розрахунків та візуалізації отриманих результатів.
- Зібрати та використати вибірку з реальних статистичних даних для перевірки правильності роботи розробленої інформаційної системи.

РОЗДІЛ 2. БАГАТОВИМІРНІ МОДЕЛІ ІНФОРМАЦІЙНОЇ БОРОТЬБИ З УРАХУВАННЯМ ВПЛИВУ ВИПАДКОВИХ ФАКТОРІВ

У цьому розділі ми дослідимо поведінку моделі в умовах так званих неklasичних схем апроксимації – пуассонової та Леві, які є узагальненнями, відповідно, класичних схем усереднення та дифузійної апроксимації.

2.1 Схема апроксимації Пуассона

Сутність пуассонової апроксимації полягає в тому, що малий параметр серії $\varepsilon \rightarrow 0$ ($\varepsilon \rightarrow 0$) входить в інтенсивності випадкових стрибків еволюції, так що великі стрибки відбуваються з малою ймовірністю, що прямує до нуля разом з $\varepsilon \rightarrow 0$, а малі стрибки здійснюються з ймовірністю, що прямує до одиниці. Слід звернути увагу на такий суттєвий факт. У схемі усереднення головна умова – усереднення стрибків. У схемі дифузійної апроксимації – додатково усереднюються другі моменти стрибків. У схемі пуассонівської апроксимації необхідно додатково усереднювати інтенсивність стрибків.

Отримані нами результати неминуче призводять до переконання, що «великі» (рідкісні, «катастрофічні») викиди стохастичної системи відбуваються з інтервалами, які мають показниковий розподіл. Отже, можна лише дати достовірну статистичну оцінку інтенсивності поодиноких подій, тобто, число настань за одиницю часу.

Також, для спрощення процесу прийняття рішень та візуалізації отриманих результатів, вирішено створити програмну реалізацію для описаного вище процесу. Мовою програмування обрано Python 3.11, пакет візуалізації розрахунків Matplotlib 3.8.1, як середовище розробки було використано PyCharm CE 2023.1, також було вирішено не використовувати готові рішення для проведення основних розрахунків з метою збереження повного контролю над побудовою числового рішення.

Розглянемо детальніше модель інформаційної боротьби. У «класичному» варіанті, модель описується рівняннями типу Лотка-Вольтерра:

$$\begin{cases} \frac{dN_1}{dt} = (\alpha_1 + \beta_1 N_1(t))(N_0 - N_1(t) - N_2(t) - \dots - N_n(t)), N_1(t_0 = 0) = N_1(0) \geq 0 \\ \frac{dN_2}{dt} = (\alpha_2 + \beta_2 N_2(t))(N_0 - N_1(t) - N_2(t) - \dots - N_n(t)), N_2(t_0 = 0) = N_2(0) \geq 0 \\ \dots \\ \frac{dN_n}{dt} = (\alpha_n + \beta_n N_n(t))(N_0 - N_1(t) - N_2(t) - \dots - N_n(t)), N_n(t_0 = 0) = N_n(0) \geq 0 \end{cases}$$

Основні припущення щодо моделі:

1. n ідей поширюються серед спільноти через 2 інформаційних канали:

— перший – «зовнішній» стосовно спільноти, наприклад, рекламна медіа-кампанія. Його інтенсивність характеризується параметрами $\alpha_1 > 0, \dots, \alpha_n > 0$ відповідно, параметри $\alpha_i, i = 1, \dots, n$ вважаються незалежними від часу та середовища;

— другий, «внутрішній» канал – міжособистісний зв'язок між членами соціальної спільноти (її інтенсивність, тобто кількість еквівалентних інформаційних контактів, що характеризуються параметрами $\beta_1 > 0$ і $\dots, \beta_n > 0$ відповідно, які також не залежать від часу та середовища). Як результат, прихильники першої ідеї, які вже були «рекрутовані» (їх кількість дорівнює $N_1(t)$), вносять свій особистий внесок у процес поширення ідеї серед спільноти, впливаючи на «нерекрутованих» її членів (їх кількість дорівнює значенню $N_0 - N_1(t) - N_2(t) - \dots - N_n(t)$). Те саме стосується і прихильників інших ідей.

2. Швидкість зміни кількості прихильників $N_1(t), \dots, N_n(t)$ (тобто числа прихильників відповідної ідеї, «завербованих» за одиницю часу) складається з:

— зовнішньої швидкості вербовки (пропорційній добутку інтенсивностей $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ на кількість особин, які ще не рекрутовані $N_0 - N_1(t) - N_2(t) - \dots - N_n(t)$), тобто

$$\begin{aligned} & \alpha_1(N_0 - N_1(t) - N_2(t) - \dots - N_n(t)), \\ & \alpha_2(N_0 - N_1(t) - N_2(t) - \dots - N_n(t)) \\ & \dots \\ & \alpha_n(N_0 - N_1(t) - N_2(t) - \dots - N_n(t)) \end{aligned}$$

відповідно;

— внутрішньої швидкості вербовки (вона пропорційна добутку інтенсивностей $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ на відповідну кількість активних прихильників $N_1(t), N_2(t), \dots, N_n(t)$ та на кількість нерекрутованих $N_0 - N_1(t) - N_2(t) - \dots - N_n(t)$, тобто

$$\begin{aligned} & \beta_1 N_1(t)(N_0 - N_1(t) - N_2(t) - \dots - N_n(t)) \\ & \beta_2 N_2(t)(N_0 - N_1(t) - N_2(t) - \dots - N_n(t)), \\ & \dots \\ & \beta_n N_n(t)(N_0 - N_1(t) - N_2(t) - \dots - N_n(t)), \end{aligned}$$

відповідно.

Таким чином, модель можна описати рівняннями типу Лотка-Вольтерра (детальніше про можливі розв'язки та характеристики динамічної системи див. [43]):

$$\begin{aligned} \frac{dN_1(t)}{dt} &= (\alpha_1 + \beta_1 N_1(t))(N_0 - N_1(t) - N_2(t) - \dots - N_n(t)) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} &= (\alpha_2 + \beta_2 N_2(t))(N_0 - N_1(t) - N_2(t) - \dots - N_n(t)) \\ & \dots \\ \frac{dN_n(t)}{dt} &= (\alpha_n + \beta_n N_n(t))(N_0 - N_1(t) - N_2(t) - \dots - N_n(t)) \end{aligned}$$

Нехай стохастична еволюційна система в схемі серій під впливом ергодичного марковського середовища задана стохастичним диференціальним рівнянням [12, 19]

$$du^\varepsilon(t) = C\left(u^\varepsilon(t), x\left(\frac{t}{\varepsilon}\right)\right) dt + d\eta^\varepsilon(t), u^\varepsilon(t) \in R, \quad (2.1)$$

де ε – малий параметр серії, $y^\varepsilon(t)$ – випадкова еволюція, $x(t)$ – рівномірно ергодичний марковський процес, який визначено на стандартному фазовому просторі (X, X) [18] генератором [19]

$$\mathbf{Q}\varphi(x) = q(x) \int_X P(x, dy)[\varphi(y) - \varphi(x)]$$

на банаховому просторі $B(X)$ обмежених функцій з дійсними значеннями і супремум нормою

$$\|\varphi(x)\| = \sup_{x \in X} |\varphi(x)|.$$

Стохастичне ядро $P(x, B), x \in X, B \in X$ визначає рівномірно ергодичний вкладений ланцюг Маркова $x_n = x(\tau_n), n \geq 0$, де τ_n - моменти стрибків вкладеного ланцюга, який має стаціонарний розподіл $\rho(B), x \in X, B \in X$. Стаціонарний розподіл $\pi(B), B \in X$ марковського процесу $x(t), t \geq 0$ можна визначити зі співвідношення [20]

$$\pi(dx)q(x) = q\rho(dx)$$

де

$$q = \int_X \pi(dx)q(x).$$

Визначимо потенційний оператор \mathbf{R}_0 для генератора Q за допомогою співвідношення

$$\mathbf{R}_0 = \mathbf{\Pi} - (\mathbf{\Pi} + \mathbf{Q})^{-1}.$$

Тут $\mathbf{\Pi}\varphi(x) = \int_X \pi(dy)\varphi(y)$ є проектором на підпростір $N_Q = \{\varphi: \mathbf{Q}\varphi = 0\}$ нулів оператора \mathbf{Q} .

Велику кількість конструктивних прикладів, які ілюструють поведінку систем виду (2.1) в умовах ергодичного марковського середовища, читач може знайти в роботах [19, 20].

Імпульсний процес збурень (ІПЗ) $\eta^\varepsilon(t, u) = t \geq 0, u \geq 0, u \in \sim$, у схемі апроксимації Пуассона визначається зі співвідношення [20].

$$\eta^\varepsilon(t, u^\varepsilon(t)) = \int_0^t \eta_x^\varepsilon\left(ds, u^\varepsilon(s), x^\varepsilon\left(\frac{s}{\varepsilon}\right)\right); \quad (2.2)$$

де сукупність процесів із незалежними приростами $\eta_x^\varepsilon(t, u, x), t \geq 0, u \in \sim, x \in X$, визначена за допомогою генераторів [49]

$$\Gamma^\varepsilon(x)\varphi(\omega) = \varepsilon^{-1} \int_R (\varphi(\omega + v) - \varphi(\omega)) \Gamma^\varepsilon(dv, x), x \in X \quad (2.3)$$

і задовольняє умовам пуасонової апроксимації (детальніше див. [19, 20, 36]):

P1: Апроксимація середніх

$$\int_R v \Gamma^\varepsilon(dv, x) = \varepsilon(a(x) + \theta_a(x)), \theta_a(x) \rightarrow 0, \varepsilon \rightarrow 0,$$

і

$$\int_R v^2 \Gamma^\varepsilon(dv, x) = \varepsilon(b(x) + \theta_b(x)), \theta_b(x) \rightarrow 0, \varepsilon \rightarrow 0,$$

P2: Умови на функцію розподілу:

$$\int_R g \Gamma^\varepsilon(dv, x) = \varepsilon(\Gamma_g(x) + \theta_g(x)), \theta_g(x) \rightarrow 0, \varepsilon \rightarrow 0,$$

для всіх $g(v) \in C_3(\sim)$. Тут міра $\Gamma_g(x)$ обмежена для всіх $g(v) \in C_3(\sim)$ і визначена співвідношенням

$$\Gamma_g(x) = \int_R g(v) \Gamma_0(dv, x),$$

Де $C_3(\sim)$ - клас функцій, який визначає міру і містить обмежені функції з дійсними значеннями такі, що $g(v)/|v|^2 \rightarrow 0$ при $v \rightarrow 0$.

P3: Рівномірна квадратична інтегрованість:

$$\limsup_{c \rightarrow \infty} \int_{|v| > c} v^2 \Gamma_0(dv, x) = 0$$

P4: Відсутність дифузійної складової

$$b(x) = \int_R v^2 \Gamma_0(dv, x).$$

Наведемо простий приклад випадкової величини ξ , яка задовольняє умовам пуасонової апроксимації:

$$P\{\xi = b\} = \varepsilon p,$$

$$P\{\xi = \varepsilon a\} = 1 - \varepsilon p.$$

Співвідношення для моментів цієї випадкової величини мають вигляд:

$$E \xi = \varepsilon(a + bp) + o(\varepsilon),$$

$$E \xi^2 = \varepsilon(b^2 p) + o(\varepsilon).$$

Ми розвиваємо підхід побудови моделі інформаційної боротьби на багатовимірний випадок:

$$dN^\varepsilon(t) = C(N^\varepsilon(t), x(t/\varepsilon))dt + d\eta^\varepsilon(t),$$

де

$$\begin{aligned} & C\left(N^\varepsilon(t), x\left(\frac{t}{\varepsilon}\right)\right) = \\ & = \begin{pmatrix} -\alpha_1(x) - \beta_1(x)N_1^\varepsilon(t) & -\alpha_1(x) - \beta_1(x)N_1^\varepsilon(t) \\ -\alpha_2(x) - \beta_2(x)N_2^\varepsilon(t) & -\alpha_2(x) + \beta_2(x)N_0 - \beta_2(x)N_2^\varepsilon(t) \\ \dots & \dots \\ -\alpha_n(x) - \beta_n(x)N_n^\varepsilon(t) & -\alpha_n(x) + \beta_n(x)N_0 - \beta_n(x)N_n^\varepsilon(t) \end{pmatrix} \\ & \begin{pmatrix} -\alpha_1(x) - \beta_1(x)N_1^\varepsilon(t) & -\alpha_1(x) - \beta_1(x)N_1^\varepsilon(t) \\ -\alpha_2(x) - \beta_2(x)N_2^\varepsilon(t) & -\alpha_2(x) + \beta_2(x)N_0 - \beta_2(x)N_2^\varepsilon(t) \\ \dots & \dots \\ -\alpha_n(x) - \beta_n(x)N_n^\varepsilon(t) & -\alpha_n(x) + \beta_n(x)N_0 - \beta_n(x)N_n^\varepsilon(t) \end{pmatrix} \\ & \times \begin{pmatrix} N_1^\varepsilon(t) \\ N_2^\varepsilon(t) \\ \dots \\ N_n^\varepsilon(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha_1 N_0 \\ \alpha_2 N_0 \\ \dots \\ \alpha_n N_0 \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

тут

- $N^\varepsilon(t)$ є n -вимірним вектором розв'язків, компонентами якого є кількості прихильників різних ідей;

- $x(t/\varepsilon)$ є рівномірно ергодичним марковським процесом який моделює вплив середовища на інтенсивності розповсюдження інформації. Це означає, що в період між моментами відновлення такого марковського процесу значення

$\alpha_1(x), \alpha_2(x), \dots, \alpha_n(x)$ $\beta_1(x), \beta_2(x), \dots, \beta_n(x)$ є сталими, як у класичній моделі, натомість в моменти відновлення значення миттєво змінюються. Це моделює випадкові події які відбуваються незалежно від суспільства та суттєво впливають на погляди людей.

Теорема 1. Якщо умови P1 – P4 виконуються, слабка збіжність $\eta^\varepsilon(t) \rightarrow \eta^0(t), \varepsilon \rightarrow 0$, має місце для імпульсного процесу збурень [11]. Граничний процес $\eta^0(t)$ визначається генератором

$$\Gamma\varphi(\omega) = \Pi\Gamma_1(x)\varphi(\omega) = \tilde{a}\varphi(\omega) + \int_R [\varphi(\omega + v) - \varphi(v) - v\varphi'(\omega)]\tilde{\Gamma}_0(dv)$$

де, $\tilde{a} = \int_X \pi(dx)a(a)$, $\tilde{\Gamma}_0(v) = \int_X \pi(dx)\Gamma_0(v, x)$, і є процесом з незалежними приростами, який має як пуассонівську складову, так і детермінований зсув.

Доведення. Генератори процесів з незалежними приростами $\eta^\varepsilon(t, x), t \geq 0, x \in X$, на тестових функціях $\varphi(\omega) \in C_3(R)$ за умов P1-P4 допускають асимптотичне представлення

$$\Gamma^\varepsilon(x)\varphi(\omega) = \Gamma_1(x)\varphi(\omega) + \gamma^\varepsilon(x)\varphi(\omega), \quad (2.4)$$

де

$$\Gamma_1(x)\varphi(\omega) = a(x)\varphi'(\omega) + \int_R (\varphi(\omega + v) - \varphi(\omega) - v\varphi'(\omega))\Gamma_0(dv, x),$$

і залишковий член $\|\gamma^\varepsilon(x)\varphi(\omega)\| \rightarrow 0$ при $\varepsilon \rightarrow 0$.

Справді, розкладаючи функцію $\Gamma_1(x)\varphi(\omega)$ в ряд Тейлора, перетворимо генератор (2.3):

$$\begin{aligned} \Gamma^\varepsilon(x)\varphi(\omega) &= \varepsilon^{-1} \int_R (\varphi(\omega + v) - \varphi(\omega))\Gamma^\varepsilon(dv, x) \\ &= \varepsilon^{-1} \int_R \left(\varphi(\omega + v) - \varphi(\omega) - v\varphi'(\omega) - \frac{1}{2}v^2\varphi''(\omega) \right) \Gamma^\varepsilon(dv, x) \\ &\quad + \varepsilon^{-1} \int_R v\varphi'(\omega)\Gamma^\varepsilon(dv, x) + \frac{1}{2}\varepsilon^{-1} \int_R v^2\varphi''(\omega)\Gamma^\varepsilon(dv, x) \\ &= \int_R \left(\varphi(u + v) - \varphi(v) - v\varphi'(\omega) - \frac{1}{2}v^2\varphi''(\omega) \right) \Gamma_0(dv, x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +a(x)\varphi'(\omega) + \frac{1}{2}b(x)\varphi''(\omega) + \gamma^\varepsilon(x)\varphi(\omega) \\
& = \int_R (\varphi(u+v) - \varphi(v) - v\varphi'(\omega))\Gamma_0(dv, x) + a(x)\varphi'(\omega) + \gamma^\varepsilon(\omega)\varphi(\omega)
\end{aligned}$$

де передостання рівність випливає з умов **P1** і **P2** (зауважимо тут, що функція $\varphi(\omega+v) - \varphi(\omega) - v\varphi'(\omega) - \frac{1}{2}v^2\varphi''(\omega) \in C_3(R)$ оскільки вона обмежена на підставі обмеженості $\varphi(\omega)$ та її похідних і $\left[\varphi(\omega+v) - \varphi(\omega) - v\varphi'(\omega) - \frac{1}{2}v^2\varphi''(\omega)\right]/|v|^2 \rightarrow 0, |v| \rightarrow 0$) а остання рівність випливає з умови **P4**.

Враховуючи, що $\gamma^\varepsilon(\omega)\varphi(\omega) = o(\varepsilon^2), \varphi(\omega) \in C_3(R)$, отримуємо

$$\Gamma^\varepsilon(x)\varphi(\omega) = \Gamma_1(x)\varphi(\omega) + \gamma^\varepsilon(x)\varphi(\omega), \quad (2.4)$$

Згідно означення генератора марковського процесу та вигляду відповідних генераторів процесів $\eta^\varepsilon(t)$ та $x(t/\varepsilon)$ випливає, що генератор двокомпонентного марковського процесу $(\eta^\varepsilon, x(t/\varepsilon))$ має вигляд

$$\hat{\Gamma}^\varepsilon(x)\varphi(\omega, x) = \varepsilon^{-1}\mathbf{Q}\varphi(\omega, x) + \Gamma_1(x)\varphi(\omega, x) + \gamma^\varepsilon(x)\varphi(\omega, x) \quad (2.5)$$

де оператор $\Gamma_1(x)$ визначено в теоремі 1, а залишок $\|\gamma^\varepsilon(x)\varphi(\omega, x)\| \rightarrow 0$, оскільки $\varepsilon \rightarrow 0, \varphi(\omega, \cdot) \in C_3(R)$.

Розглянемо зрізаний оператор

$$\Gamma_0^\varepsilon(x)\varphi(\omega) = \varepsilon^{-1}\mathbf{Q}\varphi(\omega, x) + \Gamma_1(x)\varphi(\omega, x) \quad (2.6)$$

та розв'яжемо проблему сингулярного збурення для зрізаного оператора (2.6) на тестових функціях $\varphi^\varepsilon(\omega, x) = \varphi(\omega) + \varepsilon\varphi_1(\omega, x)$

$$\Gamma_0^\varepsilon(x)\varphi^\varepsilon(\omega, x) = \Gamma\varphi(\omega) + \varepsilon\theta_\eta^\varepsilon(x)\varphi(\omega) \quad (2.7)$$

де залишковий член $\theta_\eta^\varepsilon(x)\varphi(\omega)$ рівномірно обмежена по x .

Оператор Γ визначається з рівності

$$\Gamma = \mathbb{P}\Gamma_1(x)\mathbb{P} \quad (2.8)$$

Для того, щоб рівність (2.7) виконувалась, коефіцієнти однакових степенів ε зліва і справа повинні співпадати. Обчислимо

$$\Gamma_0^\varepsilon(x)\varphi^\varepsilon(\omega, x) = \varepsilon^{-1}\mathbf{Q}\varphi(\omega) + [\mathbf{Q}\varphi_1(\omega, x) + \Gamma_1(x)\varphi(\omega)] + \varepsilon\Gamma_1(x)\varphi_1(\omega, x)$$

$$\mathbf{Q}\varphi(\omega) = 0 \Leftrightarrow \varphi(\omega) \in N_{\mathbf{Q}},$$

тобто, $\varphi(\omega)$ не залежить від x .

Розглянемо рівняння, яке визначає граничний оператор $\Gamma(x)$:

$$\mathbf{Q}\varphi_1(\omega, x) + \Gamma_1(x)\varphi(\omega) = \Gamma(x)\varphi(\omega)$$

Перепишемо останнє рівняння у вигляді:

$$\mathbf{Q}\varphi_1(\omega, x) = [\Gamma(x) - \Gamma_1(x)]\varphi(\omega).$$

Умова розв'язності рівняння дає граничний оператор у вигляді (2.8). Тоді

$$\varphi_1(\omega, x) = R_0[\Gamma_1(x) - \Gamma]\varphi(\omega) \quad (2.9)$$

Використовуючи (2.9), можна звести інші члени розкладу до вигляду

$$\varepsilon\Gamma_1(x)\varphi_1(\omega, x) = \varepsilon[\Gamma_1(x)R_0[\Gamma_1(x) - \Gamma]]\varphi(\omega) = \varepsilon\theta_{\eta}^{\varepsilon}(x)\varphi(\omega)$$

Обмеженість $\theta_{\eta}^{\varepsilon}(x)\varphi(\omega)$ впливає з вигляду генераторів Γ_1 та R_0 . В свою чергу, зі збіжності генераторів впливає збіжність і самих процесів [20].

Теорема 2. Якщо умови $P1 - P4$ виконуються, слабка збіжність $\eta^{\varepsilon}(t) \rightarrow \hat{u}(t)$, $\varepsilon \rightarrow 0$, має місце. Обмеження процесу $\hat{u}(t)$ визначене генератором

$$L\varphi(\omega) = \hat{C}(u)\varphi(\omega) + \Gamma\varphi(\omega),$$

де, $\hat{C}(u) = \int_X \pi(dx)C(u, x)$.

Зауваження 1. Обмеження процесу $\hat{u}(t)$ складається з двох компонентів. Детермінований зсув визначається розв'язком диференціального рівняння

$$d\hat{u}_d(t) = [\hat{C}(\hat{u}_d(t)) + \tilde{a}]dt, \quad (2.10)$$

де додатковий член \tilde{a} з'являється внаслідок накопичення (з нормованим часом t/ε , $\varepsilon \rightarrow 0$) малих стрибків імпульсного процесу, які відбуваються з імовірністю, близькою до одиниці. Друга складова – це рідкісні великі стрибки, які відбуваються з майже нульовою ймовірністю і визначаються через усереднену міру стрибків $\tilde{\Gamma}_0(dv)$ генератором

$$\Gamma_j\varphi(\omega) = \int_X [\varphi(\omega + v) - \varphi(v) - v\varphi(\omega)]\tilde{\Gamma}_0(dv).$$

Зауваження 2. Граничний процес $\hat{u}(t)$ є чисто детермінованим і визначається рівнянням (2.10) у випадку нульової середньої міри стрибків $\tilde{\Gamma}_0(dv)$. Наприклад, якщо всі моменти третього порядку і вище для сімейства процесів з незалежних приростів $\eta^\varepsilon(t, x), t \geq 0, x \in X$ дорівнюють нулю, або якщо виконується умова рівноваги

$$\tilde{\Gamma}_0(v) = \Pi \Gamma_0(v, x) = \int_X \pi(dx) \Gamma_0(v, x) = 0.$$

Доведення. Генератор двокомпонентного марковського процесу $u^\varepsilon(t), x(t/\varepsilon), t \geq 0$, можна подати у вигляді [20]

$$\begin{aligned} \mathbf{L}^\varepsilon(x)\varphi(\omega, x) &= \varepsilon^{-1}\mathbf{Q}\varphi(\omega, x) + \Gamma^\varepsilon(x)\varphi(\omega, x) \\ &+ \mathbf{C}(x)\varphi(\omega, x) + \theta_\omega^\varepsilon\varphi(\omega, x), \end{aligned}$$

де $\Gamma^\varepsilon(x)$ - генератор сімейства процесів з незалежними приростами (2.3),

$$\mathbf{C}(x)\varphi(\omega, x) = C(u, x)\varphi'_\omega(\omega, x)$$

Залишковий член $\|\hat{\theta}_\omega^\varepsilon(x)\varphi(\omega, x)\| \rightarrow 0$, при $\varepsilon \rightarrow 0$.

Генератор $\mathbf{L}^\varepsilon(x)$ допускає асимптотичне представлення

$$\mathbf{L}^\varepsilon(x)\varphi(\omega, x) = \varepsilon^{-1}\mathbf{Q}\varphi(\omega, x) + \Gamma_1(x)\varphi(\omega, x) + \mathbf{C}(x)\varphi(\omega, x) + \hat{\theta}_\omega^\varepsilon\varphi(\omega, x)$$

де $\hat{\theta}_\omega^\varepsilon(x) = \gamma^\varepsilon + \theta_\omega^\varepsilon(x)$ та $\Gamma_1(x)$ визначено в теоремі 1.

Розв'язок задачі про сингулярне збурення для зрізаного оператора

$$\mathbf{L}_0^\varepsilon(x)\varphi = \varepsilon^{-1}\mathbf{Q}\varphi + \Gamma_1(x)\varphi + \mathbf{C}(x)\varphi \quad (2.11)$$

з використанням тест-функцій $\varphi^\varepsilon(\omega, x) = \varphi(\omega) + \varepsilon\varphi_1(\omega, x)$ здійснюється зі співвідношенням

$$\mathbf{L}_0^\varepsilon(x)\varphi^\varepsilon(\omega, x) = \mathbf{L}\varphi(\omega) + \varepsilon\theta_\omega^\varepsilon(x)\varphi(\omega) \quad (2.12)$$

де залишковий член $\theta_\omega^\varepsilon(x)$ є рівномірно обмеженим по x .

Граничний оператор \mathbf{L} визначається формулою

$$\mathbf{L} = \Pi[C(x) + \Gamma_1(x)]\Pi \quad (2.13)$$

Справді, для виконання рівності (2.12), коефіцієнти однакових степенів ε зліва і справа повинні співпадати. Для цього обчислимо

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_0^\varepsilon(x)\varphi^\varepsilon(\omega, x) &= \varepsilon^{-1}\mathbf{Q}(x)\varphi(u, \omega) \\ &+ [\mathbf{Q}\varphi_1(\omega, x) + \Gamma_1(x)\varphi(\omega) + \mathbf{C}(x)\varphi(\omega)] + \varepsilon\Gamma_1(x)\varphi_1(\omega, x) \end{aligned}$$

Оскільки $\mathbf{Q}\varphi(\omega) = 0 \Leftrightarrow \varphi(\omega) \in N_Q$, очевидно, що $\varphi(\omega)$ не залежить від x .

Запишемо рівняння $\mathbf{Q}\varphi_1(\omega, x) + \Gamma_1(x)\varphi(\omega) + \mathbf{C}(x)\varphi(\omega) = \mathbf{L}\varphi(\omega)$ у вигляді

$$\mathbf{Q}\varphi_1(\omega, x) = [\mathbf{L} - \Gamma_1(x) - \mathbf{C}(x)]\varphi(\omega).$$

Умова розв'язності останнього рівняння дає граничний оператор \mathbf{L} у вигляді (2.13). Зі збіжності генераторів випливає збіжність і самих процесів [20].

Для здійснення програмної реалізації було вирішено застосувати мову Python 3.11, візуалізація була здійснена за допомогою пакету Matplotlib 3.8.1, у ролі середовища розробки використано PyCharm CE 2023.1. Також, було вирішено не використовувати готові рішення для проведення розрахунків, що дало додаткову гнучкість, при отриманні числового рішення, наприклад додавання або вилучення дифузії. Разом з тим, хоч і для основних розрахунків готові рішення не використовуються, для окремо взятих складових таких як, генерації числових рядів за нормальним законом розподілу, операції з масивами або табличними даними в наявності мови Python є широкий інструментарій бібліотек, що значним чином скорочує час написання коду.

Розглянемо приклад для шести типів інформаційних загроз з наступними вхідними параметрами: $N_0 = 30000, N_1(0) = 0, N_2(0) = 0, N_3(0) = 0, N_4(0) = 0, N_5(0) = 0, N_6(0) = 0, \alpha_1 = 0.000012, \alpha_2 = 0.000014, \alpha_3 = 0.000011, \alpha_4 = 0.000015, \alpha_5 = 0.000013, \alpha_6 = 0.000011, \beta_1 = 0.00000001, \beta_2 = 0.00000002, \beta_3 = 0.000000009, \beta_4 = 0.00000003, \beta_5 = 0.00000002, \beta_6 = 0.00000001$. Також, були застосовані наступні параметри для характеристики стрибків: $T = 1, \lambda = 5, S = 1$.

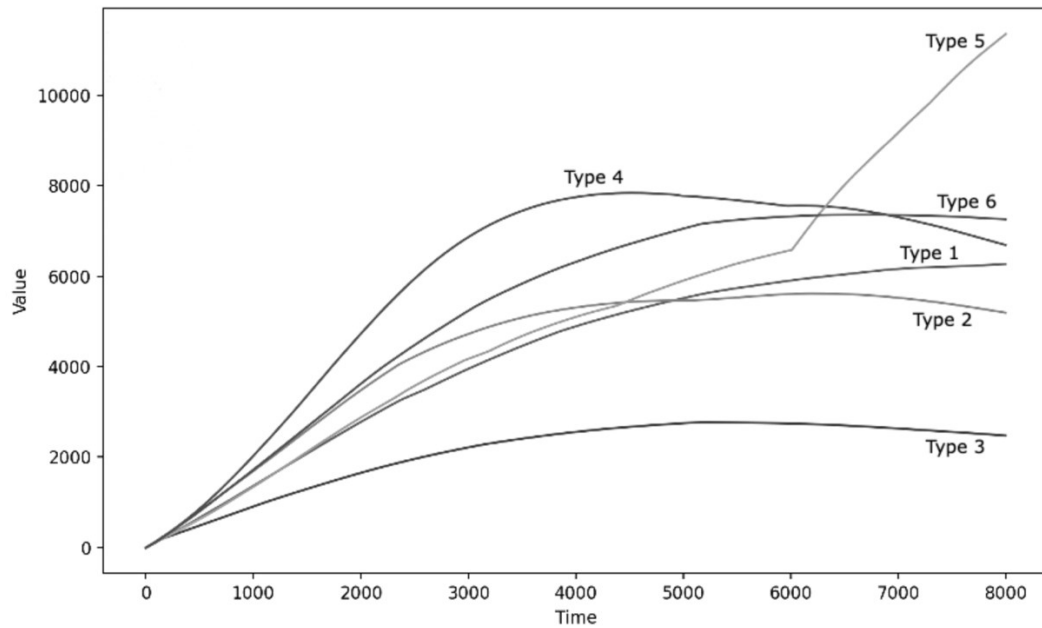


Рис. 2.1 – Візуалізація інформаційної боротьби з додаванням стрибків

Як видно з графіка (рис. 2.1) переможцем є п'ятий тип інформаційної загрози. Хоча на початкових етапах, через очевидну перевагу в силі поширення зовнішнім та внутрішнім каналами, перемагав четвертий тип інформаційної загрози. Цей випадок є хорошою ілюстрацією, як випадкове збурення може суттєво змінити ситуацію на користь іншої інформаційної загрози.

Варто зазначити, що «силою» випадкових збурень можна керувати, наприклад, якщо збільшити параметр S до 10, результати будуть наступні (рис 2.2). Відхилення суттєво збільшилися, у зв'язку із збільшенням кількості стрибків, загальна ситуація стала менш передбачуваною.

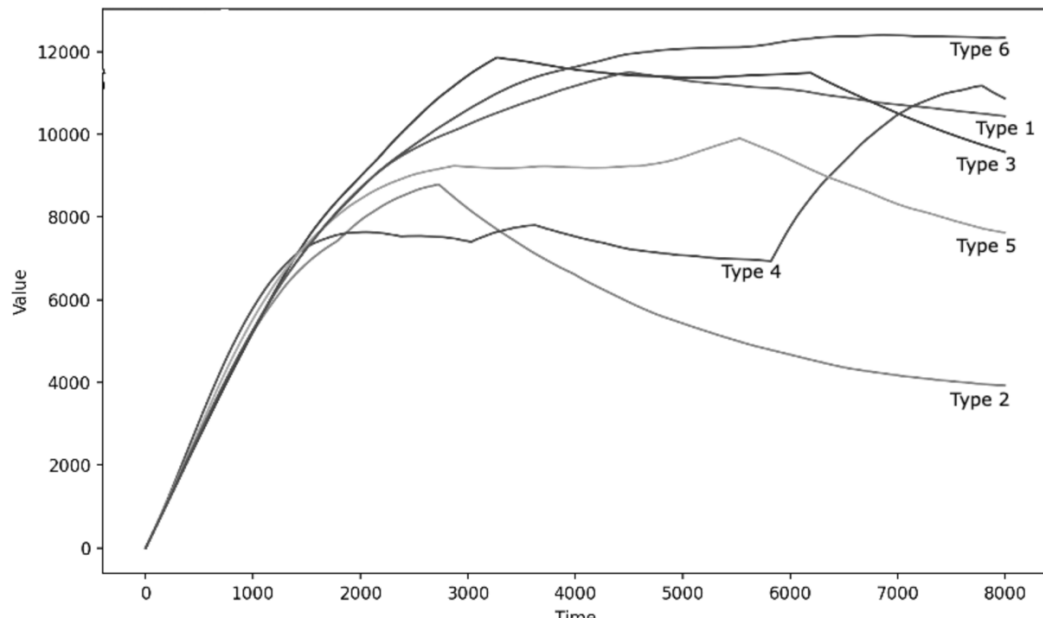


Рис. 2.2 – Візуалізація інформаційної боротьби з додаванням стрибків з більшою кількістю стрибків

Як видно з графіка, на початкових етапах переможцем, як і очікувалося був четвертий тип інформаційної загрози, проте після кількох збурень переможцем неочікувано став шостий тип інформаційної загрози.

Також, цікаво буде розглянути випадок з однаковими вхідними параметрами для всіх типів інформаційних загроз. $N_0 = 30000, N_1(0) = 0, N_2(0) = 0, N_3(0) = 0, \alpha_1 = 0.000012, \alpha_2 = 0.000012, \alpha_3 = 0.000012, \alpha_4 = 0.000012, \alpha_5 = 0.000012, \alpha_6 = 0.000012, \beta_1 = 0.00000001, \beta_2 = 0.00000001, \beta_3 = 0.00000001, \beta_4 = 0.00000001, \beta_5 = 0.00000001, \beta_6 = 0.00000001$. Якщо ми відобразимо описану ситуацію, виключивши стрибки, очевидно, що кожен з типів інформаційних загроз отримає однакову кількість adeptів (рис. 2.3).

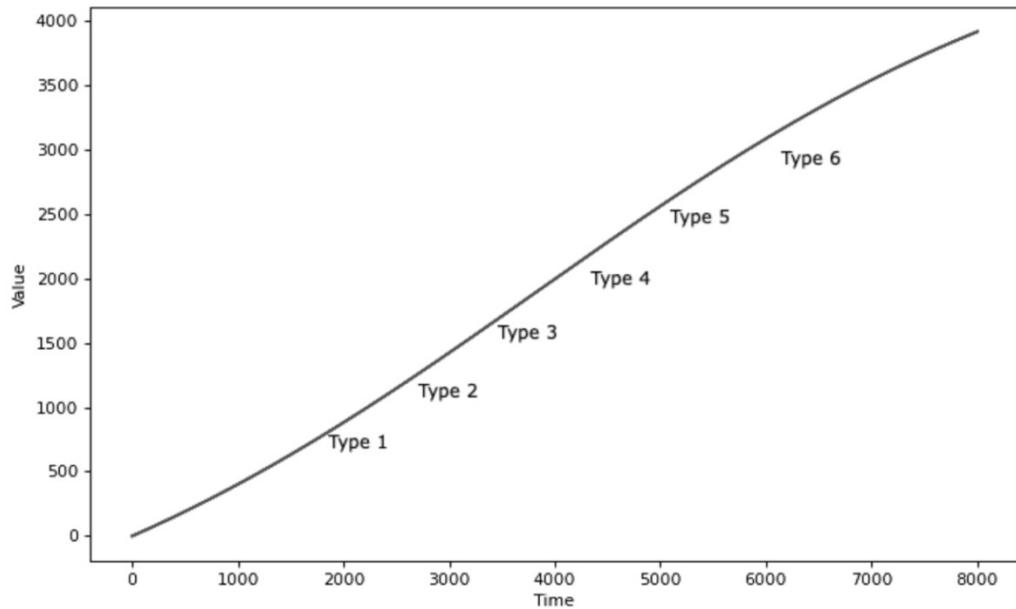


Рис. 2.3 – Відображення випадку з однаковими вхідними параметрами та без випадкової компоненти

Але додавши стрибки з наступними параметрами: $T = 1$, $\lambda = 5$, $S = 5$, ситуація суттєво змінюється (рис. 2.4).

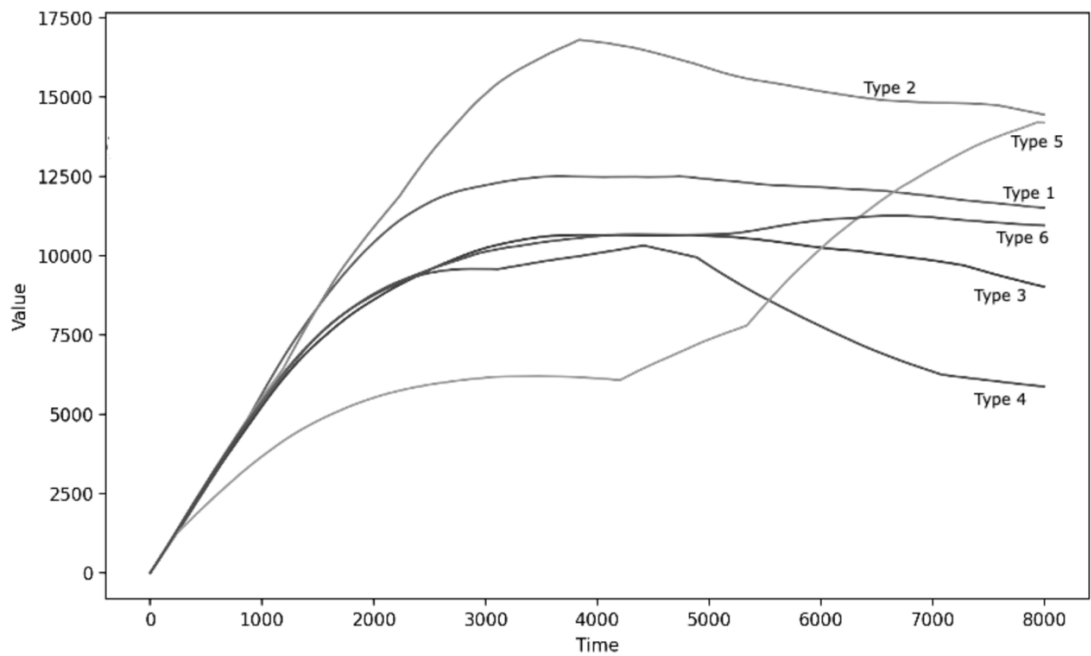


Рис. 2.4 – Візуалізація результатів для випадку з однаковими вхідними параметрами та додаванням стрибків

Також, оскільки процес випадковий, очікувано, що наступна симуляція, навіть без зміни вхідних параметрів, покаже інші результати (рис. 2.5).

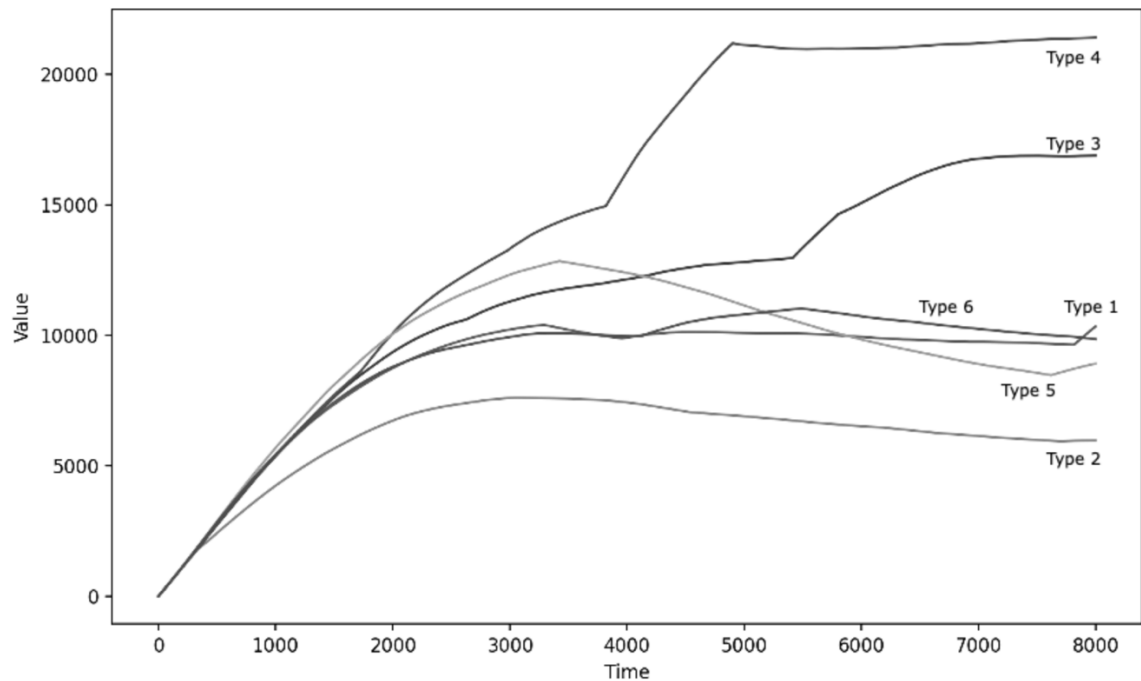


Рис. 2.5 – Візуалізація результатів для випадку з однаковими вхідними параметрами та стрибків, друга симуляція

Звичайно ж, можна очікувати і зміну типу інформаційної загрози, що виступила переможцем.

2.2 Схеми апроксимації Леві

Модель Лотка-Вольтерра, що описує взаємодію типу «хижак-здобич» є однією з основних видів моделей багатьох процесів у прикладній математиці, соціальних науках та економіці [8, 11, 19-20, 23, 25]. Застосування цього підходу до моделі інформаційної війни було запропоновано в [43]. Автори розглядають деяку соціальну спільноту зі сталою кількістю осіб N_0 , яку потенційно піддають

деякій інформаційній загрозі кількох типів. Слід розуміти, що кожен з типів інформації може нести як позитивне, так і негативне забарвлення, цікавим є випадок поширення інформаційних загроз, наприклад через соціальні мережі або телеканали, що перебувають у власності представників антагоністичних думок. Розповсюдження яких призводить до розділення суспільства і виникнення питання про переможця в інформаційній війні. Значення $N_1(t), N_2(t), \dots, N_n(t)$ – кількості «прихильників» залежно від часу t , які сприйняли нову інформацію, ідеї, норми тощо. Основним недоліком класичної моделі є, по-перше, сталість характеристик (інтенсивностей) інформаційного впливу, а також відсутність можливостей врахувати раптові непередбачувані події які впливають на свідомість споживачів інформації. Очевидно, в сучасному світі де інформація розповсюджується миттєво і одночасно покриває широку аудиторію подібні рідкісні але дуже впливові чинники впливу треба обов'язково враховувати. Ми пропонуємо модель у вигляді динамічної системи, яка враховує як випадковий вплив середовища на інтенсивності розповсюдження інформації, так і рідкісні випадкові стрибки які короткочасно, натомість суттєво змінюють кількості «адептів» відповідних ідей.

Для виникнення дифузійної компоненти необхідна наявність сингулярної складової в асимптотичному представленні першої передбачуваної характеристики, яка визначається математичним сподіванням стрибків.

Також, для спрощення процесу прийняття рішень та візуалізації отриманих результатів, вирішено створити програмну реалізацію для описаного вище процесу. Мовою програмування обрано Python 3.11, пакет візуалізації розрахунків Matplotlib 3.8.1, також було вирішено не використовувати готові рішення для проведення основних розрахунків з метою збереження повного контролю над побудовою числового рішення. Розробка програмного рішення відбувалася у середовищі розробки PyCharm CE 2023.1.

У цій частині дослідимо модель інформаційної боротьби з імпульсним впливом та марковськими переключеннями:

$$dN^\varepsilon(t) = C(N^\varepsilon(t), x(t/\varepsilon^2))dt + d\eta^\varepsilon(t), \quad (2.13)$$

де

$$C\left(N^\varepsilon(t), x\left(\frac{t}{\varepsilon^2}\right)\right) = \begin{pmatrix} -\alpha_1(x) + \beta_1(x)N_0 - \beta_1(x)N_1^\varepsilon(t) & -\alpha_1(x) - \beta_1(x)N_1^\varepsilon(t) \\ -\alpha_2(x) - \beta_2(x)N_2^\varepsilon(t) & -\alpha_2(x) + \beta_2(x)N_0 - \beta_2(x)N_2^\varepsilon(t) \\ \dots & \dots \\ -\alpha_n(x) - \beta_n(x)N_n^\varepsilon(t) & -\alpha_n(x) - \beta_n(x)N_n^\varepsilon(t) \\ -\alpha_1(x) - \beta_1(x)N_1^\varepsilon(t) & -\alpha_1(x) - \beta_1(x)N_1^\varepsilon(t) \\ -\alpha_2(x) - \beta_2(x)N_2^\varepsilon(t) & -\alpha_2(x) - \beta_2(x)N_2^\varepsilon(t) \\ \dots & \dots \\ -\alpha_n(x) - \beta_n(x)N_n^\varepsilon(t) & -\alpha_n(x) + \beta_n(x)N_0 - \beta_n(x)N_n^\varepsilon(t) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} N_1^\varepsilon(t) \\ N_2^\varepsilon(t) \\ \dots \\ N_n^\varepsilon(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha_1 N_0 \\ \alpha_2 N_0 \\ \dots \\ \alpha_n N_0 \end{pmatrix}, \quad (2.14)$$

тут

- $N^\varepsilon(t)$ є n -вимірним вектором розв'язків, компонентами якого є кількості прихильників різних ідей;

- $x(t/\varepsilon^2)$ є рівномірно ергодичним марковським процесом який моделює вплив середовища на інтенсивності розповсюдження інформації. Це означає, що в період між моментами відновлення такого марковського процесу значення $\alpha_1(x), \alpha_2(x), \dots, \alpha_n(x)$ $\beta_1(x), \beta_2(x), \dots, \beta_n(x)$ є сталими, як у класичній моделі, натомість в моменти відновлення значення миттєво змінюються. Це моделює випадкові події які відбуваються незалежно від суспільства та суттєво впливають на погляди людей. Марковський випадковий процес $x(t/\varepsilon^2)$ визначений у стандартному фазовому просторі (X, \mathbf{X}) , який задається генератором [6], [9], [27], [33]

$$Q\varphi(x) = q(x) \int_X P(x, dy)[\varphi(y) - \varphi(x)]$$

на банаховому просторі $B(X)$ обмежених функцій з дійсними значеннями і супремум нормою

$$\|\varphi(x)\| = \sup_{x \in X} |\varphi(x)|.$$

Стохастичне ядро $P(x, B), x \in X, B \in \mathbf{X}$ визначає рівномірно ергодичний вкладений ланцюг Маркова $x_n = x(\tau_n), n \geq 0$, де τ_n – моменти стрибків вкладеного ланцюга, який має стаціонарний розподіл $\rho(B), x \in X, B \in \mathbf{X}$. Стаціонарний розподіл $\pi(B), B \in \mathbf{X}$, марковського процесу $x(t), t \geq 0$ можна визначити зі співвідношення [11]

$$\pi(dx)q(x) = q\rho(dx),$$

де

$$q = \int_X \pi(dx)q(x)$$

Визначимо потенціальний оператор R_0 для генератора Q с допомогою співвідношення

$$R_0 = \Pi - (\Pi + Q)^{-1},$$

в якому $\Pi\varphi(x) = \int_X \pi(dy)\varphi(y)$ є проектором на підпростір $N_Q = \{\varphi: Q\varphi = 0\}$ нулів оператора Q .

Імпульсний процес збурень (ІПЗ) [9-10], [27], [38], [42] $\eta^\varepsilon(t), t \geq 0$, у схемі апроксимації Леві задається співвідношенням

$$\eta^\varepsilon(t) = \int_0^t \eta^\varepsilon(ds, x^\varepsilon(s/\varepsilon^2));$$

де сукупність процесів с незалежними приростами $\eta^\varepsilon(t, x), t \geq 0, x \in X$, визначається генераторами

$$\Gamma^\varepsilon(x)\varphi(w) = \varepsilon^{-2} \int_R (\varphi(w+v) - \varphi(w)) \Gamma^\varepsilon(dv, x), x \in X$$

та задовольняють умови апроксимації Леві:

L1: *Апроксимація середніх:*

$$\int_R v \Gamma^\varepsilon(dv, x) = \varepsilon a_1(x) + \varepsilon^2 (a_2(x) + \theta_a(x)), \theta_a(x) \rightarrow 0, \varepsilon \rightarrow 0,$$

та

$$\int_{\mathbb{R}} v^2 \Gamma^\varepsilon(dv, x) = \varepsilon^2 (b(x) + \theta_b(x)), \theta_b(x) \rightarrow 0, \varepsilon \rightarrow 0.$$

L2: Умова на функцію розподілу:

$$\int_{\mathbb{R}} g(v) \Gamma^\varepsilon(dv, x) = \varepsilon^2 (\Gamma_g(x) + \theta_g(x)), \theta_g(x) \rightarrow 0, \varepsilon \rightarrow 0$$

для всіх $g(v) \in C_3(\mathbb{R})$. Тут міра $\Gamma_g(x)$ обмежена для всіх $g(v) \in C_3(\mathbb{R})$ та визначається співвідношенням

$$\Gamma_g(x) = \int_{\mathbb{R}} g(v) \Gamma_0(dv, x), g(v) \in C_3(\mathbb{R}),$$

де $C_3(\mathbb{R})$ – клас функцій, які визначають міру і містять обмежені функції з дійсними значеннями такі, що $g(v)/|v|^2 \rightarrow 0$ при $v \rightarrow 0$.

L3: Рівномірна квадратична інтегрованість:

$$\limsup_{c \rightarrow \infty} \int_{|v| > c} v^2 \Gamma_0(dv, x)$$

Далі розглянемо асимптотичний аналіз моделі. Припустимо, що виконується умова балансу

$$\hat{a}_1 := \int_X \pi(dx) a_1(x) = 0 \quad (2.15)$$

Наведемо асимптотичні властивості імпульсного процесу збурень, отримані в роботі [5].

Теорема 1. Якщо виконуються умова балансу, а також умови апроксимації Леві **L1** – **L3**, то має місце слабка збіжність

$$\eta^\varepsilon(t) \rightarrow \eta^0(t), \varepsilon \rightarrow 0.$$

Граничний процес $\eta^0(t)$ визначається з допомогою генератора

$$\Gamma\varphi(w) = \hat{a}_2 \varphi'(w) + \frac{1}{2} \sigma^2 \varphi''(w) + \int_{\mathbb{R}} [\varphi(w+v) - \varphi(v)] \hat{\Gamma}_0(dv),$$

де

$$\hat{a}_2 = \int_X \pi(dx) (a_2(x) - a_0(x)),$$

$$\sigma^2 = \int_X \pi(dx)(b(x) - b_0(x)) + 2 \int_X \pi(dx)a_1(x)R_0a_1(x),$$

$$a_0(x) = \int_R v\Gamma_0(dv, x), b_0(x) = \int_R v^2\Gamma_0(dv, x), \hat{\Gamma}_0(v) = \int_X \pi(dx)\Gamma_0(v, x).$$

Таким чином, в границі ми отримали процес Леві, який має три компоненти: детермінований зсув, дифузійну складову та пуассонову стрибкову частину.

Далі ми готові дослідити асимптотичні властивості динамічної системи (2.13), зокрема, використовуючи підходи, запропоновані у [8], [40].

Доведення. Для нашої моделі (2.13) наведемо основні етапи доведення з більш детальними поясненнями при доведенні Теорема 2 для всієї динамічної системи.

Як відомо [20], генератори процесів з незалежними приростами $\eta^\varepsilon(t, x), t \geq 0, x \in X$, на тестових функціях $\varphi(\omega) \in C^3(R)$ за умов L1-L3 допускають асимптотичне представлення

$$\Gamma^\varepsilon(x)\varphi(\omega) = \varepsilon^{-1}\Gamma_1(x)\varphi(\omega) + \Gamma_2(x)\varphi(\omega)$$

де

$$\begin{aligned} \Gamma_1(x)\varphi(\omega) &= a_1(x)\varphi'(\omega) \\ \Gamma_2(x)\varphi(\omega) &= (a_2(x) - a_0(x))\varphi'(\omega) + \frac{1}{2}(b(x) - b_0(x))\varphi''(\omega) + \\ &+ \int_R [\varphi(\omega + v) - \varphi(v)]\Gamma_0(dv, x) \end{aligned}$$

Також, добре відомий факт [20] що генератор двокомпонентного марковського процесу $(\eta^\varepsilon, x(t/\varepsilon^2)), t \geq 0$ має вигляд

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma}^\varepsilon(x)\varphi(\omega, x) &= \varepsilon^{-2}\mathbf{Q}\varphi(\omega, x) + \varepsilon^{-1}\Gamma_1(x)\varphi(\omega, x) + \\ &+ \Gamma_2(x)\varphi(\omega, x) + \gamma^\varepsilon(x)\varphi(\omega, x) \end{aligned}$$

де залишковий член $\|\gamma^\varepsilon(x)\varphi(\omega, x)\| \rightarrow 0$ at $\varepsilon \rightarrow 0, \varphi(\omega, \cdot) \in C^3(R)$.

Давайте також розглянемо зрізаний генератор:

$$\Gamma_0^\varepsilon(x)\varphi(\omega) = \varepsilon^{-2}\mathbf{Q}\varphi(\omega, x) + \varepsilon^{-1}\Gamma_1(x)\varphi(\omega, x) + \Gamma_2(x)\varphi(\omega, x)$$

При виконанні умов балансу (2.15) розв'язок сингулярної задачі про збурення для зрізаного генератора $\Gamma_0^\varepsilon(x)$ на тестових функціях

$$\varphi^\varepsilon(\omega, x) = \varphi(\omega) + \varepsilon\varphi_1(\omega, x) + \varepsilon^2\varphi_2(\omega, x)$$

здійснюється відношення [20]

$$\Gamma_0^\varepsilon(x)\varphi^\varepsilon(\omega, x) = \Gamma\varphi(\omega) + \varepsilon\theta_\eta^\varepsilon(x)\varphi(\omega)$$

де залишковий член $\theta_\eta^\varepsilon(x)\varphi(\omega)$ рівномірно обмежений в точці x .

Граничний оператор визначається за формулою

$$\Gamma = \Pi\Gamma_1(x)R_0\Gamma_1(x)\Pi + \Pi\Gamma_2(x)\Pi$$

і застосовуючи Теорему 6.3 з [20], отримуємо необхідну збіжність процесів, тобто твердження Теорема 1.

Теорема 2. *При виконанні умови балансу та умов апроксимації Леві L1 - L3 справедливою є слабка збіжність в сенсі збіжності генераторів*

$$(u^\varepsilon(t), \eta^\varepsilon(t)) \rightarrow (u^0(t), \eta^0(t)), \varepsilon \rightarrow 0.$$

Граничний процес визначається генератором

$$L\varphi(w, v) = \hat{C}(u)\varphi'(w, \cdot) + \Gamma\varphi(x)$$

у якому генератори Γ_w і Γ_v мають однакову структуру (Γ визначено в Теоремі 1), але діють за різними аргументами вектор-функції $\varphi(w, v)$.

Усереднена функція має вигляд

$$\hat{C}(u) = \int_X \pi(dx)C(u, x).$$

Доведення. Як було встановлено в монографії [20], генератор двокомпонентного марковського процесу $(u^\varepsilon(t), x(t/\varepsilon^2)), t \geq 0$, можна записати у вигляді

$$L^\varepsilon(x)\varphi(\omega, x) = \varepsilon^{-2}Q\varphi(\omega, x) + \Gamma^\varepsilon(x)\varphi(\omega, x) + \\ + C(x)\varphi(\omega, x) + \theta_\omega^\varepsilon\varphi(\omega, x)$$

де

$$C(x)\varphi(\omega, x) = C(u, x)\varphi'_\omega(\omega, x)$$

та $\|\theta_\omega^\varepsilon(x)\varphi(\omega, x)\| \rightarrow 0$ at $\varepsilon \rightarrow 0$

Генератор $L^\varepsilon(x)$ у випадку імпульсного процесу збурення допускає асимптотичне представлення [20].

$$L^\varepsilon(x)\varphi(\omega, x) = \varepsilon^{-2}\mathbf{Q}\varphi(\omega, x) + \varepsilon^{-1}\Gamma_1(x)\varphi(\omega, x) + \\ + \Gamma_2(x)\varphi(\omega, x) + \mathbf{C}(x)\varphi(\omega, x) + \hat{\theta}_\omega^\varepsilon\varphi(\omega, x)$$

де

$$\hat{\theta}_\omega^\varepsilon(x) = \gamma^\varepsilon + \theta_\omega^\varepsilon(x), \\ \Gamma_1(x)\varphi(\omega) = a_1(x)\varphi'(\omega), \\ \Gamma_2(x)\varphi(\omega) = (a_2(x) - a_0(x))\varphi'(\omega) + \frac{1}{2}(b(x) - b_0(x))\varphi''(\omega) + \\ + \int_R[\varphi(\omega + v) - \varphi(v)]\Gamma_0(dv, x).$$

Остача $\|\hat{\theta}_\omega^\varepsilon(x)\varphi(\omega, x)\| \rightarrow 0$ при $\varepsilon \rightarrow 0$.

Застосовуємо зрізаний оператор виду:

$$L_0^\varepsilon(x)\varphi = \varepsilon^{-2}\mathbf{Q}\varphi + \varepsilon^{-1}\Gamma_1(x)\varphi + \Gamma_2(x)\varphi + \mathbf{C}(x)\varphi \quad (2.16)$$

Враховуючи виконання умови балансу (2.15), розв'яжемо задачу про сингулярне збурення для зрізаного оператора (2.16) на тестових функціях

$$\varphi^\varepsilon(\omega, x) = \varphi(\omega) + \varepsilon\varphi_1(\omega, x) + \varepsilon^2\varphi_2(\omega, x)$$

використовуючи відношення

$$L_0^\varepsilon(x)\varphi^\varepsilon(\omega, x) = \mathbf{L}\varphi(\omega) + \varepsilon^2\theta_\omega^\varepsilon(x)\varphi(\omega) \quad (2.17)$$

де залишковий член $\theta_\omega^\varepsilon(x)$ є рівномірно обмежений в точці x .

Граничний оператор \mathbf{L} задається формулою

$$\mathbf{L} = \Pi[\mathbf{C}(x) + \Gamma_1(x)R_0\Gamma_1(x) + \Gamma_2(x)]\Pi \quad (2.18)$$

Для виконання рівності (2.17), необхідно, щоб коефіцієнти з однаковими степенями ε в лівій і правій частинах були рівними. Для цього розрахуємо:

$$L_0^\varepsilon(x)\varphi^\varepsilon(\omega, x) = \varepsilon^{-2}\mathbf{Q}(x)\varphi(\omega) + \\ + \varepsilon^{-1}[\mathbf{Q}\varphi_1(\omega, x) + \Gamma_1(x)\varphi(\omega)] + \\ + [\mathbf{Q}\varphi_2(\omega, x) + \Gamma_1(x)\varphi_1(\omega, x) + \\ + \Gamma_2(x)\varphi + \mathbf{C}(x)\varphi(\omega)] +$$

$$+\varepsilon[\Gamma_1(x)\varphi_2(\omega, x) + \Gamma_2(x)\varphi_1(\omega, x) + C(x)\varphi_1(\omega, x)] + \\ +\varepsilon^2[\Gamma_2(x)\varphi_2(\omega, x) + C(x)\varphi_2(\omega, x)]$$

Оскільки

$$\mathbf{Q}\varphi(\omega) = 0 \Leftrightarrow \varphi(\omega) \in N_{\mathbf{Q}},$$

Тоді $\varphi(\omega)$ не залежить від x .

Умова рівноваги (2.15) є умовою розв'язності рівняння

$$\mathbf{Q}\varphi_1(\omega, x) + \Gamma_1(x)\varphi(\omega) = 0$$

Тоді,

$$\varphi_1(\omega, x) = R_0\Gamma_1(x)\varphi(\omega),$$

та

$$\mathbf{Q}\varphi_2(\omega, x) + \Gamma_1(x)\varphi_1(\omega, x) + \\ +\Gamma_2(x)\varphi(\omega) + C(x)\varphi(\omega) = \mathbf{L}\varphi(\omega).$$

або

$$\mathbf{Q}\varphi_2(\omega, x) = [\mathbf{L} - \Gamma_1(x)R_0\Gamma_1(x) - \Gamma_2(x) - C(x)]\varphi(\omega)$$

Умова розв'язності останнього рівняння дає граничний оператор \mathbf{L} у вигляді (2.18). Застосовуючи теорему 6.3 з [20], остаточно отримуємо твердження Теорема 2.

Далі, розглянемо програмну реалізацію моделі інформаційної боротьби для n -типів інформаційних загроз з врахуванням описаних вище випадкових процесів. Для здійснення програмної реалізації було вирішено застосувати мову Python 3.11, візуалізація була здійснена за допомогою пакету Matplotlib 3.8.1, як середовище розробки, було використано PyCharm SE 2023.1. Також, було вирішено не використовувати готові рішення для проведення розрахунків, що дало додаткову гнучкість, при отриманні числового рішення, наприклад додавання або вилучення дифузії та стрибків. Разом з тим, хоч і для основних розрахунків готові рішення не використовуються, для окремо взятих складових таких як, генерації числових рядів за нормальним законом розподілу, операції з масивами або табличними

даними в наявності мови Python є широкий інструментарій бібліотек, що значним чином скорочує час написання коду.

Розглянемо приклад для шести типів інформаційних загроз з наступними вхідними параметрами: $N_0 = 500000$, $N_1(0) = 0$, $N_2(0) = 0$, $N_3(0) = 0$, $N_4(0) = 0$, $N_5(0) = 0$, $N_6(0) = 0$, $\alpha_1 = 0.000012$, $\alpha_2 = 0.000014$, $\alpha_3 = 0.000011$, $\alpha_4 = 0.000015$, $\alpha_5 = 0.000013$, $\alpha_6 = 0.000011$, $\beta_1 = 0.00000001$, $\beta_2 = 0.00000002$, $\beta_3 = 0.000000009$, $\beta_4 = 0.00000002$, $\beta_5 = 0.00000002$, $\beta_6 = 0.00000001$.

Також для характеристики процесу дифузії використовувалися такі параметри: $\theta = 1$, $\sigma = 5$. Ці значення використовуються для обчислення асимптотичного середньоквадратичного відхилення в рамках методу Ейлера-Маруяма для отримання чисельного розв'язку. Змінюючи ці значення, ми можемо збільшувати або зменшувати відхилення процесу дифузії.

Характеристики стрибкоподібного процесу мають вигляд $\lambda = 5$, $\sigma = 5$. Тут ми використовуємо дискретний стрибкоподібний процес, тому λ - це інтенсивність стрибків, а σ використовується для опису мінливості.

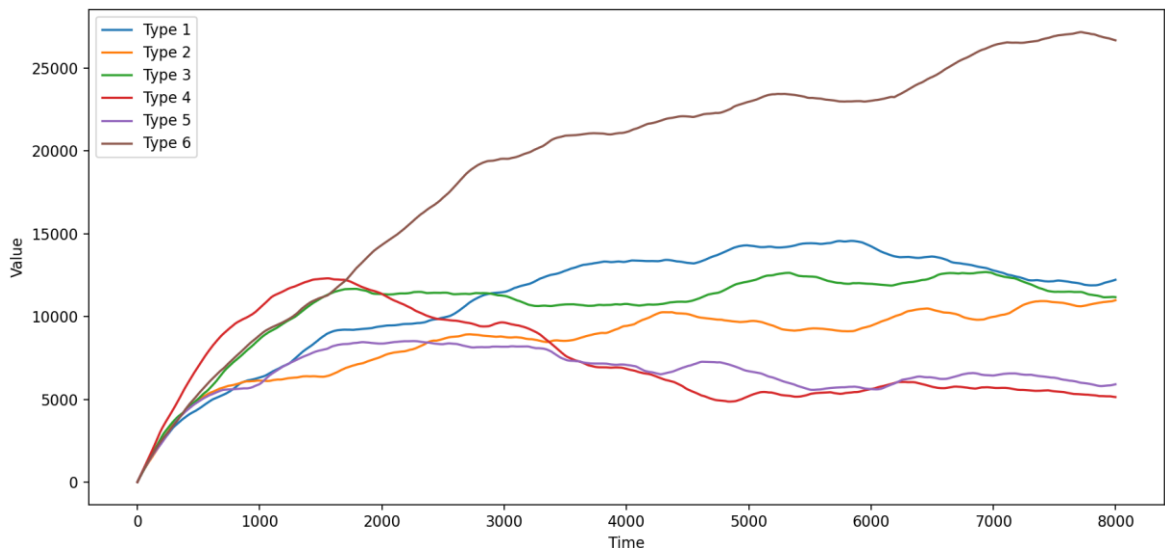


Рис. 2.6 – Візуалізація інформаційної боротьби з додавання дифузії

Як показано на (рис. 2.6), четвертий тип інформаційної загрози стає лідером, що пояснюється його значно вищими початковими коефіцієнтами. Однак варто

зазначити, що на початкових етапах лідерство тимчасово переходило до інших типів інформаційних загроз, насамперед під впливом випадкових зсувів. У реальних умовах такі зрушення можуть проявлятися у вигляді неочікуваних простоїв або поширення компромоту окремими телеканалами.

Доречно підкреслити, що величиною випадкових збурень, яку часто називають «силою», можна маніпулювати в експериментальних цілях. Наприклад, збільшення таких параметрів, як θ і σ до значень 4 і 8 відповідно, помітно впливає на отримані результати. Примітно, що відхилення значно зростають за таких умов.

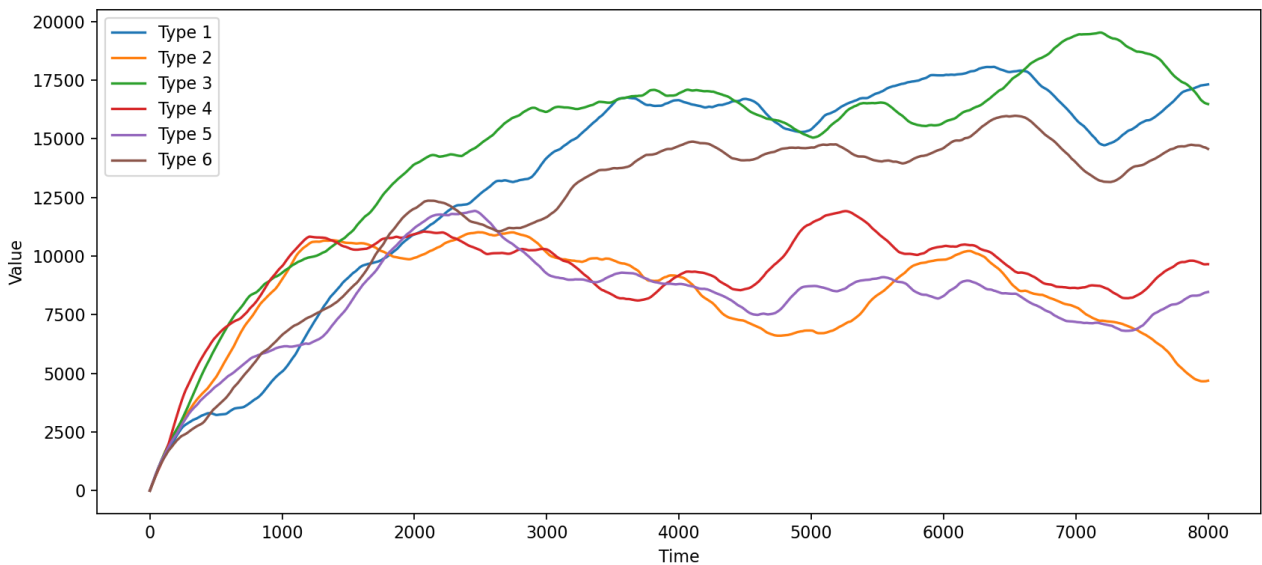


Рис. 2.7 – Візуалізація інформаційної боротьби з додавання дифузії за вищих випадкових відхиленнях

Як видно з графіка (рис. 2.7), четвертий тип інформаційної загрози більше не зберігає свого статусу домінуючого претендента. Це спостереження підкреслює важливий висновок: навіть коли сукупна значущість коефіцієнтів α_n і β_n є значною, вона не може гарантувати вирішального впливу за певних умов. Виникнення такого результату підкреслює потенційний вплив робастних випадкових процесів. Ці процеси, що характеризуються непередбачуваністю та силою, здатні суттєво впливати на динаміку поширення інформації. Отже, навіть фактори, які традиційно вважаються впливовими, можуть бути відсунуті на другий план або

пом'якшені дією цих потужних випадкових процесів. Це усвідомлення підкреслює важливість врахування стохастичних елементів при моделюванні та аналізі динаміки поширення інформації, оскільки вони можуть суттєво змінювати очікувані результати і ставити під сумнів традиційні інтерпретації впливу та домінування.

Крім того, ми також розглядаємо випадок, коли однакові вхідні параметри застосовуються до всіх типів інформаційних загроз.

$$N_0 = 500000, \quad N_1(0) = 0, \quad N_2(0) = 0, \quad N_3(0) = 0, \quad N_4(0) = 0, \quad N_5(0) = 0, \\ N_6(0) = 0, \quad \alpha_1 = 0.000012, \quad \alpha_2 = 0.000012, \quad \alpha_3 = 0.000012, \quad \alpha_4 = 0.000012, \quad \alpha_5 = \\ 0.000012, \quad \alpha_6 = 0.000012, \quad \beta_1 = 0.00000001, \quad \beta_2 = 0.00000001, \quad \beta_3 = 0.00000001, \\ \beta_4 = 0.00000001, \quad \beta_5 = 0.00000001, \quad \beta_6 = 0.00000001$$

Якщо проаналізувати наведений вище сценарій, стає очевидним, що можна було б очікувати рівного розподілу прихильників за кожним типом інформаційних загроз. Однак через взаємодію процесів дифузії та раптових стрибків результат стає непередбачуваним за своєю суттю. Процес дифузії, що характеризується поступовим поширенням інформації в часі, взаємодіє зі стохастичними стрибками, які являють собою раптові, значні зміни в кількості прихильників певних ідей. В результаті дії цих динамічних сил розподіл прихильників між різними типами інформаційних загроз відхиляється від рівномірного, що призводить до непередбачуваних результатів. Ця непередбачуваність проілюстрована на рисунку 3, де мінливий характер розподілу підкреслює складну динаміку, що має місце в поширенні інформації.

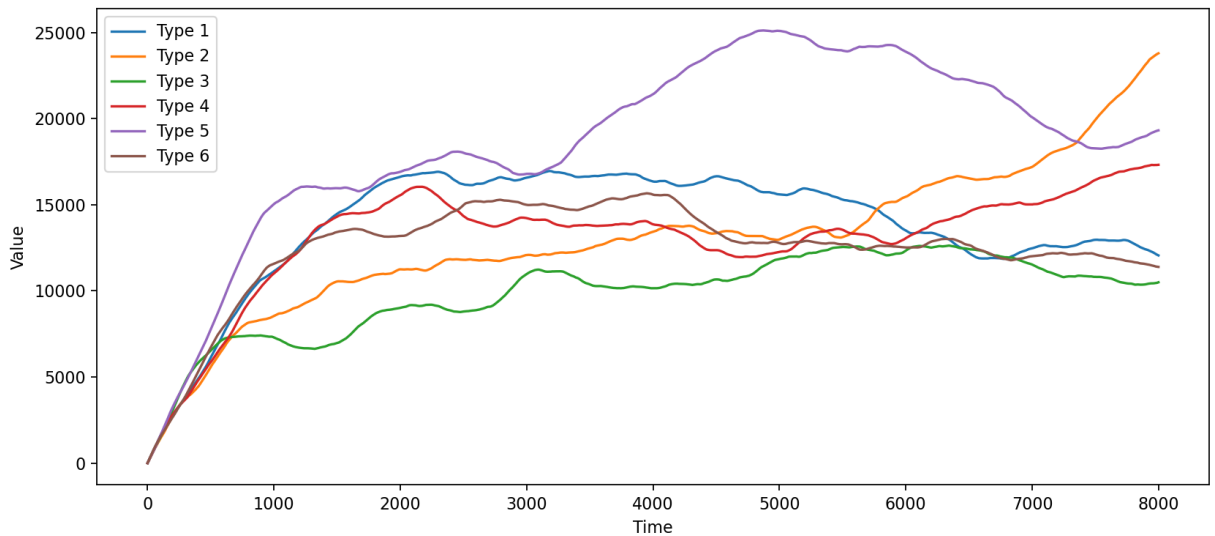


Рис. 2.8 – Відображення випадку з однаковими вхідними параметрами та без випадкової компоненти

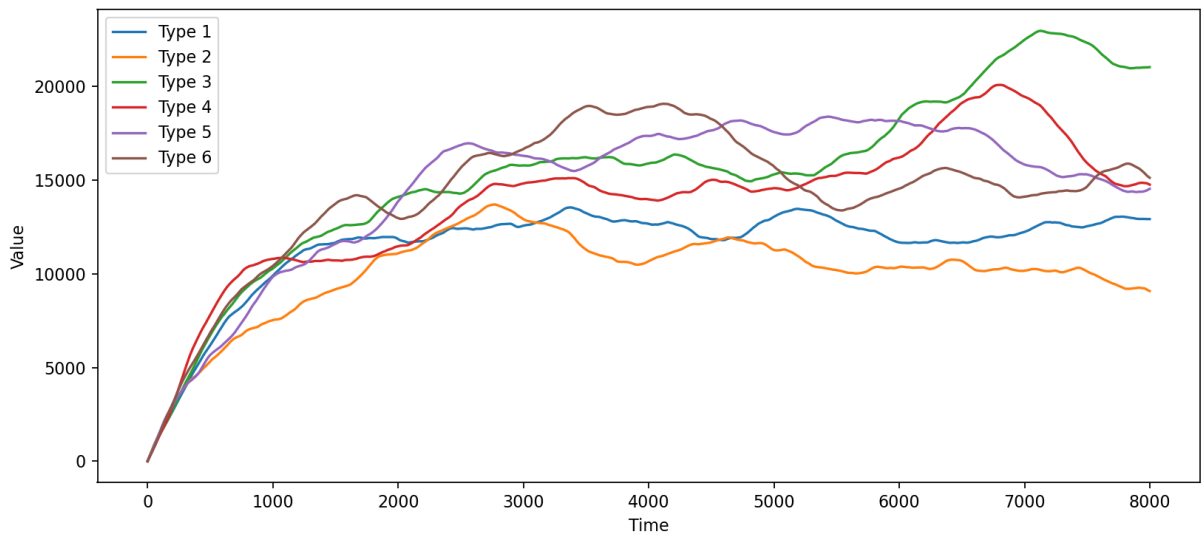


Рис. 2.9 – Відображення випадку з однаковими вхідними параметрами для кожної інформаційної загрози, друга симуляція

Враховуючи стохастичну природу процесу, очікується, що наступні симуляції даватимуть різні результати, навіть за відсутності змін у вхідних параметрах. Ця випадковість пов'язана з непередбачуваністю певних факторів, що впливають на моделювання, таких як початкові умови або зовнішні змінні. Як наслідок, кожен

запуск симуляції може давати різні результати, що відображає притаманну мінливість системи, яка моделюється. Тому очікування спостерігати різні результати в послідовних симуляціях, навіть якщо вхідні параметри залишаються незмінними, є природним наслідком випадковості, притаманної процесу моделювання (рис. 2.9).

Основні висновки дослідження включають пропозицію багатовимірної моделі, яка перевершує традиційний метод з точки зору точності та загальності [22, 23]. Крім того, було здійснено явну побудову генераторів граничних значень динамічної системи та імпульсного процесу, що полегшило розуміння поведінки моделі. Крім того, побудоване програмне рішення спрощує обчислення, підвищуючи корисність моделі.

Запропонована модель має кілька переваг, найголовнішою з яких є здатність виконувати точні та ретельні оцінки передачі інформаційних загроз. Вона дає особам, які приймають рішення, можливість точно виміряти швидкість поширення, що дозволяє їм створювати більш успішні плани реагування. Крім того, виявлення тенденцій і прогнозування майбутніх загроз полегшується завдяки здатності моделі досліджувати часові зміни в поширенні інформаційних загроз.

Підсумовуючи, можна сказати, що побудована модель свідчить про значний прогрес у розумінні та послабленні інформаційних загроз. Вона є корисним інструментом для політиків і практиків у сфері безпеки для розробки проактивної та ефективної тактики реагування завдяки своїй здатності враховувати мінливість навколишнього середовища і точно оцінювати динаміку поширення інформації. Ефективність моделі в різних сценаріях і обставинах буде вдосконалюватися і підтверджуватися в ході подальших досліджень і експериментів.

Висновки до Розділу 2

У даному розділі було розглянуто спосіб моделювання інформаційної боротьби через один з основних типів моделей у прикладній математиці, а саме

модель Лотка-Вольтерра. Описаний підхід передбачає для типи інформаційних загроз, що поширюються в спільноті з сталою кількістю осіб.

Класична модель має свої обмеження, а саме: постійні характеристики (інтенсивність) впливу та неможливість врахувати неочікувані події, які впливають на свідомість споживачів інформації. Оскільки в сучасному світі інформація швидко поширюється і досягає великої аудиторії, важливо враховувати такі рідкісні, але значущі фактори впливу. Запропонована нами модель є динамічною системою, яка враховує як випадковий вплив зовнішнього середовища на інтенсивність поширення інформації, так і рідкісні непередбачувані стрибки, що тимчасово, але суттєво змінюють кількість «прихильників» відповідних ідей.

Розглянуто основні припущення щодо моделі. А саме, що спільнотою розповсюджується n -типів «ідей», через два канали.

Перший – «зовнішній» по відношенню до громади, наприклад, через рекламні медіа-кампанії. Інтенсивність цього каналу визначається параметрами незалежними від часу.

Другий канал, «внутрішній» – це міжособистісні зв'язки між членами соціальної спільноти. Інтенсивність цього каналу, тобто кількість еквівалентних інформаційних контактів, характеризується параметрами також незалежними від часу.

У результаті, прихильники першої ідеї, які вже «завербовані» роблять свій внесок у процес поширення ідеї серед спільноти. Вони впливають на «нерекрутованих» членів спільноти. Той самий принцип діє і для прихильників інших ідей.

Також, для отримання числового розв'язку та візуалізацій отриманих результатів, було створено програмне рішення на основі мови Python 3.11 та для побудови графіків бібліотеки Matplotlib 3.8.1, що в майбутньому буде використано, як прототип ядра розрахунків системи підтримки прийняття рішень. Середовищем розробки обрано PyCharm CE 2023.1.

РОЗДІЛ 3. РОЗРОБКА СИСТЕМИ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

3.1 Технічний стек та реалізація

Обираючи стек технологій, ми керувалися принципами, максимальної доступності та гнучкості, з метою забезпечення можливості постійного розширення нашого проєкту і стабільної роботи. Саме тому стек технологій набув наступного вигляду.

React JS 18 для побудови клієнтської частини додатку. Деякі ключові переваги React як інструменту для розробки UI частини проєкту.

Компонентний підхід. React використовує компоненти як основну одиницю побудови інтерфейсу користувача. Це дозволяє розробникам створювати чітко визначені, багаторазові елементи інтерфейсу, що полегшує керування та розширення коду.

Віртуальний DOM. Віртуальний DOM React допомагає оптимізувати частоту оновлення інтерфейсу. Замість того, щоб безпосередньо маніпулювати реальним DOM, React працює з віртуальним DOM, що зменшує кількість операцій і швидко оновлює лише ті елементи, які змінилися.

Односторінкові додатки (SPA). React ідеально підходить для створення SPA, де весь контент завантажується один раз і подальша навігація відбувається без перезавантаження сторінок. Це полегшує роботу з динамічним контентом і покращує користувацький досвід.

React. React використовує систему станів, яка дозволяє ефективно взаємодіяти з користувачем. Зміна стану компонента автоматично запускає повторний рендеринг, роблячи інтерфейс живим і чутливим на введення користувача.

Розширюваність. Легкість інтеграції з іншими бібліотеками та фреймворками робить React дуже гнучким для розширення та розвитку проєктів. Також наявність

широкого спектру сторонніх бібліотек та компонентів допомагає ефективно вирішувати різноманітні завдання.

Активна спільнота та підтримка. React має велику та активну спільноту розробників. Це означає, що завжди є доступ до нових інструментів, бібліотек та рішень для вирішення різноманітних завдань.

Також, конкретно для нашої ситуації, для комунікації з бекендом, було вирішено використати пакет ReactQuery. React Query - це бібліотека для керування станом та кешуванням даних у React-додатках. Ось кілька тез про React Query.

Декларативний підхід. React Query надає декларативний спосіб визначення запитів та мутацій для отримання та оновлення даних. Це робить його простішим у використанні та розумінні, дозволяючи зосередитися на функціональності, а не на деталях управління станом.

Кешування та інвалідність. React Query має потужну систему кешування, яка автоматично зберігає та оновлює дані. Обмеження кешу можна легко налаштувати, що дозволяє оновлювати дані по мірі їх зміни, створюючи узгоджений стан додатку.

Взаємодія з асинхронними даними. React Query розроблений спеціально для взаємодії з асинхронними даними, що робить його ідеальним інструментом для роботи з API-запитами. Зручний інтерфейс дозволяє легко виконувати запити та керувати їхнім станом.

Обробка помилок. Існують механізми для обробки помилок під час виконання запиту. React Query дозволяє легко виявляти та обробляти помилки, що може бути корисним для покращення користувацького досвіду та налагодження.

Інтеграція з хуками. React Query надає набір хуків, які дозволяють легко використовувати його функціональність у React-компонентах. Сюди входять хуки для виконання запитів, отримання даних, оновлення кешу тощо.

Оптимізація рендерингу. Завдяки інтеграції з концепцією «Suspense», React Query може ефективно оптимізувати рендеринг компонентів, очікуючи на завантаження даних та автоматично оновлюючи компоненти, коли це необхідно.

Підтримка серверного рендерингу (SSR). React Query має вбудовану підтримку SSR, що дозволяє ефективно керувати станом даних як на стороні клієнта, так і на стороні сервера.

Для візуалізації графіків, було використано бібліотеку ChartJS. Chart.js – популярна бібліотека для створення інтерактивних графіків та діаграм у вебдодатках. Є кілька причин, чому Chart.js хороший саме для нашого випадку.

Простота використання. Chart.js має простий та інтуїтивно зрозумілий API, який дозволяє швидко створювати діаграми. Інтеграція з ним не вимагає великої кількості коду.

Широкий вибір типів діаграм. Chart.js підтримує різноманітні типи діаграм, такі як лінійні, гістограми, кругові, точкові та багато інших. Це робить бібліотеку універсальною і придатною для різних сценаріїв візуалізації даних.

Адаптивний та гнучкий дизайн. Діаграми, створені за допомогою Chart.js, можна легко адаптувати до різних розмірів екрану. Це робить бібліотеку придатною для розробки адаптивних вебдодатків.

Інтерактивність. Chart.js дозволяє легко налаштовувати взаємодію з діаграмами, наприклад, підсвічування даних при наведенні, масштабування, перетягування тощо. Це робить діаграми більш інформативними та зручними для користувача.

Розширюваність. Chart.js можна легко розширювати за допомогою плагінів, що дозволяє додавати нові функції та варіанти кастомізації відповідно до потреб проєкту.

Активна спільнота. Chart.js має велику та активну спільноту розробників, а це означає, що бібліотека постійно розвивається та підтримується. Це гарантує доступність допомоги та нових функцій у майбутньому.

Останнє, але не менш важливе – це ліцензія, що дозволяє використовувати даний пакет безкоштовно, для категорії проєктів, до яких належить і наш.

Як CSS фреймворк було використано MaterialUI. Material-UI (MUI) – це популярна бібліотека React для розробки інтерфейсу користувача, яка має декілька переваг, що роблять її привабливою для багатьох розробників.

Матеріальний дизайн. Material-UI базується на концепціях та дизайні Material Design від Google. Він забезпечує стилізацію компонентів, яка відповідає сучасним стандартам і рекомендаціям для створення зручного та привабливого інтерфейсу.

Гнучкість і кастомізація. MUI надає потужну систему тем і кастомізації, яка дозволяє розробникам легко налаштовувати стилі компонентів, такі як кольори, шрифти та інші аспекти, відповідно до вимог проєкту.

Архітектура компонентів. Material-UI базується на компонентній архітектурі, що робить його придатним для створення багаторазових і модульних компонентів. Це спрощує розробку та підтримку коду.

Багатий вибір компонентів. MUI має великий асортимент готових компонентів, таких як кнопки, форми, вкладки, модальні вікна та інші, що дозволяє розробникам швидко створити функціональний інтерфейс без необхідності створювати всі елементи з нуля.

Активна спільнота та підтримка. MUI має велику та активну спільноту розробників, яка активно співпрацює, надає допомогу та сприяє розвитку бібліотеки. Це гарантує, що оновлення, виправлення помилок та підтримка надаються на високому рівні.

Добре задокументовано. MUI постачається з високоякісною документацією, яка включає зразки коду, приклади використання та інструкції. Це допомагає розробникам швидко ознайомитися з бібліотекою та ефективно використовувати її.

Як основну мову, побудови клієнтської частини, було обрано TypeScript, яка володіє рядом переваг, над проєктами, що використовують, лише JavaScript.

Статична типізація. TypeScript надає можливість визначати статичні типи для змінних, функцій та об'єктів. Це дозволяє виявляти та виправляти помилки під час компіляції, що допомагає уникнути потенційних проблем при виконанні коду.

Підтримка ООП. TypeScript підтримує об'єктно-орієнтоване програмування, що полегшує створення більш структурованих і модульних програм. Класи, інтерфейси та інші конструкції дозволяють розробникам використовувати сучасні підходи до розробки.

Інтеграція зі сторонніми програмами. TypeScript дозволяє легко інтегруватися із зовнішніми бібліотеками та фреймворками, особливо якщо вони також написані на TypeScript. Ви отримуєте автоматичну підтримку типів для зовнішніх залежностей, що полегшує роботу з ними та запобігає виникненню помилок.

Рефакторинг та супровід коду. Статична типізація дозволяє використовувати потужні інструменти рефакторингу в інтегрованих середовищах розробки, що полегшує підтримку та розвиток вашої кодової бази.

Більш зрозумілі помилки та документація коду. Використання TypeScript робить код більш зрозумілим і передбачуваним. Статична типізація допомагає визначити, які дані можна очікувати в різних частинах програми, що полегшує розуміння і документування коду.

Підтримка сучасних властивостей ECMAScript. TypeScript підтримує останні версії ECMAScript, що дозволяє використовувати сучасні можливості мови програмування, такі як асинхронні функції, функції зі стрілками, розширені методи роботи з об'єктами та масивами тощо.

Багатий вибір інструментів. TypeScript підтримується широким спектром інструментів розробки, включаючи редактори коду (наприклад, Visual Studio Code), системи збірки, тести та багато іншого.

Python та Flask API для побудови серверної частини додатку. Python володіє рядом переваг, особливо для наукових проєктів.

Простота та читабельність коду. Python відома своєю простотою та читабельністю коду, що дозволяє дослідникам швидко розробляти та модифікувати програми. Синтаксис мови лаконічний і псевдокодовий, що полегшує вираження ідей.

Широкий вибір бібліотек та фреймворків. Python має багату екосистему наукових бібліотек, таких як NumPy, SciPy, Pandas, Matplotlib, TensorFlow та PyTorch, які роблять обробку та аналіз даних, наукові обчислення та машинне навчання більш доступними.

Спільнота та ресурси. Python має велику та активну спільноту дослідників, які постійно роблять внесок у бібліотеки, розробку та відповідають на запитання. Це забезпечує підтримку та доступ до великої кількості ресурсів для вирішення проблем.

Кросплатформеність. Python підтримується на багатьох платформах, що робить її універсальною і придатною для використання в різних наукових середовищах.

Інтеграція з іншими мовами. Python легко інтегрується з іншими мовами програмування, що дозволяє використовувати оптимізовані бібліотеки, написані на C або Fortran, для виконання обчислень в Python.

Швидкість розробки. Швидкість розробки на Python зазвичай вища порівняно з іншими мовами. Велика кількість готових бібліотек та фреймворків дозволяє дослідникам швидко реагувати на нові виклики та швидко прототипувати ідеї.

Велика кількість додаткових інструментів. Python має додаткові інструменти для візуалізації даних (наприклад, Matplotlib, Seaborn), обробки тексту, управління базами даних тощо, що полегшує роботу з різними аспектами досліджень.

В свою чергу, для побудови комунікації, було використано бібліотеку FlaskAPI 3.0.0, що володіє рядом переваг на іншими альтернативами.

Простота і лаконічність. FlaskAPI спрощує створення API, надаючи простий і лаконічний інтерфейс.

Підтримка стандартів HTTP. FlaskAPI добре взаємодіє з протоколом HTTP, що дозволяє легко використовувати стандартні методи HTTP, такі як GET, POST, PUT, DELETE тощо.

Серіалізація та десеріалізація даних. FlaskAPI надає інструменти для серіалізації та десеріалізації даних, що дозволяє легко конвертувати об'єкти Python в такі формати, як JSON і навпаки. Це важливо для обміну даними через API.

Автоматичне документування API. FlaskAPI має вбудовану підтримку автоматичної генерації документації API. Використовуючи такі інструменти, як Swagger або OpenAPI, можна легко згенерувати документацію для API.

Розширення Flask. Оскільки FlaskAPI є розширенням для Flask, можна використовувати всі переваги Flask разом з додатковими можливостями API.

Підтримка автентифікації та авторизації. FlaskAPI надає можливості для налаштування механізмів автентифікації та авторизації, що робить його придатним для будь-якого сценарію доступу до API.

Тестування. FlaskAPI спрощує написання і виконання тестів для API, дозволяючи перевірити його функціональність і стабільність.

Таким чином обраний стек фокусується на максимальній придатності для якомога швидшої розробки, легкої розширюваності та стабільності роботи. Акцентуючи уваги на найпопулярніших рішеннях, які в силу широти використання вже мають в наявності безліч користувачів, що забезпечує їх стабільність роботи і швидкість виявлення та виправлення помилок.

Інтерфейс програми побудовано використовуючи Material компоненти. Спершу користувача зустрічає крок, з можливістю вибору кількості інформаційних загроз та налаштувань для дифузії і стрибків або ж можливістю їх повністю прибрати з проведення симуляцій (рис. 3.1).

Cases: 0 + -

t	theta	sigma	x0
10	1	5	10

Ornstein Uhlenbeck process

Рис. 3.1 – Інтерфейс для введення параметрів інформаційних загроз

Кількість інформаційних загроз можна динамічно змінювати (рис. 3.2).

Cases: 6 + -

t	theta	sigma	x0
10	1	5	10

Ornstein Uhlenbeck process

n	n - zero
0	0

n - start - 1	n - start - 2	n - start - 3	n - start - 4	n - start - 5	n - start - 6
0	0	0	0	0	0

a - coef - 1	a - coef - 2	a - coef - 3	a - coef - 4	a - coef - 5	a - coef - 6
0	0	0	0	0	0

b - coef - 1	b - coef - 2	b - coef - 3	b - coef - 4	b - coef - 5	b - coef - 6
0	0	0	0	0	0

CALCULATE

Рис. 3.2 – Редагування кількості інформаційних загроз

Разом з тим, динамічно змінювати можна, часовий проміжок для якого буде проведена симуляція (числове поле n); чисельність спільноти (числове поле n-zero) та відповідні характеристики кожної інформаційної загрози N_0, α_n, β_n .

Після заповнення всіх полів, можна ініціювати розрахунок (Елемент контролю «Calculate»). Результати розрахунку симуляцій будуть представлені графіком (рис. 3.3).

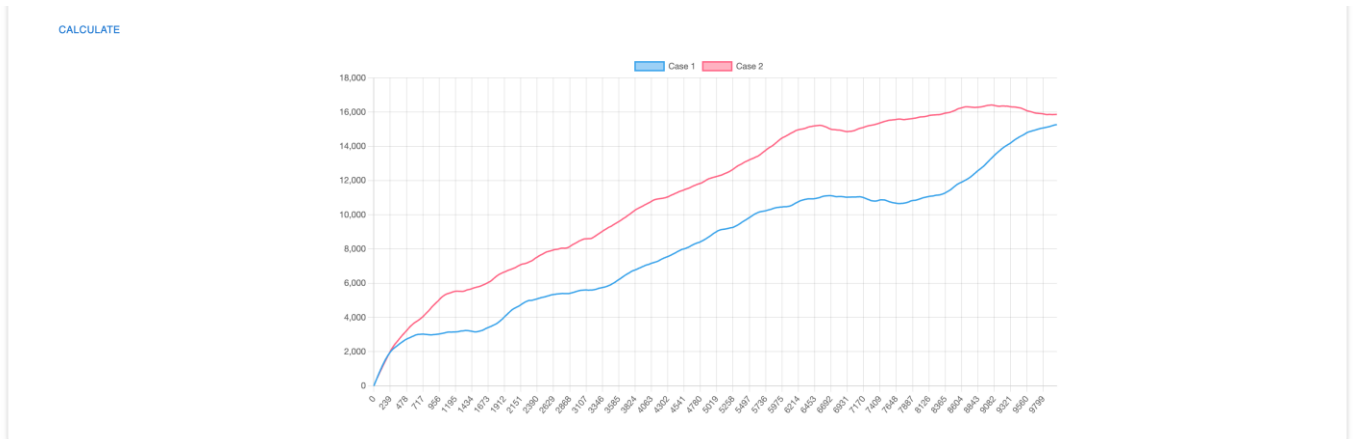


Рис. 3.3 – Відображення результатів інформаційної боротьби

Останнім елементом, що використовується для задання параметрів інформаційної боротьби є компонент, через який можна здійснити налаштування конфліктної взаємодії між інформаційними загрозами попарно (рис. 3.4).

First Inf warfare	3	
Second Inf warfare	1	
Intensity	-0.99999	Case 3 vs Case 1 (-0.99999) REMOVE
ADD		

Рис. 3.4 – Елемент інтерфейсу для налаштування конфліктної взаємодії

Зображений компонент, також дозволяє, налаштовувати конфліктну взаємодію для кількох інформаційних загроз одночасно (рис. 3.5).

First Inf warfare	1	
Second Inf warfare	3	Case 3 vs Case 1 (-0.99999) REMOVE
Intensity	-0.98	Case 1 vs Case 2 (-0.98) REMOVE
		Case 1 vs Case 3 (-0.98) REMOVE
ADD		

Рис. 3.5 – Налаштування конфліктної взаємодії для кількох інформаційних загроз одночасно

Якщо підвести підсумки, то побудована система дозволяє значно пришвидшити процес проведення симуляцій з врахуванням, чи без, випадкового процесу. Динамічно налаштовувати вхідні параметри інформаційних загроз та силу випадкового процесу.

Обраний технологічний стек дозволяє бути готовим до постійного розширення функціоналу, швидкої зміни технічних вимог, як з сторони проведення розрахунків так і щодо врахування технологічних трендів.

3.2 Структура програмної реалізації

Для розробки системи підтримки прийняття рішень було вирішено розділити додаток на бекенд та фронтенд складову, як окремі додатки.

Сьогодні розробка вебсайтів, безумовно, стала простішою завдяки наявності різноманітних інструментів, але також вірно і те, що самі вебсайти стали значно складнішими. Ось найважливіші причини, чому фронтенд і бекенд розробку вебсайтів слід розділяти.

Масштабованість. Чим більше інтегровані фронтенд і бекенд вебсайту, тим складніше виявити помилку або будь-яку іншу несправність у роботі.

Як і усунення несправностей, модернізація вебсайту може бути складним завданням. За умови розділення фронтенд і бекенд складових, оновлення різних частин програмного забезпечення, необхідних для належної роботи вебсайту, відбувається значно простіше. До кожної частини завдання оновлення можна підійти окремо, що розбиває всю процедуру на менші, більш керовані частини.

Швидке розгортання. Цей принцип працює досить просто: розгортання складових проекту можна робити паралельно та незалежно один від одного.

Оскільки складові виконують кожну частину роботи одночасно, кожна завершена частина вебсайту може швидше стати доступною для користувачів. Замість того, щоб чекати, поки все почне працювати як єдине ціле, такий роздільний підхід може бути значно гнучкішим та ефективнішим.

Впровадження нових модулів. Однією з найкращих переваг розділення фронтенду та бекенду є легка та ефективна заміна модулів. Оскільки інфраструктура вебсайтів стає все більш складною і вимогливою, впровадження нових моделей стає все більш складним завданням.

Якщо фронтенд і бекенд вебсайту розробляються окремо, це означає, що можна працювати з ними окремо, коли справа доходить до додавання нових модулів. На практиці це означає, що, наприклад, додавання нових фрагментів коду до серверної частини вебсайту може бути завершено без порушення роботи інтерфейсу вебсайту. Це надає онлайн-ресурсу необхідну гнучкість для легкого оновлення з мінімальним часом простою або взагалі без нього.

Мультиплатформенні оновлення та розробка. Повинно бути враховане, що додаток можуть використовувати користувачі з широким спектром пристроїв, які сьогодні використовуються на регулярній основі.

Нижче (рис. 3.6), наведено структуру бекенд складової додатку.

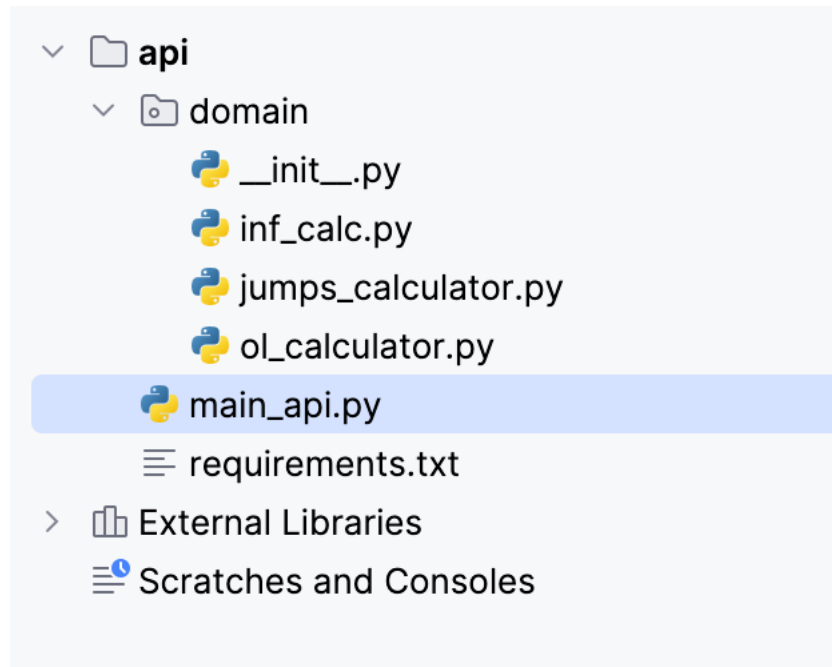


Рис. 3.6. – Структура бекенд додатку

Як видно з рисунку, файл `main_api.py` виконує роль контейнера для контролера, що в подальшому використовується для спілкування з фронтенд складовою системи.

Сервіси, що відповідають за розрахунки знаходяться в папці `domain`. Розрахунки компоненту дифузії відбуваються у файлі `ol_calculator.py` (рис. 3.5), розрахунки стрибків у `jumps_calculator.py` (рис. 3.6) та розрахунки основної складової з використання попередніх сервісів відбуваються у файлі `inf_calc.py` (рис. 3.7).

```

def get_ou(n, t, kappa=3, theta=0.5, sigma=0.5, x0=2):
    paths = 5000
    t_vec, dt = np.linspace( start=0, t, n, retstep=True)

    x = np.zeros((paths, n))
    x[:, 0] = x0
    w = ss.norm.rvs(loc=0, scale=1, size=(paths, n - 1))

    std_dt = np.sqrt(sigma ** 2 / (2 * kappa) * (1 - np.exp(-2 * kappa * dt)))
    for t in range(0, n - 1):
        x[:, t + 1] = theta + np.exp(-kappa * dt) * (x[:, t] - theta) + std_dt * w[:, t]

    return list(x[1, :])

```

Рис. 3.7 – Фрагмент коду з розрахунком дифузійного компоненту

```

def merton_jump_paths(S=100, T=1, r=0.02, sigma=0.2, lam=1, m=0, v=0.3, steps=10000, Npaths=1):
    size =(steps, Npaths)
    dt = T / steps
    poi_rv = np.multiply(np.random.poisson(lam * dt, size=size),
        np.random.normal(m, v, size=size)).cumsum(axis=0)
    geo = np.cumsum(((r - sigma ** 2 / 2 - lam * (m + v ** 2 * 0.5)) * dt
        + sigma
        * np.sqrt(dt)
        * np.random.normal(size=size)), axis=0)

    return np.exp(geo + poi_rv) * S

```

Рис. 3.8. – Фрагмент коду з розрахунком компоненту моделі – стрибки

```

for i in range(n):
    if i + 1 == n:
        break

    for case_i in range(len(n_start)):
        second_multiplier = n_zero
        for n_iter in range(len(n_start)):
            second_multiplier = second_multiplier - n_results[n_iter][i]

            n_i_next = (((a_coef[case_i] + b_coef[case_i] * n_results[case_i][i])
                * second_multiplier + n_results[case_i][i])
                + ol_values[case_i][i]
                + jumps_values[case_i][i][0])

```

Рис. 3.9 – Фрагмент коду з розрахунком числового розв’язку для моделі інформаційної боротьби

Також, на рис. 3.10 зображено приклад обробки запиту для отримання числового розв'язку моделі.

```
@app.post("/calculate")
def calculate():
    ... input_data = map_from_request(request.json)

    ... response = inf_calculate(
        ...     input_data.n,
        ...     input_data.n_zero,
        ...     input_data.n_start,
        ...     input_data.a_coef,
        ...     input_data.b_coef,
        ...     input_data.t,
        ...     input_data.theta,
        ...     input_data.sigma,
        ...     input_data.x0,
        ...     input_data.with_random
        ... )

    ... return response
```

Рис. 3.10 – Фрагмент коду, обробка запиту користувача для отримання числового розв'язку моделі

Наступною складовою системи є фронтенд, структура зображена на рис. 3.11. Як видно з рисунку, було обрано компонентний підхід для побудови архітектури додатку.



```

▼ CLIENT
  > node_modules
  > public
  ▼ src
    > assets
    ▼ views
      TS index.tsx
      TS queries.ts
    ▼ calc
      TS index.ts
    ▼ common
      TS index.ts
  TS App.tsx
  TS main.tsx
  TS vite-env.d.ts
  .eslintrc.cjs
  .gitignore
  <> index.html
  {} package-lock.json
  {} package.json
  ⓘ README.md
  TS tsconfig.json
  {} tsconfig.node.json
  TS vite.config.ts

```

Рис. 3.11 – Структура фронтенд додатку

Також, варто зазначити, що для обробки запитів користувача з сторони фронтенд додатку, було використати бібліотеки Axios 1.5.0 + ReactQuery 3.39.3 (рис. 3.12). Що в свою чергу відкрило широкий інструментарій для оптимізації додатку, наприклад кешування.

```

const {
  data: simulationData,
  isLoading,
  refetch,
} = useQuery({
  queryKey: "simulation",
  queryFn: () =>
    getSimulation({
      n: state.n,
      n_zero: state.nZero,
      n_start: state.nStart,
      a_coef: state.aCoefficient.map((item: string | number) => +item),
      b_coef: state.bCoefficient.map((item: string | number) => +item),
      t: state.t,
      theta: state.theta,
      sigma: state.sigma,
      x0: state.x0,
      with_random: state.withRandom,
    }),
  enabled: false,
});

```

Рис. 3.12 – Фрагмент коду, приклад обробки запиту користувача для отримання числового розв’язку системи.

Для побудови графіків було використано бібліотеку Chart.js (рис. 3.13), що володіє широким спектром налаштування та ліцензія якої дозволяє її використовувати безкоштовно.

```

const renderChart = useCallback(() :
  | Chart<"line", number[], number>
  | undefined => {
  const data = {
    labels: simulationData?.data?.x_row ?? [],
    datasets:
      simulationData?.data?.y_rows.map((row, i) => ({
        label: `Case ${i + 1}`,
        data: row,
        yAxisID: `y`,
        fill: false,
        tension: 0.1,
        borderWidth: 2,
        pointStyle: false,
      }))) ?? [],
  };

  const config = {
    type: "line",
    data: data,
    options: {
      scales: {
        y: {
          display: true,
        },
      },
    },
  };
};

```

Рис. 3.13 – Фрагмент коду, приклад налаштування відображення графіку

Таким чином, можемо переконатися, що розроблене рішення відповідає попередньо встановленим вимогам щодо легкості розширення, стабільності роботи та безпеки.

3.3 Практичне застосування

З метою візуалізації результатів застосування розробленої системи, ми використали її, для передбачення поширення інформаційної загрози базуючись на кількох статистичних вибірках.

Для першого дослідження ми взяли за приклад соціологічне опитування, яке було проведено Київським міжнародним інститутом на замовлення громадянської мережі ОПОРА, метою якого було визначити яким джерелам інформації українці довіряють найбільше.¹

Сьогодні, в умовах війни медіаспоживання відіграє важливу роль в житті українців. Відтак, з'являються нові джерела, з яких українці дізнаються новини. В ході соціологічного опитування було встановлено які засоби інформації викликають найбільшу довіру серед українців (таб. 3.1):

Таб. 3.1 – Рівень довіри українців до джерел інформації

Соціальні мережі	76,6%
Телебачення	66,7%
Інтернет (не включаючи соціальні мережі)	61,2%
Радіо	28,4%
Друковані ЗМІ	15,7%

Згідно з даними опитування, найбільшим попитом серед ЗМІ користуються соціальні мережі. А саме (таб. 3.2)

Таб. 3.2 – Популярність соціальних мереж серед українців

Telegram	65,7%
Youtube	61,2%
Facebook	57,8%

Viber	48%
Instagram	29,1%
Tik-Tok	19,5%
Twitter	8,9%
Інше	2%

З дослідження також відомо, що за останні місяці соціальні мережі стали найпопулярнішим джерелом інформації: 76,6% українців використовують їх для отримання новин. Телебачення посідає друге місце з 66,7%, а Інтернет (за винятком соціальних мереж) – третє з 61,2% користувачів. Радіо слухають близько 28,4% українців, тоді як друковані ЗМІ читають лише 15,7% респондентів [3].

Соціальні мережі стали ключовим джерелом інформації як для чоловіків (77,9%), так і для жінок (75,5%). Другим за популярністю джерелом для жінок є телебачення (70,4%), а для чоловіків – Інтернет, за винятком соціальних мереж (63,5%). Друковані ЗМІ мають найменший вплив на обидві статі.

Споживання новин різниться залежно від вікової групи. Понад 92% респондентів у віці від 18 до 39 років отримують новини з соціальних мереж, порівняно з 64% у групі від 40 до 69 років. Старші люди віддають перевагу телебаченню (понад 78%) та радіо (понад 36%). Інтернетом (за винятком соціальних мереж) користуються понад 60% користувачів у віці від 30 до 59 років, тоді як друковані ЗМІ залишаються популярними лише серед користувачів у віці 60 років і старше.

Існують також незначні відмінності у споживанні новин між міськими та сільськими жителями. Сільські жителі частіше дивляться телевізор (71,3% проти 64,4% у містах) та читають друковані ЗМІ (21,5% проти 12,7%). Міські жителі частіше отримують новини через Інтернет (64% проти 55,6% у сільській місцевості), соціальні мережі (79,2% проти 71,4%) та радіо (28,5% проти 28,2%) [3].

Варто також відзначити регіональні відмінності у споживанні новин. Найбільший відсоток користувачів, які дивляться телевізор (73,5%), читають друковані ЗМІ (23,2%) та слухають радіо (34,6%), проживають на заході України. На сході країни найбільше тих, хто користується інтернет-ЗМІ для отримання новин (63,2%). Соціальні мережі активно використовують як джерело новин на півдні України (77,8% респондентів).

Наступне питання, що зазначено в дослідженні, стосувалося того, яким джерелам інформації респонденти довіряють як достовірним з точки зору новин. Виявилося, що найвищим рівнем довіри серед українців користується телебачення (60,5%), далі йдуть соціальні мережі (майже 54% респондентів) та Інтернет, за винятком соціальних мереж (майже 49%). Радіо (34%) та друковані ЗМІ (23%) вважаються менш надійними. Близько 5% респондентів не довіряють жодному з джерел інформації [3].

Телебачення отримало найвищий рівень довіри серед чоловічої та жіночої аудиторії (55,2% та 64,8% відповідно). Незважаючи на те, що соціальні мережі є основним джерелом новин для українців, довіра до них дещо нижча, ніж до телебачення: лише 53,7% чоловіків та 54,1% жінок довіряють інформації, розміщеній у соціальних мережах. Найнижчий рівень довіри – до друкованих ЗМІ (21,6% та 24,2% відповідно) та радіо (36,4% та 32,5%). Не довіряють жодному з джерел інформації близько 5,3% чоловіків і 5,2% жінок.

Структура довіри до різних джерел інформації виявилася залежною від віку. Найвищий рівень довіри до ЗМІ спостерігається серед українців віком понад 70 років, причому 80% з них мають найвищий рівень довіри до телебачення. З віком довіра до телебачення знижується: серед тих, кому від 50 до 69 років, вона коливається в межах 60-70%, а в усіх інших вікових групах телебаченню довіряють лише близько 50% респондентів. Натомість найбільшою довірою серед молоді та людей середнього віку користуються соціальні мережі (від 57% користувачів у віці

50-59 років до 67% у віці 18-29 років) та інтернет-ресурси (від 50% споживачів у віці 50-59 років до 56,5% у віці 18-29 років). Найменше молодь довіряє друкованим ЗМІ та радіо (25% та 35% для респондентів віком від 18 до 39 років). Люди старшого віку, окрім телебачення, також довіряють радіо та інтернет-ресурсам (32% і 38,6% серед респондентів віком 60 років і старше відповідно) [3].

З точки зору довіри до медіа-ресурсів існують відмінності між споживачами новин з сільської та міської місцевості. Міські жителі більше довіряють соціальним мережам (57,7% проти 46,5% серед сільських жителів) та інтернет-ресурсам (51,4% проти 43,8%). Жителі сіл більше довіряють телебаченню (64,5% проти 58,4% серед міських жителів), друкованим ЗМІ (29% проти 19,9%) та радіо (38,7% проти 31,9%). Сільські жителі також демонструють дещо вищий рівень недовіри до ЗМІ загалом - 5,5% проти 5% серед міських жителів.

Найвищий рівень довіри до телебачення серед мешканців Західної (66%) та Центральної (64%) України. Натомість на Сході та Півдні ці показники нижчі майже на 10%: 53,4% мешканців південних областей довіряють телебаченню, а на Сході – 52,2%. Також помітні відмінності у довірі до друкованих ЗМІ (28,6% на Заході та 17,4% на Півдні) та радіо (44,9% на Заході та 23% на Сході). Довіра до інтернет-ресурсів дещо відрізняється (46% на Півдні та 51,2% на Сході), як і довіра до соціальних мереж (на рівні 50% в усіх регіонах, окрім Центральної України, де рівень довіри до соціальних мереж сягнув 58,4%). Цікаво також, що рівень недовіри до будь-яких ЗМІ найнижчий серед мешканців центральних областей України (2,8%), а найвищий – на Півдні (8,9%).

У фінальній частині опитування серед тих респондентів, які вказали, що отримують новини через соціальні мережі, також запитано, які платформи вони використовують для отримання новин.

За останні місяці найбільша кількість респондентів вказали Telegram (65,7%), YouTube (61,2%) та Facebook (57,8%) як основні джерела новин. Viber використовували 48% респондентів, Instagram – 29,1%, TikTok – 19,5% і Twitter –

8,9%. Приблизно 2% респондентів зазначили, що користуються іншими соціальними мережами (WhatsApp, Signal тощо) [3].

Існують також відмінності між чоловіками та жінками у використанні різних соціальних мереж для отримання новин. Наприклад, чоловіки частіше користуються YouTube (67,2%), Telegram (63%) і Facebook (54,8%), тоді як TikTok (19,5%) і Twitter (11,8%) залишаються менш популярними. Серед жінок найбільшою популярністю користуються Telegram (68%), Facebook (62,1%) і YouTube (56%), хоча і з деякими варіаціями в пропорціях. Жінки рідше віддають перевагу TikTok (19,5%) і Twitter (6,5%). Варто зазначити, що Viber та Instagram популярні серед обох статей: 44,5% та 24,6% серед чоловіків та 51,1% та 32,9% серед жінок відповідно.

Динаміка використання різних соціальних мереж у різних вікових групах виявилася досить несподіваною. Молодь у віці від 18 до 39 років найбільше користується Telegram (від 72,4% респондентів у віці 30-39 років до 86,7% респондентів у віці 18-29 років) та YouTube (від 57,6% респондентів у віці 30-39 років до 58,5% респондентів у віці 18-29 років). З іншого боку, люди у віці 60 років і старше віддають перевагу YouTube (понад 61,4% респондентів) та Facebook (від 43,3% серед респондентів у віці понад 70 років до 59,3% серед респондентів у віці 60-69 років). Viber як джерело новин популярний серед людей середнього віку: від 52,1% серед 40-49-річних до 59,6% серед 60-69-річних. Facebook також популярний серед цих вікових груп (від 62,2% серед 40-49 років до 59,3% серед 60-69 років). Твіттер як джерело новин активніше використовують молоді люди, найвищі показники – від 10,7% до 10,9% серед 18-39 років. TikTok виявився популярним не лише серед молоді віком 18-29 років (24,2%), а й серед людей віком 60-69 років (23,4%).

Хоча відмінності у використанні різних соціальних мереж між міськими та сільськими жителями невеликі, вони помітні. У сільській місцевості більше людей отримують новини через Facebook (62% проти 55,9% у містах) та TikTok (24,3%

проти 17,3%). У містах більш популярні Telegram (69,6% проти 57,1% у сільській місцевості), YouTube (66% проти 50,7%) та Viber (50,9% проти 41,8%). Instagram та Twitter близькі за популярністю серед обох груп (близько 30% та 9% відповідно).

З точки зору регіональних відмінностей, користувачі Східної України значно частіше використовують Telegram (71% проти 61,1% на Заході), Viber (54,3% проти 43% на Заході), YouTube (62,9% проти 59,3% на Заході) та TikTok (23,4% проти 18,4% в Центральній Україні). Facebook найбільш популярний на Заході (63% проти 50,6% на Півдні). Instagram найчастіше використовують у південних регіонах України (31,5%), а Twitter – у центральних (10,6%) [3].

Що ж до проведення симуляцій, розрахуємо поширення інформаційних загроз базуючись на першій вибірці. Важливо зазначити, що коефіцієнти задаються вручну, для уникнення випадків, коли процес розрахунку приведе до миттєвого зростання адептів з неможливістю оцінити динаміку процесу (таб. 3.3).

Таб. 3.3 – Параметри інформаційних загроз

Інформаційна загроза	N	α	β
1	0	0.000000766	0.0000000766
2	0	0.000000667	0.0000000667
3	0	0.000000612	0.0000000612
4	0	0.000000284	0.0000000284
5	0	0.000000157	0.0000000157

При $n = 1000$ $N_0=500000$, також за наступних характеристиках процесу Вінера $t = 10, \theta = 1, \sigma = 1, x_0 = 2$, результати наступні (рис. 3.12).

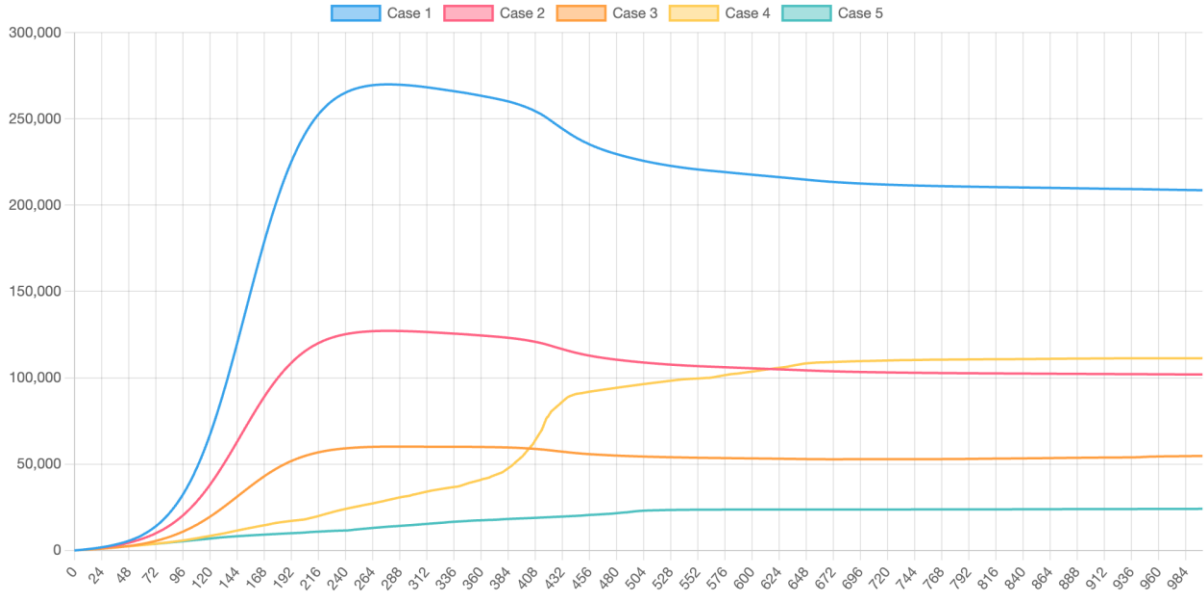


Рис. 3.14 – Поширення інформаційних в Україні загроз через популярні джерела інформації

Звичайно, що із збільшенням сили випадкового процесу ($t = 10, \theta = 3, \sigma = 5, x_0 = 2$) динаміка процесів може змінитися, але в силу суттєвої переваги соціальних мереж, для більшості симуляцій результат буде незмінним (рис. 3.15, рис. 3.16, рис. 3.17).

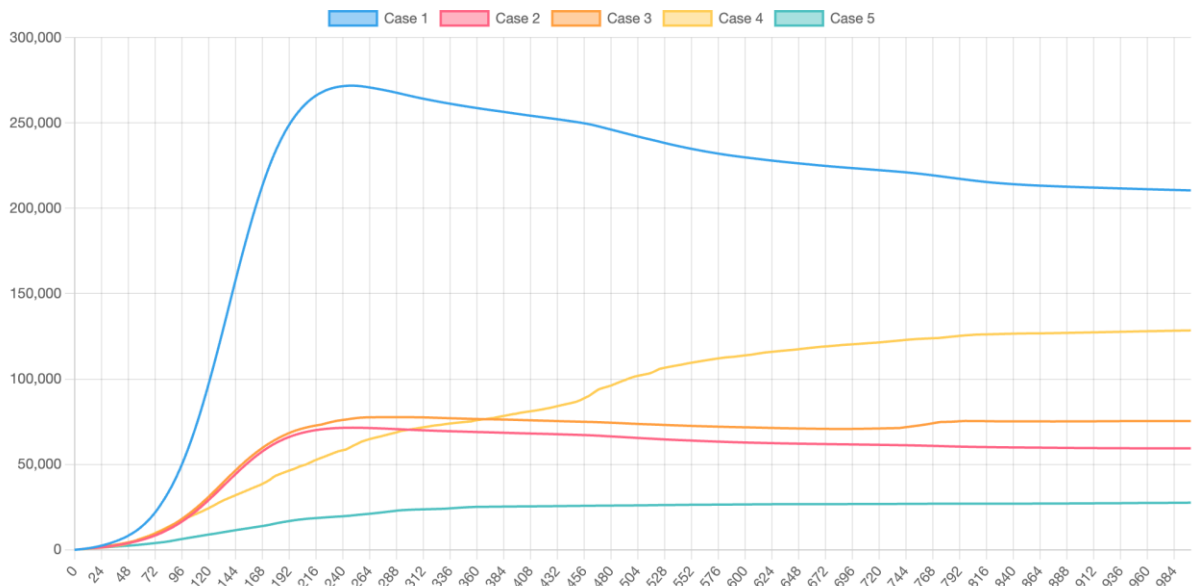


Рис. 3.15 – Поширення інформаційних в Україні загроз через популярні джерела інформації з вищим рівнем впливу випадкових факторів (випадок 1)

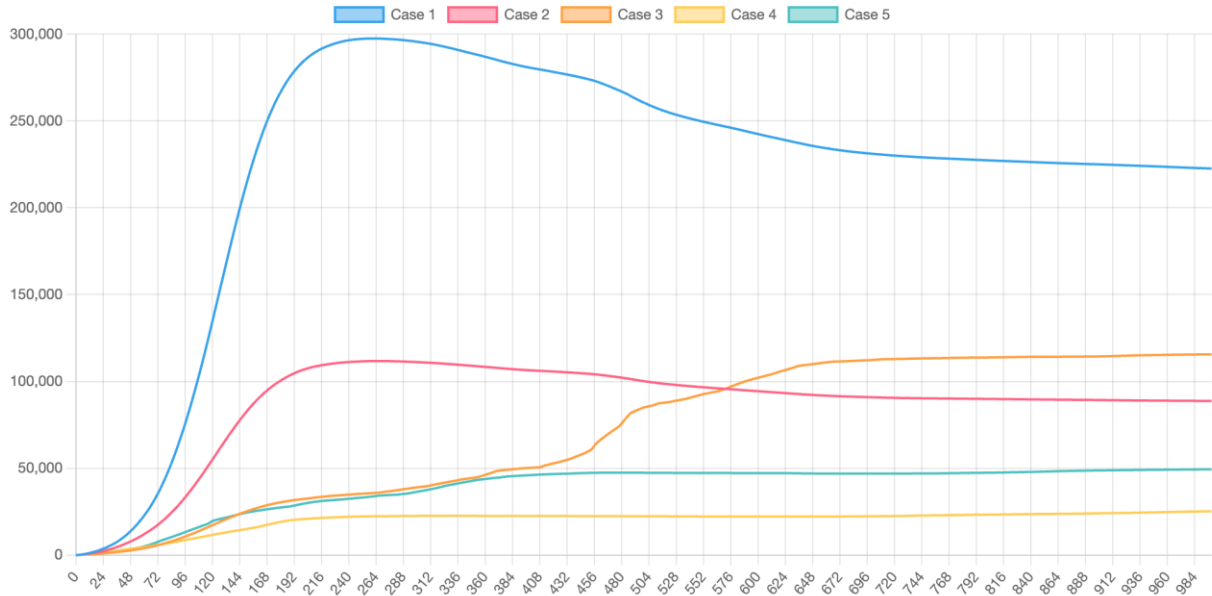


Рис. 3.16 – Поширення інформаційних в Україні загроз через популярні джерела інформації з вищим рівнем впливу випадкових факторів (випадок 2)

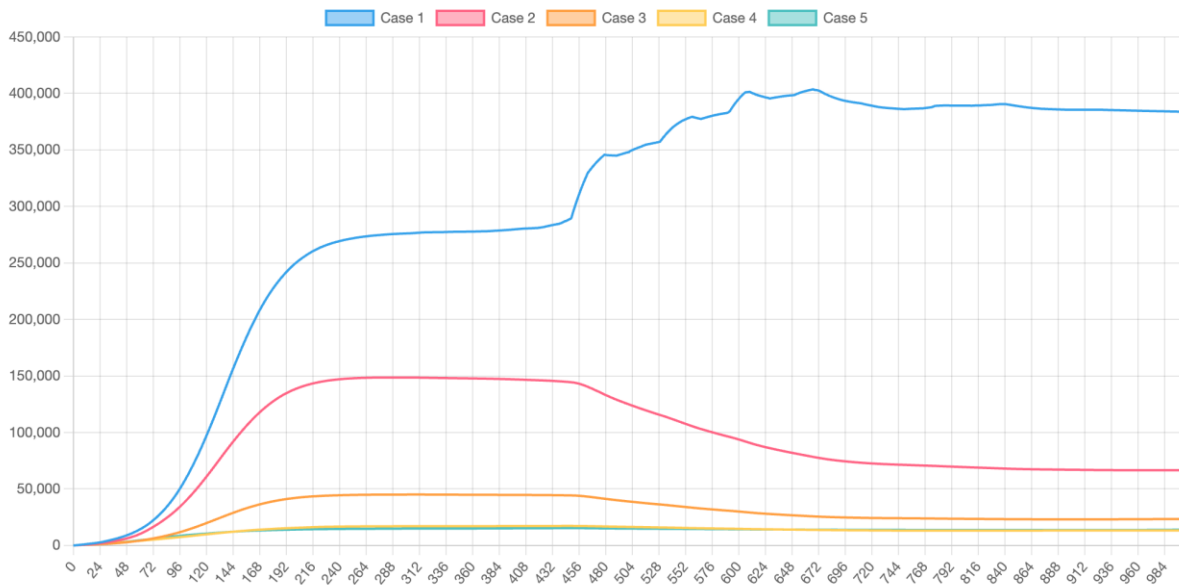


Рис. 3.17 – Поширення інформаційних в Україні загроз через популярні джерела інформації з вищим рівнем впливу випадкових факторів (випадок 3)

У меншій кількості симуляцій, в силу наступного по силі каналу зв'язку, можлива перемога другого типу інформаційної загрози (рис. 3.18).

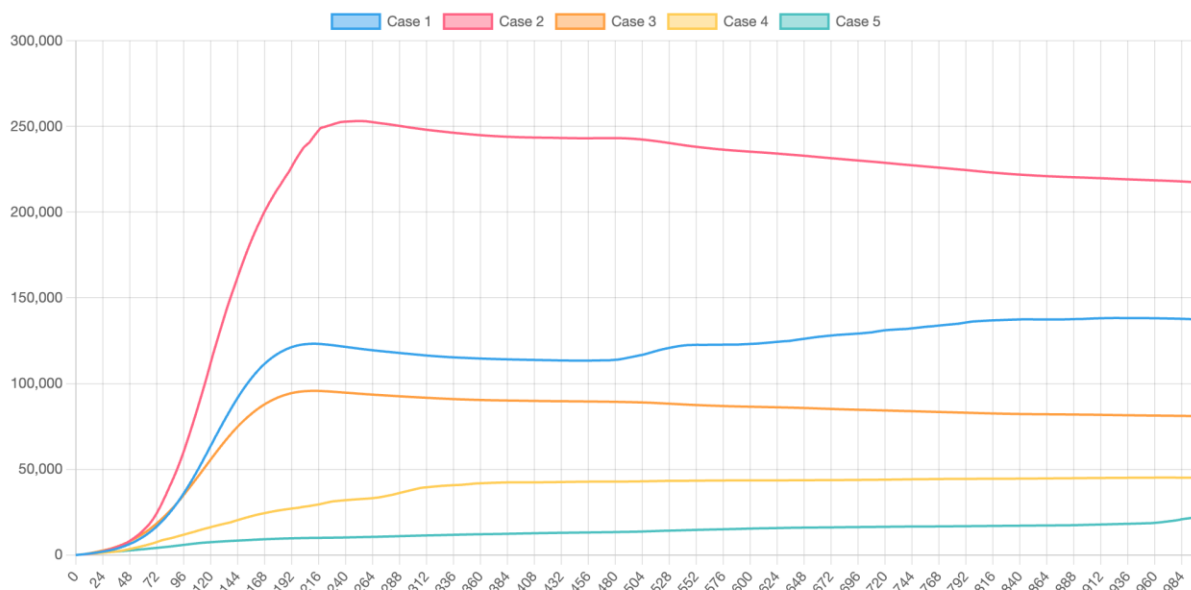


Рис. 3.18 – Поширення інформаційних в Україні загроз через популярні джерела інформації з вищим рівнем впливу випадкових факторів (випадок 4)

Також, звичайно, що можлива і найменш ймовірна ситуація, де перша трійка інформаційних загроз, розділить лідируючі позиції (рис. 3.19).

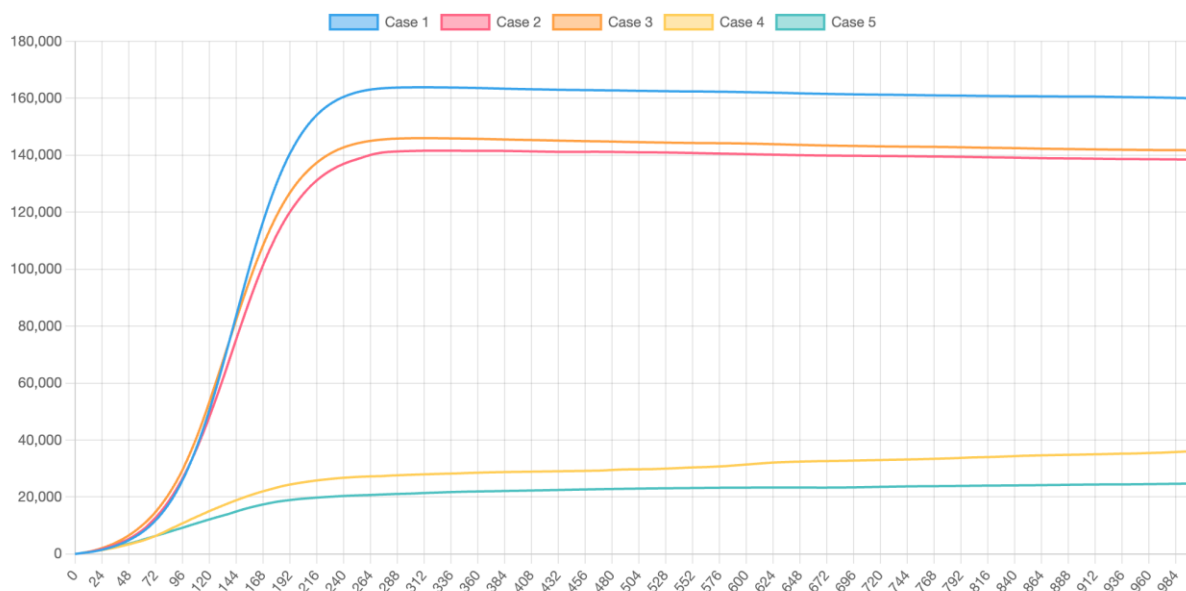


Рис. 3.19 Поширення інформаційних в Україні загроз через популярні джерела інформації з вищим рівнем впливу випадкових факторів (випадок 5)

Беручи за основу наступну вибірку, щодо того, які саме соціальні мережі найпопулярніші серед українців, доречно буде провести симуляції поширення інформаційних загроз через них. Враховуючи суттєвий відрив трійки лідерів, симуляції будемо проводити беручи до уваги, лише їх. Також варто зазначити, що з метою зменшення розмірності моделі за умови наявності великої кількості інформаційних загроз можна застосовувати математичні підходи, наприклад метод головних компонент (Додаток Б).

Отримано наступні коефіцієнти (таб. 3.4):

Таб. 3.4 – Соціальні мережі з найбільшим рівнем охоплення

Інформаційна загроза	N	α	β
1	0	0.000000657	0.0000000657
2	0	0.000000612	0.0000000612
3	0	0.000000578	0.0000000578

Спостерігаємо незначну перевагу першого типу інформаційних загроз, очікувано, що при слабкому впливі випадкового процесу результати завжди будуть однакові, тому одразу розглянемо середній вплив ($t = 10, \theta = 1, \sigma = 2, x_0 = 2$) рис. 3.18.

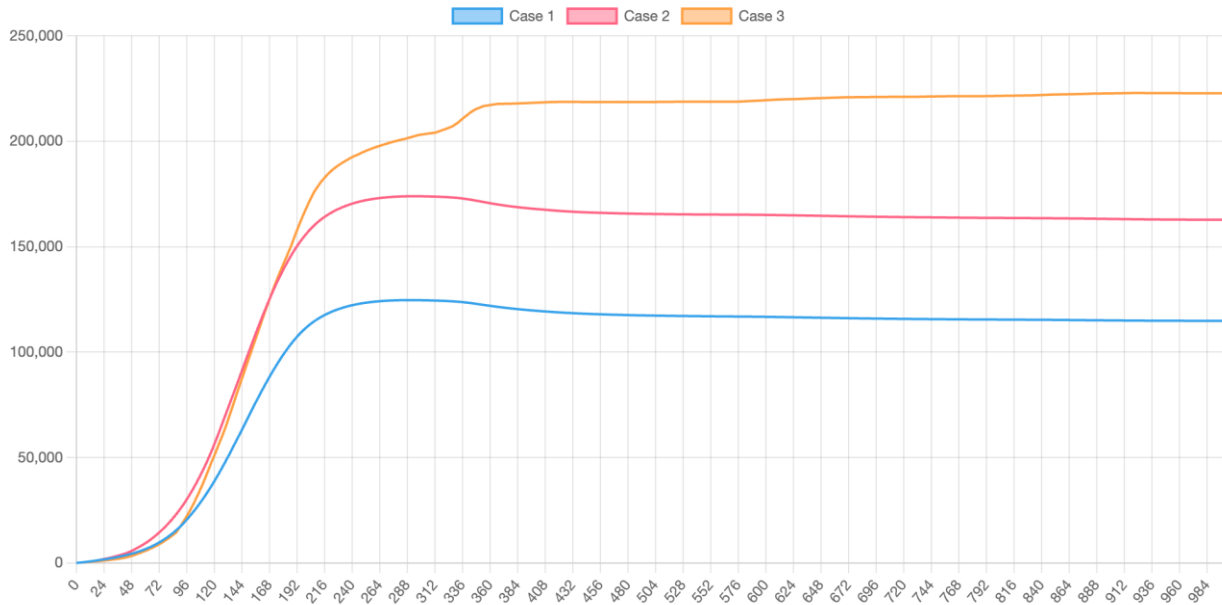


Рис. 3.20 – Результати інформаційної боротьби для соціальних мереж з найбільшим охопленням користувачів

Як бачимо, може настати випадок, коли перемоги набуде інформаційна загроза з нищим потенціалом поширення.

Якщо ж послабити вплив ($t = 10, \theta = 1, \sigma = 1, x_0 = 2$), очікувано, що в більшості симуляцій переможцем буде інформаційна загроза з вищим потенціалом поширення рис 3.21.

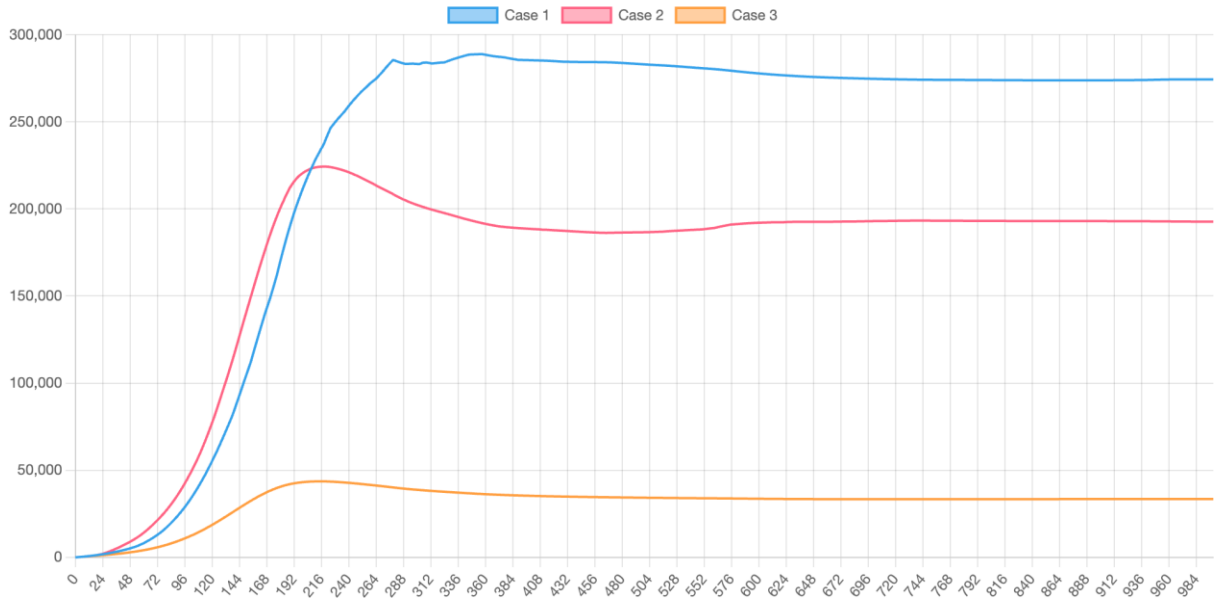


Рис. 3.21 – Результати інформаційної боротьби для соціальних мереж з найбільшим охопленням користувачів (слабкий вплив випадкових процесів)

Наприкінці, позбавивши процес випадковості, очікувано отримуємо результати визначені потенціалом поширення конкретної інформаційної загрози рис. 3.22.

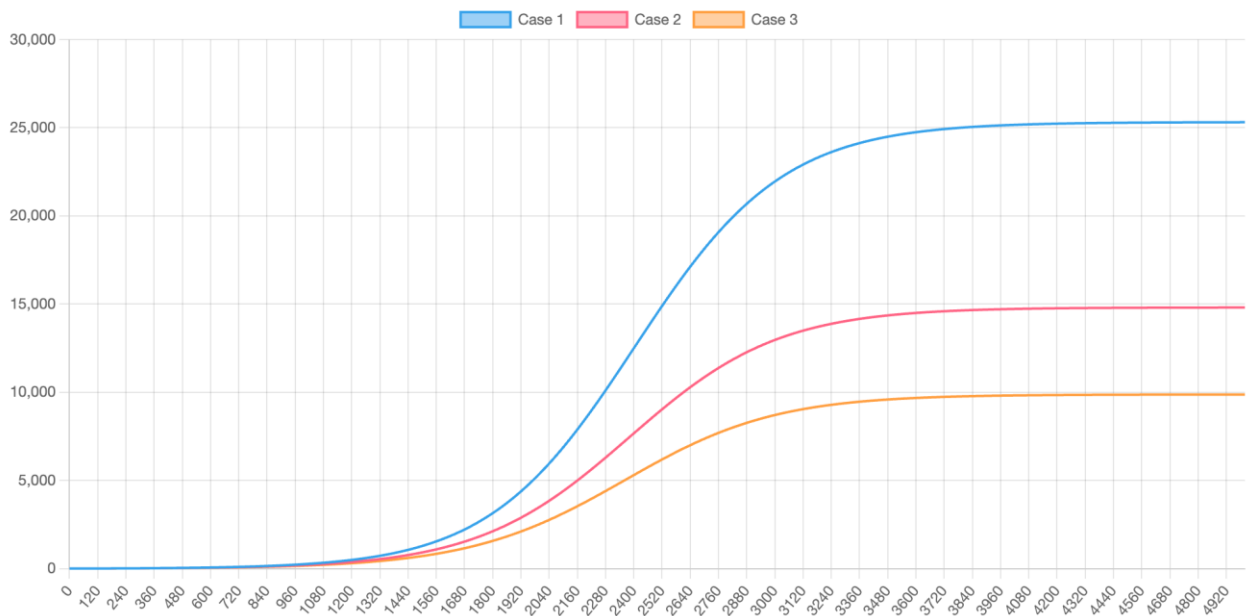


Рис. 3.22 – Результати інформаційної боротьби для соціальних мереж з найбільшим охопленням користувачів (випадкові процеси відсутні)

Буде цікавим порівняти попередньо отримані результати з результатами вибірки, де будуть враховані всі представлені інформаційні загрози, у нашому випадку соціальні мережі.

Отримано наступні коефіцієнти (таб. 3.5).

Таб. 3.5 – Повна вибірка соціальних мереж

Інформаційна загроза	N	α	β
1	0	0.000000657	0.0000000657
2	0	0.000000612	0.0000000612
3	0	0.000000578	0.0000000578
4	0	0.00000048	0.000000048
5	0	0.000000291	0.0000000291
6	0	0.000000195	0.0000000195
7	0	0.000000089	0.0000000089

Характеристики випадкового процесу наступні: $t = 10, \theta = 1, \sigma = 5, x_0 = 10$, також вхідні дані, окрім коефіцієнтів інформаційних загроз наступні: $n = 1000, N_0 = 500000$ (рис. 3.23, 3.24, 3.25).

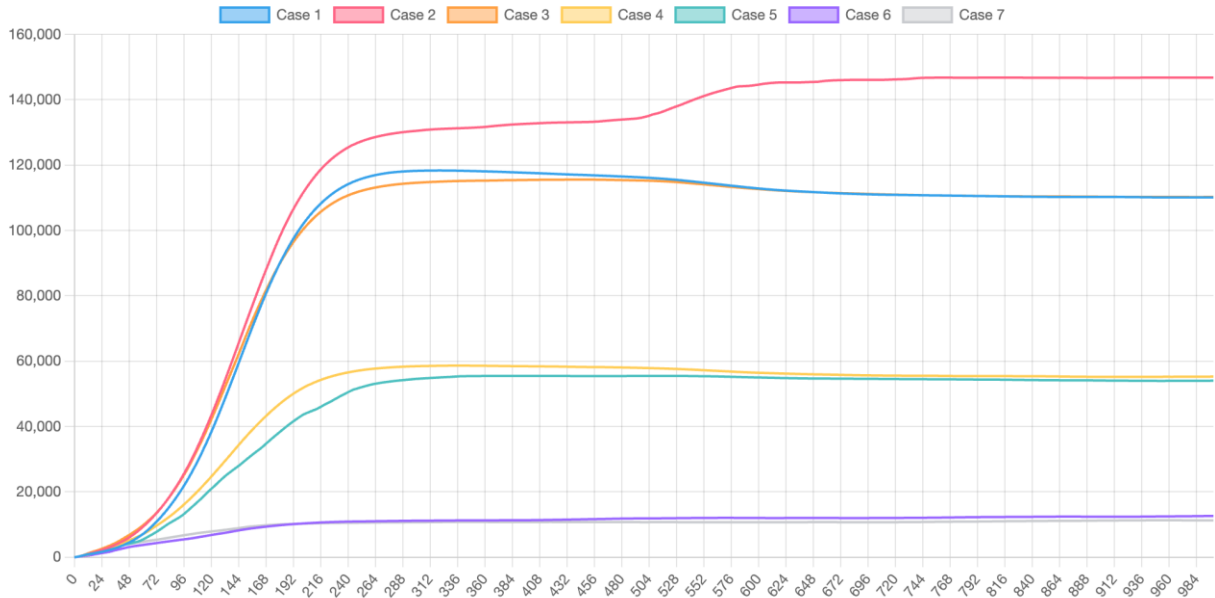


Рис. 3.23 – Результати інформаційної боротьби для вибірки з всіх соціальних мереж (випадок 1)

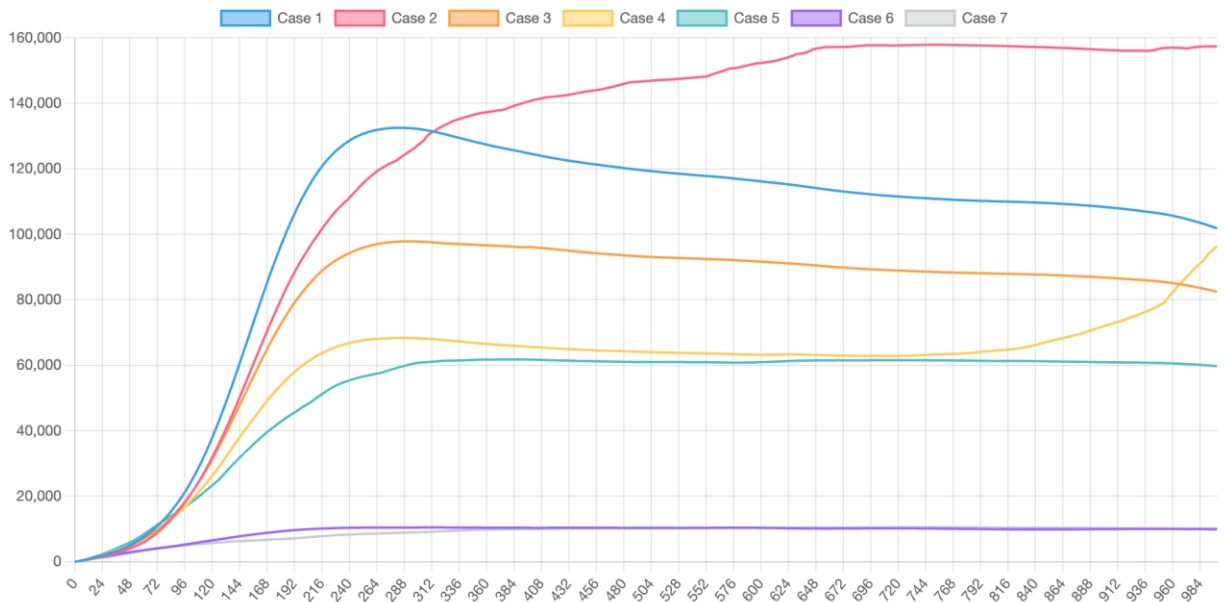


Рис. 3.24 – Результати інформаційної боротьби для вибірки з всіх соціальних мереж (випадок 2)

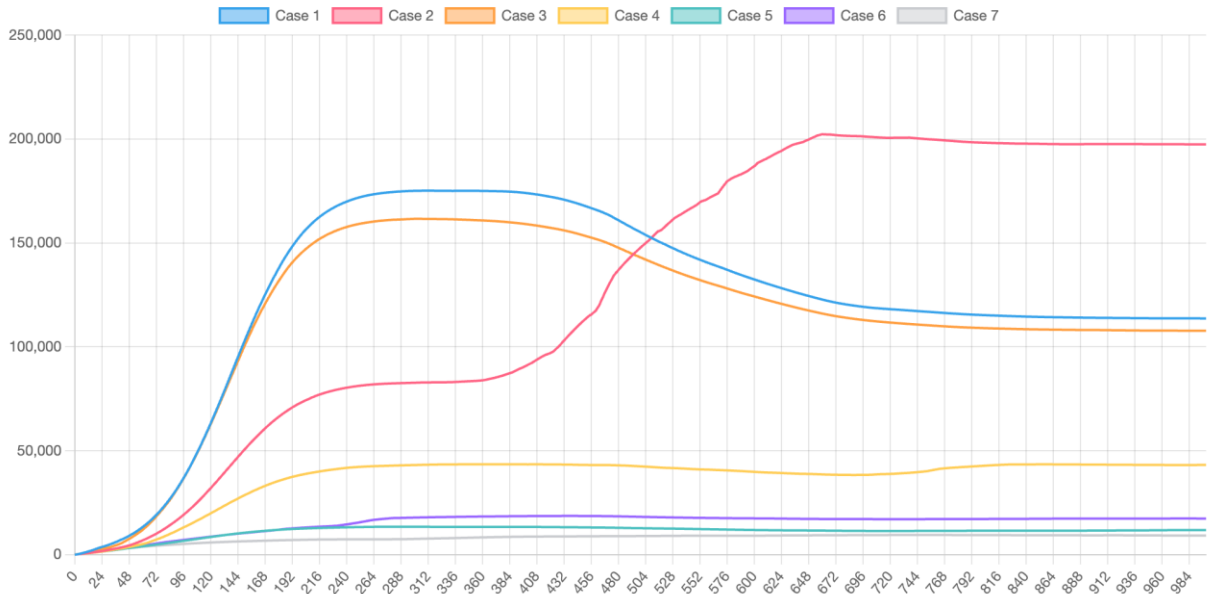


Рис. 3.25 – Результати інформаційної боротьби для вибірки з всіх соціальних мереж (випадок 3)

Як видно з графіків, динаміка не зазнала суттєвих змін, інформаційні загрози з найбільшим потенціалом, досі займають лідируючі позиції. Єдина зміна, що спостерігається, на фоні великої кількості інформаційних загроз, розрив між першим та другим типом інформаційної загрози тепер не такий значущий. Звичайно ж, на фоні сильного випадкового процесу, може відбутися ситуація, де переможець буде неочікуваний (рис. 3.26).

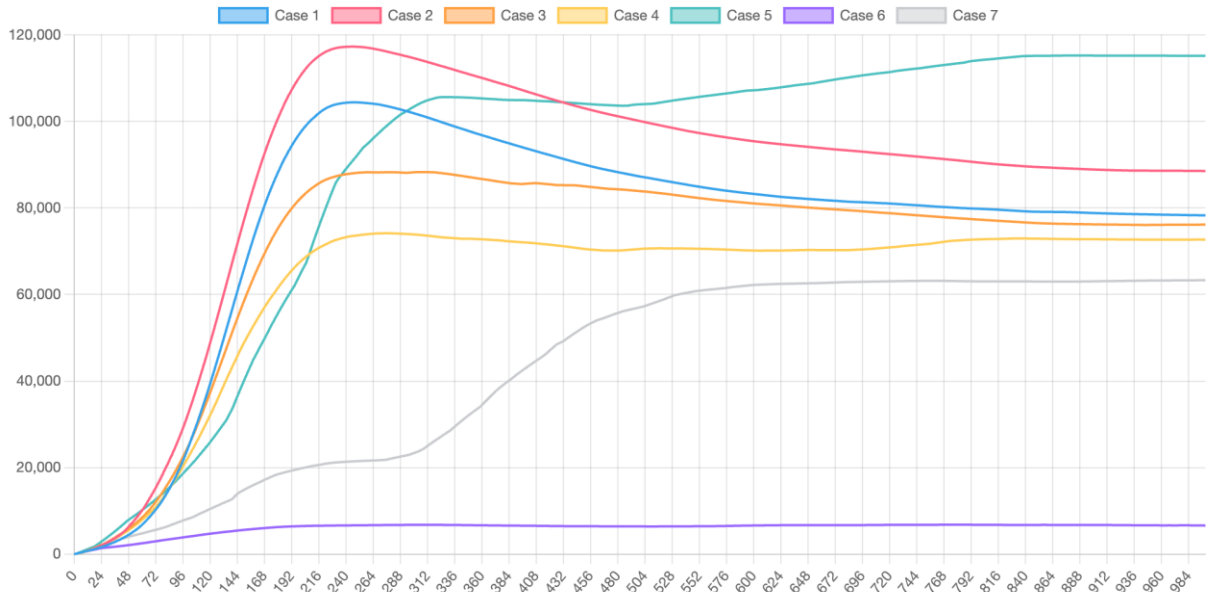


Рис. 3.26 – Результати інформаційної боротьби для вибірки з всіх соціальних мереж (випадок 4)

Також, окремо розглянемо ситуацію з внутрішнім конфліктом для вибірки соціальних мереж з найбільшим охопленням (таб. 3.4).

Використаємо наступне значення інтенсивності взаємодії між першою та другою інформаційними загрозами -0.999 на користь другій. При такому значенні очікуємо, що адепти з першої інформаційної загрози, поступово «перетікатимуть» до другої.

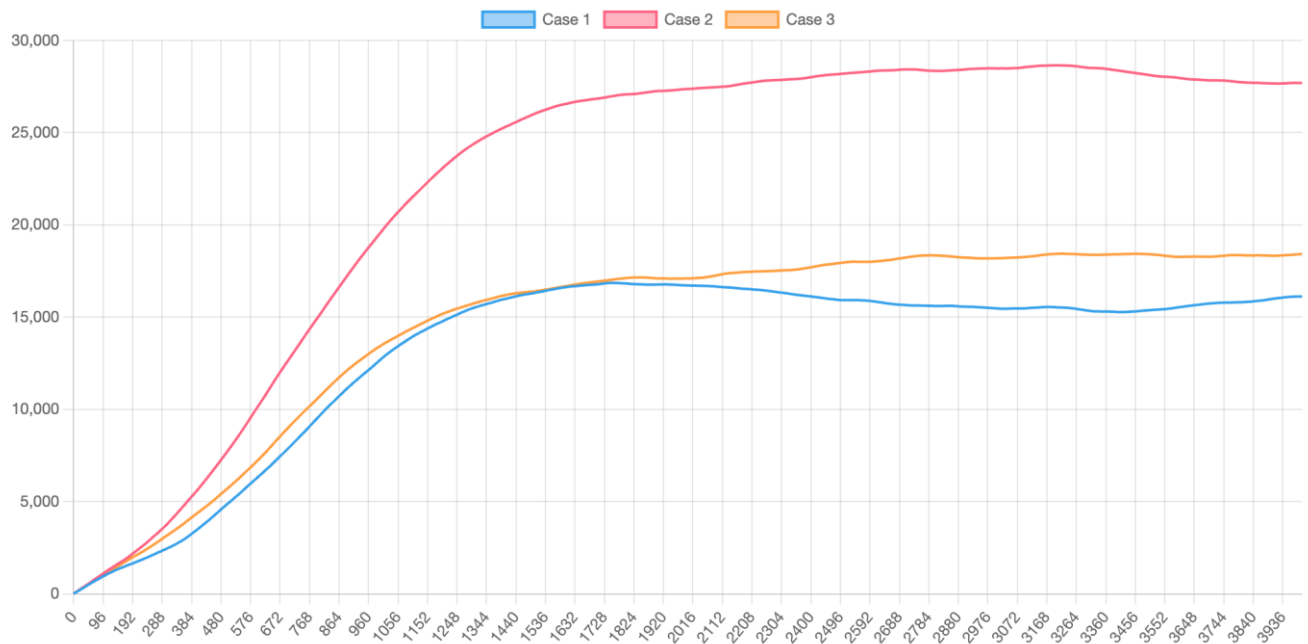


Рис. 3.27 – Результати інформаційної боротьби з внутрішнім конфліктом між першою та другою інформаційними загрозами на користь другого типу

Як бачимо з рисунку, подібної конфліктної взаємодії може виявитися достатньо, що інформаційна загроза, навіть з слабшими параметрами поширення за внутрішнім та зовнішнім каналами, виявилася переможцем.

Система також дозволяє, задавати параметри конфліктної взаємодії між кількома інформаційними загрозами одночасно. Доповнимо описаний вище випадок конфліктом між першою та третьою інформаційними загрозами на користь першої з наступним коефіцієнтом інтенсивності -0.999 (рис. 3.28).

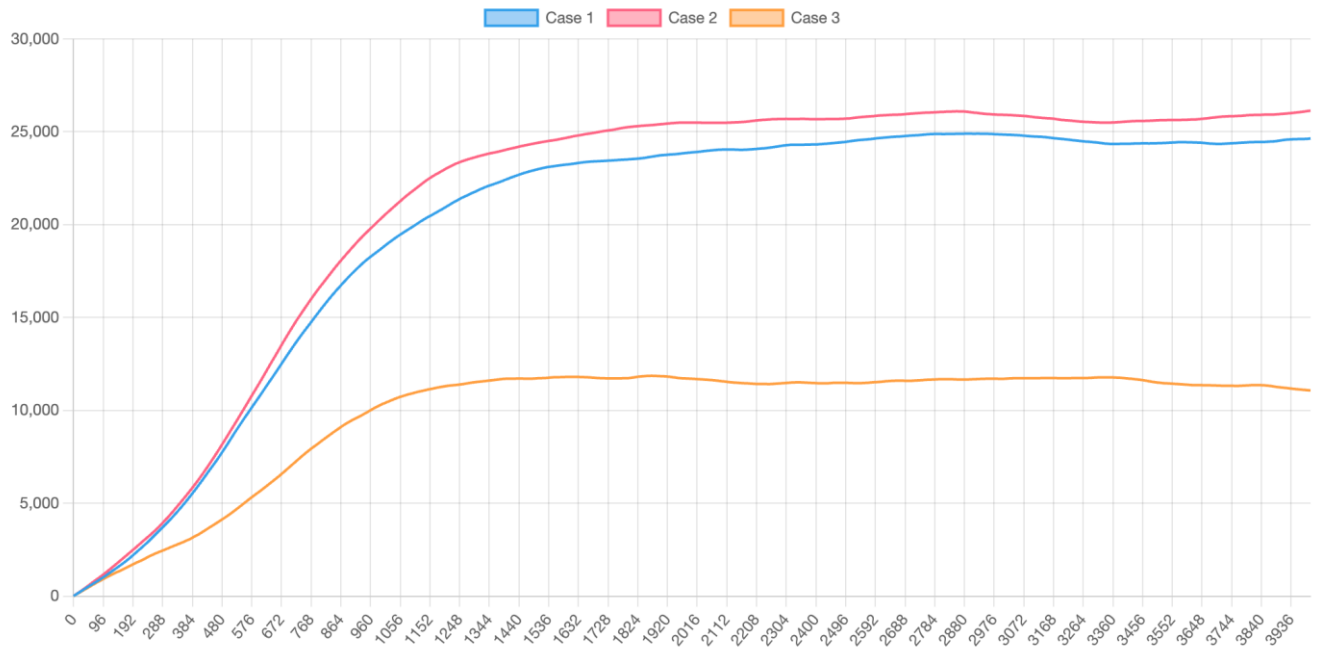


Рис. 3.28 – Результати інформаційної боротьби з внутрішнім конфліктом між першою та другою інформаційними загрозами на користь другої та між першим типом з третім на користь першого

Як бачимо з рисунку, подібного посилення, виявилось майже достатньо для паритету між лідером та інформаційною загрозою, що займала останнє місце.

Звичайно, не потрібно забувати, що середовище також доповнюють випадкові збурення, тому при проведенні додаткових ітерацій, можливі випадки, коли інформаційна загроза один виступить переможцем (рис. 3.29).

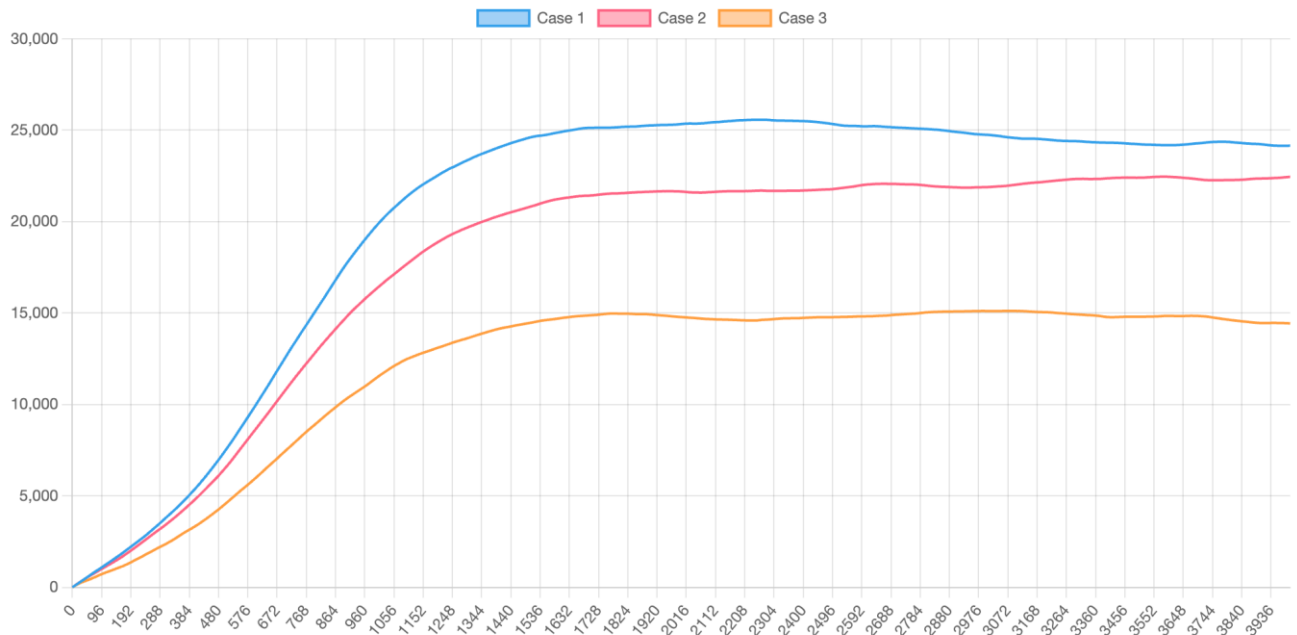


Рис. 3.29

Результати інформаційної боротьби з внутрішнім конфліктом між першою та другою інформаційними загрозами на користь другої та між першим типом з третім на користь першого (симуляція 2)

Таким чином, розроблена інформаційна система розрахунку поширення інформаційних загроз, може стати інструментом у сфері інформаційної безпеки. Комплексний підхід до виявлення, аналізу та управління загрозами робить її ефективним засобом виявлення потенційних небезпек.

Однією з ключових переваг системи є її здатність виявляти загрози з врахування певного ступеня випадковості. Це дозволяє своєчасно реагувати на зміни в інформаційному середовищі та вживати заходів за необхідності для забезпечення безпеки інформаційних активів. Модульна архітектура системи робить її гнучкою та легко адаптованою до конкретних потреб, що за умови подальшого розвитку, забезпечує високий рівень індивідуалізації та оптимізації.

Мова Python, завдяки своїй простоті, гнучкості та широким можливостям у наукових обчисленнях і розробці програм, стала ідеальним вибором для реалізації

логіки розрахунку інформаційних загроз на бекенді системи. Використання Python дозволяє ефективно реалізовувати алгоритми обробки даних та аналізу великих обсягів інформації.

Фронтенд системи, який відповідає за інтерактивний інтерфейс та взаємодію з користувачем, побудований на ReactJS 18. Ця JavaScript-бібліотека від Facebook характеризується високою продуктивністю і можливістю створювати динамічні та ефективні вебдодатки. Використання ReactJS дозволяє надати користувачам зручний та ергономічний інтерфейс, забезпечуючи при цьому швидку та стабільну роботу.

Висновки до Розділу 3

Розроблена інформаційна система узагальнює отримані результати в розділі 2, зокрема, розроблений математичний апарат успішно виконує попередньо поставленні задачі, а саме:

- Враховує випадковий вплив середовища.
- Дозволяє робити висновки для n-типів інформаційних загроз.

Також, система підтримки прийняття рішень відповідає поставленим вимогам, а саме:

- Технічний стек відповідає попередньо описаним умовам доступності та надійності.
- Обрана архітектура відповідає умовам розширюваності та підтримуваності.
- Розроблений користувацький інтерфейс надає повний контроль над параметрами моделі.

Також, у цьому розділі проведено тестування системи підтримки прийняття рішень на реальній статистичній вибірці. Проведені симуляції з вибіркою, для наступних випадків:

- Інформаційна боротьба з помірним впливом випадкових факторів.

- Переможець визначений «силою» зовнішнього та внутрішнього каналів поширення.
- Інформаційна боротьба з сильним впливом випадкових факторів.
 - Переможець може бути неочевидним, навіть зважаючи на сильніші показники зовнішнього та внутрішнього каналів поширення.
- Інформаційна боротьби без впливу випадкових факторів.
 - Переможець повністю визначений «силою» зовнішнього та внутрішнього каналів поширення.

ВИСНОВКИ

У даному дисертаційному дослідженні були розглянуті питання, пов'язані з процесом моделювання інформаційної боротьби інформаційних загроз та автоматизація процесу розрахунку та керування параметрами моделі, шляхом розробки системи підтримки прийняття рішень. У результаті дослідження було виявлено способи покращення існуючих підходів моделювання та врахування випадкових факторів впливу зовнішнього середовища.

Розроблено математичний апарат для отримання числового розв'язку моделі інформаційної боротьби для n -типів інформаційних загроз з врахуванням мінливості середовища.

У наукових дослідженнях, де передбачається моделювання реальних процесів, використання детермінованих моделей, які передбачають точні результати, обмежується тим, що навколишній світ не є детермінованим.

У даному дослідженні, при побудові моделей, використовувалися підходи, розроблені Королюком В.С. Запропоновано складну ймовірнісну модель, що включає марковські переключення та неklasичні схеми апроксимації.

Огляд основних алгоритмів асимптотичного аналізу стохастичних систем, таких як усереднення, дифузійна апроксимація, пуассонівська апроксимація та апроксимація Леві еволюційних систем з марковськими випадковими збуреннями, також були здійснені.

Статистичні системи з випадковими збуреннями є широко використовуваними моделями для опису різноманітних процесів у часі. Одним із важливих аспектів дослідження таких систем є вивчення їхньої поведінки на зростаючих інтервалах часу, що призводить до ефекту усереднення випадкових збурень.

Метод малого параметру з використанням теорії випадкових еволюцій у банаховому просторі тест-функцій виявився ефективним для аналізу стохастичних систем на зростаючих інтервалах часу.

Також розглядалася схема усереднення, дифузійна апроксимація динамічної системи за умови балансу та умов усереднення. Вони визначалися розв'язками диференціальних рівнянь із використанням теорії ймовірностей та асимптотичного аналізу.

Запропонована модель має значні переваги, зокрема, у проведенні точного та всебічного аналізу поширення інформаційних загроз. Забезпечуючи точне вимірювання швидкості розповсюдження, вона дає можливість особам, які приймають рішення, формулювати більш ефективні стратегії реагування. Крім того, здатність моделі аналізувати часові зміни в поширенні інформаційних загроз полегшує виявлення тенденцій та прогнозування майбутніх загроз.

Таким чином, розроблена модель є кроком вперед у розумінні та зменшенні інформаційних загроз. Її здатність враховувати конфліктні взаємодії та точно аналізувати динаміку поширення інформації позиціонує її як цінний інструмент для політиків та фахівців з безпеки для розробки проактивних та ефективних стратегій реагування. Важливо, що поточні дослідження та експерименти продовжуватимуть удосконалювати і перевіряти ефективність моделі в різних контекстах і сценаріях, забезпечуючи її актуальність і застосовність в умовах постійно мінливого ландшафту інформаційних загроз.

Розроблена система прийняття рішень заснована на вимогах до стеку, які включають у себе потребу у стабільності, розширюваності та відповідності сучасним стандартам і нормам. З метою забезпечення цих вимог використано найновіші версії ключових технологій.

Бекенд системи реалізовано на мові програмування Python версії 3.11, яка є однією з найбільш популярних та потужних мов програмування у світі. Python відомий своєю простотою використання, великою кількістю доступних бібліотек та фреймворків, що робить його ідеальним вибором для реалізації стабільних та надійних серверних додатків. Для розробки веб-інтерфейсу використовується веб-

фреймворк Flask версії 3.0.0, який відзначається простотою налаштування та швидкістю розробки, що дозволяє ефективно реалізувати бекенд системи.

Клієнтська частина системи побудована на основі технології ReactJS версії 18, що є однією з найпопулярніших бібліотек JavaScript для створення користувацьких інтерфейсів. ReactJS відзначається високою продуктивністю, ефективним використанням пам'яті та можливістю швидкої реакції на зміни. Для оптимізації обміну даними між клієнтом і сервером використовується бібліотека ReactQuery, яка дозволяє автоматично кешувати дані та забезпечувати оптимальну роботу веб-додатків навіть при великій кількості запитів до сервера.

Такий підхід до вибору технологій дозволяє не лише забезпечити високу якість та стабільність розробленої системи, але і зробити її готовою до майбутніх розширень та адаптацій до змінних потреб користувачів та ринкових умов.

Проведено симуляції, використовуючи реальні статистичні вибірки, з метою тестування розробленого програмного рішення. У цьому контексті, важливо зазначити, що відбірка даних для тестування була побудована на основі популярності соціальних мереж серед українців, а також джерел, які вони використовують для отримання новин. Цей підхід дозволяє забезпечити реалістичне тестування, оскільки враховуються реальні поведінкові та інформаційні звички цільової аудиторії.

Важливість тестування на реальних даних полягає в тому, що воно дозволяє оцінити реакцію розробленого програмного рішення на реальні умови використання. Це включає в себе перевірку ефективності, швидкості реакції та відповідності результатів очікуванням. Крім того, тестування на реальних даних допомогло виявити можливі проблеми та вразливості програмного забезпечення, які можуть виникнути під час його реального використання.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Королюк В. С., Самойленко І. В. Потенціальний оператор процесу Орнштейна–Уленбека та його застосування. *Доповіді Національної академії наук України*. 2013. № 3. С. 21–27. URL: <http://dspace.nbuiv.gov.ua/handle/123456789/85593>. (дата звернення: 15.02.2024).
2. Ляшко І. І., Макаров В. Л., Скоробогатько А. А. Методи обчислень. Чисельний аналіз. Методи розв’язання задач математичної фізики. Київ, 1977. 408 с.
3. Медіаспоживання українців в умовах повномасштабної війни. Опитування ОПОРИ. URL: https://oporaua.org/polit_ad/mediaspozhyvannia-ukrayintsiv-v-umovakh-povnomasshtabnoyi-viini-opituvannia-opori-24068. (дата звернення: 20.09.2023).
4. Овчиннікова О. Р. Проблеми управління міждержавними міграційними процесами на сучасному етапі. *Придніпровський науковий Вісник (Донбаський випуск). Серія Економіка*. Донецьк, 1998. № 108(175). С. 54–57.
5. Louisville, KY 40292 USA Prasanna S. *Probability and mathematical statistics* / Sahoo Prasanna. – Louisville, KY 40292 USA, 2013. – 712.
6. Albeverio S., Koshmanenko V., Samoilenko I. The conflict interaction between two complex systems. Cyclic migration. *Journal of Interdisciplinary Mathematics*. 2008. Vol. 11. No. 2. P. 163–185.
7. Alter O., Brown P. O., Botstein D. Generalized singular value decomposition for comparative analysis of genome-scale expression data sets of two different organisms. *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 2003. Vol. 100. No. 6. P. 3351–3356. doi.org/10.1073/pnas.053025810.
8. Chabanyuk Y. M., Nikitin A. V., Khimka U. T. Asymptotic properties of the impulse perturbation process under Levy approximation conditions with the point of equilibrium of the quality criterion, *Matematychni Studii*. 2019. Vol. 52. Iss. 1. P. 96–104. doi:10.30970/ms.52.1.96-104.

9. Chabanyuk Y., Nikitin A., Khimka U. Asymptotics of Control Problem for the Impulse Perturbation Process under Stochastic Optimization Procedure and Levy Approximation Conditions. *IEEE 2nd International Conference on System Analysis and Intelligent Computing. K.*, 2020. doi: [10.1109/SAIC51296.2020.9239121](https://doi.org/10.1109/SAIC51296.2020.9239121).
10. Chabanyuk Y., Nikitin A., Khimka U. Control Problem for the Impulse Process under Stochastic Optimization Procedure and Levy Conditions. *Matematychni Studii*. 2021. Vol. 55. No.1. P. 107–112.
11. Chabanyuk Y., Nikitin A., Khimka U. Asymptotic Analyses for Complex Evolutionary Systems with Markov and Semi-Markov Switching Using Approximation Schemes : monografia. London : Wiley-ISTE, 2020. 240 p.
12. Differential Equations with Small Stochastic Additions Under Poisson Approximation Conditions / I. V.Samoilenko, Y. M. Chabanyuk, A. V. Nikitin, U. T. Khimka. *Cybernetics and System analysis*. 2017. Vol. 53. Iss. 3. P. 410–416. doi.org/10.1007/s10559-017-9941-7.
13. Engele S., Hubert M., Branden K.V. A Comparison of Three Procedures for Robust PCA in High Dimensions. *Austrian journal of statistics*. 2005. Vol. 34. No. 2. P. 117–126. URL: <https://wis.kuleuven.be/stat/robust/papers/2005/robpcakmax.pdf>. (дата звернення: 16.01.2024).
14. Feng-Shang Wu, Wen-Lin Chu - *Diffusion models of mobile telephony* [in] *Journal of Business Research*, 63 (2010), pp. 497–501.
15. Jackson E. A User's Guide to Principal Components. New York : John Wiley & Sons Inc, 1991. 575 p. doi:10.1002/0471725331.
16. Jolliffe I. T. Principal Component Analysis. Berlin : Springer, 2002. 487 p. URL: [http://cda.psych.uiuc.edu/statistical_learning_course/-Jolliffe%20I.%20Principal%20Component%20Analysis%20\(2ed.,%20Springer,%202002\)\(518s\)_MVsa_.pdf](http://cda.psych.uiuc.edu/statistical_learning_course/-Jolliffe%20I.%20Principal%20Component%20Analysis%20(2ed.,%20Springer,%202002)(518s)_MVsa_.pdf). (дата звернення: 13.02.2024).
17. Jorma Jormakka, Jarmo V.E. Mölsä - Modelling Information Warfare as a Game. *Journal of Information Warfare* Vol. 4, No. 2 (2005), P. 12-25.

18. Konishi S., Rao C. R. Principal component analysis for multivariate familial data. *Biometrika*. 1992. Vol. 79. No. 3. P. 631–641. doi.org/10.2307/2336794
19. Korolyuk V. S., Korolyuk V. V. Stochastic Models of Systems. 1999. 185 p.
20. Korolyuk V. S., Limnios N. Stochastic Systems in Merging Phase Space. 2005. 330 p. doi:[10.1142/5979](https://doi.org/10.1142/5979).
21. Korolyuk V. S., Limnios N., Samoilenko I. V. Lévy and Poisson approximations of switched stochastic systems by a semimartingale approach. *Comptes Rendus Mathématique*. 2016. V. 354. Iss. 7. P. 723–728.
22. Krasiuk B. Information threat. Combating n-type information threats. *Вісник Львівського університету. Серія прикладна математика та інформатика*. 2023. Вип. 31. С. 183–188. doi: 10.30970/vam.2023.31.00000.
23. Liu L, Hawkins D. M, Ghosh S, Young S. S. Robust singular value decomposition analysis of microarray data. *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 2003. Vol. 100. No. 2. P. 13167–13172. doi.org/10.1073/pnas.1733249100.
24. Lotka A. J. Relation between birth rates and death rates. *Science*. 1907. Vol. 26. P. 21–22. doi: 10.1126/science.26.653.21-a.
25. MahjanV., Muller E., and Bass F.M.. - *New product diffusion models in marketing: A review and directions for research* [in] *Journal of Mar-keting*, 54 (1990), pp. 1–26.
26. Mikhailov A. P., Marevtseva N. A. Models of information warfare. *Math. Models Comput. Simul.* 2012. Vol. 4. Iss. 3. P. 251–259. doi: 10.1134/S2070048212030076.
27. Mykhaylov A. P., Marevtseva N. A. Models of the information struggle. *Mat. modelling*, 2011, Vol. 23. No. 10. P. 19–32.
28. Nakonechnyi, O.G., Kapustian, O.A., Shevchuk, Iu.M., Loseva, M.V., Kosukha, O.Yu. An intellectual system of analysis of reactions to news based on data from telegram channels // *Bulletin of the Taras Shevchenko National University of Kyiv. Physics and Mathematics*, 2022, 2022(3), pp. 55–61 DOI 10.17721/1812-5409.2022/3.7

29. Nakonechnyi, O., Pashko, A., Kapustian, O., Zinko, T. , Shevchuk, I. Statistical Simulation of the Information Warfare // *2019 IEEE International Conference on Advanced Trends in Information Theory, ATIT 2019 – Proceedings*, 2019, pp. 75–80.
30. Nakonechnyi A.G., Zinko P.N., Shevchuk Y.M. Guaranteed predictive estimation of solutions of system of differential equations with the Gompertzian dynamics // *Mathematical Modeling and Computing*. – 2019. –Vol. 6, Issue 1. – P. 92–100.
31. Nakonechnyi A.G., Zinko P.N., Zinko T.P., Shevchuk Y.M. Guaranteed prediction estimates of solving systems of differential equations with Gompertz dynamics under observations at discrete time instants // *Journal of Automation and Information Sciences*. – 2019, 51(5), P. 38–53.
32. Nevelson M. B. *Stochastic approximation and recursive estimation* / Nevelson M. B., Khas'minskii, R. Z. // American Mathematical Soc., 1976. – 244 p.
33. Nikitin A. V. Asymptotic dissipativity of stochastic processes with impulsive perturbation in the levy approximation scheme. *Journal of Automation and Information Sciences*. 2018. Vol. 50. Iss. 4. P. 54–63. doi: 10.1615/JAutomatInfScien.v50.i4.50.
34. Nikitin A. V. Asymptotic Properties of a Stochastic Diffusion Transfer Process with an Equilibrium Point of a Quality Criterion. *Cybernetics and System analysis*. 2015. Vol. 51. Issue 4. P. 650–656.
35. Papanicolaou G., Stroock D., Varadhan S. R. S. Martingale approach to some limit theorems : Duke turbulence conference (Durham, NC, April 23–25, 1976). New York : Duke University. 1977. 120 p. URL: https://math.stanford.edu/~papanico/pubftp/pubs_old/martingale_duke_77.pdf. (дата звернення: 15.02.2024).
36. Pearson K On Lines and Planes of Closest Fit to Systems of Points in Space. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*. 1901. Vol. 2. Iss. 11. P. 559–572. doi.org/10.1080/14786440109462720

37. Samoilenko A. M., Stanzhytskyi O. M. Qualitative and asymptotic analysis of differential equations with random perturbations. Singapore : World Scientific, 2011. 323 p.
38. Samoilenko, I. V., Nikitin A. V., Verovkina G. V. Peculiarities of Construction and Analysis of the Information Warfare Model with Markov Switchings and Impulse Perturbations Under Levy Approximation Conditions. *Cybern Syst Anal.* 2021. Vol. 57. P. 621–628. doi.org/10.1007/s10559-021-00387-1.
39. Samolilenko I. V., Nikitin A. V. Differential Equations with Small Stochastic Terms Under the Lévy Approximating Conditions. *Ukrainian Mathematical Journal*, 2018. Vol. 69. P. 1445–1454. doi: 10.1007/s11253-018-1443-x.
40. Skinner C. J., Holmes D. J., Smith T. M. F. The Effect of Sample Design on Principal Component Analysis. *Journal of the American Statistical Association*. 1986. Vol. 81. No. 395. P. 789–798. doi.org/10.2307/2289011.
41. Stauffer D., Moss De Oliveira S., De Oliveira P.M.C., Sa Martins J.S. - *Biology, Sociology, Geology by Computational Physicists*, Mono-graph Series on Nonlinear Science and Com-plexity Vol. 1, Elsevier, 2006.
42. Stone L., Olinky R. Phenomena in ecological systems. *Experimental Chaos : 6th Experimental Chaos Conference (22–26 July 2001, Potsdam, Germany)*. Potsdam, 2003. P. 476–487.
43. Takahashi K. I., Salam K. Md. M. Mathematical model of conflict with non-annihilating multi-opponent. *J. Interdisciplinary Math.* 2006. Vol. 9(3). P. 459–473. doi: 10.1080/09720502.2006.10700457.
44. Temur Ipolite Chilachava. Mathematical Model of Information Warfare with System of Linear Partial Differential Equations. *Abstract Internat. Conf. «VIII International Conference of the Georgian Mathematical Union»*. Sokhumi, 2017. <http://dx.doi.org/10.13140/RG.2.2.19054.36161>
45. The Complex Systems for Conflict Interaction Modelling to Describe a Non-Trivial Epidemiological Situation / Bekesiene S., Samoilenko I., Nikitin A.,

Meidute-Kavaliauskiene I. *Mathematics*. 2022. Vol. 10. Iss. 4. P. 537. doi.org/10.3390/math10040537.

46. Tufto J. Effects of releasing maladapted individuals: a demographic evolutionary model. *The American Naturalist*. 2001. Vol. 158(4). P. 331–340. doi: 10.1086/321987.

47. Uhlenbeck G. E., Ornstein L. S. On the Theory of Brownian Motion. *Phys. Rev.* 1930. Vol. 36. Iss. 5. P. 823–841. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.36.823>.

48. Verhulst P. P. Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement. *Correspondence Mathematique et Physique*. 1838. Vol. 10. P. 113–121.

49. Vlasyuk A. P., Kراسиuk B. V. Mathematical modeling of migration processes of population in one-dimensional case. *Abstract Internat. Conf. «Problems of decision making under uncertainties»*. Lviv, 2019. P. 111.

50. Vlasyuk A. P., Stepanchenko O. M, Ostapchuk O. P. Monotonic difference scheme for non-linear one-dimensional equation of parabolic type with the first derivative. *Journal of Kyiv University*. 2005. Iss. 2. P. 188–195.

51. Volterra. V. Sui tentativi di applicazione della matematiche alle scienze biologiche e sociali. *Giornale degli Economisti*. 1901. Vol. 23. P. 436–458.

ДОДАТКИ

ДОДАТОК А

Список опублікованих праць

Статті у наукових фахових виданнях України:

1. Control problem for the impulse process under stochastic optimization procedure and nonclassical approximation / Chabanyuk Y., Nikitin A., Khimka U., Krasiuk B. *Вісник Львівського університету. Серія прикладна математика та інформатика*. 2021. №29. С. 19–29.
2. Krasiuk B. Information threat. Combating n-type information threats. *Вісник Львівського університету. Серія прикладна математика та інформатика*. 2023. № 31. С. 183–188.
3. Красюк Б. В. Розробка СППР для моделювання процесу інформаційної боротьби з внутрішнім конфліктом. *Прикладні питання математичного моделювання*. 2023. Т. 6. Ч. 2. С. 68–75.
4. Нікітін А., Красюк Б. Особливості побудови, асимптотичний аналіз та комп'ютерна реалізація для багатовимірної моделі інформаційної боротьби в умовах пуассонової апроксимації. *International Scientific Technical Journal «Problems of Control and Informatics»*. 2024. Vol. 69(1). P. 24–33.

Праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

5. Vlasyuk A., Krasiuk B. Mathematical modeling of a one-dimensional demographic process. *Proceedings of IV International scientific and practical conference «Modeling, control and information technologies»*. 2020. P. 23–24.
6. Власюк А., Красюк Б. Математичне і комп'ютерне моделювання міграційних процесів народонаселення в криволінійній області. *Тези доповідей 9-ї міжнародної наукової конференції «Сучасні проблеми*

- математичного моделювання, прогнозування та оптимізації*». Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2020. С. 32–33.
7. Власюк А., Красюк Б. Про дифузійно-конвекційні моделі для моделювання процесів народонаселення. *Збірник наукових праць за матеріалами XXI Всеукраїнської науково-практичної онлайн-конференції молодих учених та студентів, 30 жовтня 2020 р.* Острог: Вид-во Національного університету «Острозька академія», 2020. С. 39–41.
 8. Krasiuk B. Multidimensional information warfare model with internal conflict. *Abstracts of XXXVIII International Conference «Problems of decision making under uncertainties»*. September 11-15, 2023. Polyana, Ukraine. P. 75–76.
http://www.pdmu.univ.kiev.ua/PDMU_2023/PDMU-2023_End.pdf
 9. Kapustian O., Krasiuk B. Information Conflict Interaction Modelling. *Proceeding of XXII International Scientific-Practical Conference «Shevchenkivska Vesna – 2024»*. 2024. P. 83–84

ДОДАТОК Б

Зменшення розмірності моделі. Метод головних компонент

Аналіз головних компонент часто використовується для перетворення матричних даних, що складаються з декількох вимірних елементів. Для ефективного представлення даних до матриці підбирають першу головну вісь, мінімізуючи відстань між даними та віссю; потім до даних підбирають наступну вісь, перпендикулярну до першої осі, і так далі [14, 15, 31]. Оскільки між вимірюваними елементами може існувати взаємозалежність, обмежена кількість ортогональних осей буде представляти більшу частину вихідних даних; таким чином, перетворена матриця може узагальнювати вихідні дані з меншою кількістю вимірів. Крім того, процес узагальнення є об'єктивним і має найменшу кількість варіантів у розрахунках. Для наочності можна описати цей процес за допомогою сингулярного розкладу матриці [14]. Нехай X – вибіркова матриця, що містить елементи з нульовим середнім значенням. Матрицю можна розкласти на одну діагональну та дві унітарні матриці, $X = UDV^*$. Унітарні матриці U і V контролюють напрямки головних осей, тоді як діагональна матриця D записує сингулярні значення. Головні компоненти для вибірок у X визначаються як $Y_s = XV (= UD)$. Унітарна матриця V часто використовується як навантаження для компонент; однак тут замість неї будуть використані головні компоненти для елементів, $Y_i = X * U (= VD)$.

Як буде показано нижче, метод головних компонент не підходить для аналізу експериментальних або діагностичних даних. Однією з причин є те, що метод чутливий до шуму і зміщення у вибірках; метод по суті слабший до шуму порівняно з факторним аналізом, який містить члени похибки. Крім того, через те, як визначається відстань [31], і декомпозиція сингулярних значень, і аналіз головних компонент чутливі до викидів. Було розроблено різні робастні альтернативи [13–15], які застосовуються до даних випадків [15]. Однак чутливість до шуму і до пропусків може бути окремих питань, оскільки шум, що викликає

занепокоєння, пов'язаний з невеликими індивідуальними відмінностями між вибірками в багатьох елементах, а не з пропущеннями в окремих елементах. Незважаючи на цей недолік, метод головних компонент не може скористатися перевагами експериментального дизайну, запланованого для зменшення впливу шуму. Адже він припускає однакову вагу для всіх вибірок в X , навіть якщо ці вибірки можуть мати різну вагу і залежності. Отже, шум має тенденцію впливати на результуючі компоненти. Скіннер та ін. (1986) визначили цю нестабільність у напрямках осей в контексті дизайну вибірки; оскільки експериментальні плани часто складаються з повторних вимірювань, вплив ваг і залежностей між даними має бути більшим [35]. Коніші та Рао (1992) представили досконалішу методологію обробки даних, яка містить сім'ї з різною кількістю братів і сестер [16]. Однак дизайн експериментів може бути упередженим і в сім'ях; наприклад, деякі експерименти та дослідження в токсикології або біопсії можуть включати величезну кількість зразків для певної групи хімічних речовин або клінічних станів. У результаті зміщення впливатиме як на напрямки головних осей, так і на одиницю виміру, як це буде показано в прикладах, наведених нижче.

Іншим недоліком методу є його узагальненість; визначені головні компоненти дійсні лише для даного набору даних. Порівняння або інтеграція головних компонент вимагає спеціальних припущень, наприклад, що експерименти або спостереження, які підлягають інтеграції, мають спільні дані, і що експерименти відрізняються лише своїми середніми значеннями [5, 15]. Дійсно, Альтер та ін. (2003) застосували цей метод до пари експериментів, які мали спільний набір вибірок [7]. Однак ці припущення придатні лише для спеціалізованих комбінацій. Крім того, фізична інтерпретація осей у контексті експерименту в багатьох випадках не є очевидною. Тому порівняння або навіть апроксимація компонент для різних експериментів є складним завданням. Недостатня загальність головних компонент суперечить меті більшості експериментів, які часто планують для перевірки гіпотез і відкриття теорій із загальним характером. Це також

проблематично для природничих наук, які вимагають інтеграції знань, отриманих з різних досліджень. Крім того, загальність очікується в діагностиці або токсикологічних дослідженнях.

Тут вводяться модифікації методу, які дозволяють досягти узагальненості в результатах. По-перше, процеси ідентифікації та застосування осей були розділені, що дозволило розділити осі між експериментами. Унітарні матриці, які призначають осі, виявляються за допомогою навчальних даних, які складаються з представників груп в експериментальному дизайні. Репрезентативність знаходять як середнє значення групи, наприклад, повторні вимірювання лікування. Завдяки повторним вимірюванням знижується рівень похибки вимірювання. Використовуючи надійні методи, такі як обрізане середнє значення або медіана, вплив викидів можна згладити.

Нагадаємо обґрунтування. Метод головних компонент полягає у розкладанні за допомогою ортогонального перетворення k -вимірною випадкового вектора

$$\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_k)^T$$

через систему лінійно незалежних векторів, яка є ортонормованою системою власних векторів, що відповідають матриці коваріації вектора \mathbf{X} .

Лінійна модель для центрованого вектора стовпчика

$$\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{X} - M[\mathbf{X}]$$

Пишеться у вигляді

$$\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{F}, \quad (\text{Б.1})$$

де

$$\mathbf{F} = (F_1, F_2, \dots, F_k)^T$$

Центрований і нормалізований випадковий вектор стовпчик некорельованих головних компонент F_j ($j = 1, 2, \dots, k$),

$$\mathbf{A} = (a_{ij})_{i,j=1}^k$$

невипадкова матриця навантажень випадкових величин X_i на компоненти F_j ($i = 1, 2, \dots, k, j = 1, 2, \dots, k$).

Опишемо схему побудови вектора F і обчислення матриці A .

Позначимо

$$\Sigma = M[\tilde{X} \cdot \tilde{X}^T]$$

Матрицю коваріації вектора X .

(Пригадаємо, що матриця коваріації – це узагальнення поняття дисперсії на багатовимірний випадок. Така матриця для випадкового вектора (X_1, X_2, \dots, X_k) має вигляд:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \dots & \sigma_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \dots & \sigma_n^2 \end{pmatrix}$$

де:

σ_i^2 – дисперсія випадкової величини X_i ;

$\sigma_{ij} = \text{cov}(X_i, X_j)$ – коваріація між випадковими величинами X_i і X_j .

Будучи симетричною і невід’ємною, матриця коваріації має k дійсних невід’ємних власних значень $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$. Припустимо далі, що

$$\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_k.$$

Позначимо

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_k \end{pmatrix};$$

$\mathbf{v}_j = (v_{1j}, v_{2j}, \dots, v_{kj})^T$ є нормалізованими власними векторами стовпців матриці Σ , що відповідає власному значенню λ_j ($j = 1, 2, \dots, k$). Тоді для всіх $j = 1, 2, \dots, k$, виконуються рівності:

$$\det|\Sigma - \lambda I| = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, k),$$

де I є одиничною матрицею k -го порядку;

$$\Sigma \mathbf{v}_j = \lambda_j \mathbf{v}_j; \quad (j = 1, 2, \dots, k); \quad (\text{Б.2})$$

$$\mathbf{v}_p^T \mathbf{v}_j = \sum_{i=1}^k v_{ip} v_{ij} = \delta_{pj} = \begin{cases} 1, & p = j \\ 0, & p \neq j \end{cases}; \quad (\text{Б.3})$$

$$(p = 1, 2, \dots, k; j = 1, 2, \dots, k).$$

Введемо матрицю

$$\mathbf{V} = (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_k).$$

Беручи до уваги відношення (Б.2) і (Б.3) отримаємо

$$\mathbf{v}_j^T \Sigma \mathbf{v}_p = \lambda_j \mathbf{v}_j^T \mathbf{v}_p = \begin{cases} \lambda_j, & p = j \\ 0, & p \neq j \end{cases}$$

$$(p = 1, 2, \dots, k; j = 1, 2, \dots, k).$$

Тоді

$$\mathbf{V}^T \Sigma \mathbf{V} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_k \end{pmatrix} = \mathbf{\Lambda}. \quad (\text{Б.4})$$

Нехай

$$\tilde{\mathbf{F}} = \mathbf{V}^T \tilde{\mathbf{X}}, \quad (\text{Б.5})$$

і оскільки

$$M[\tilde{\mathbf{F}}] = M[\mathbf{V}^T \tilde{\mathbf{X}}] = \mathbf{V}^T M[\tilde{\mathbf{X}}] = \mathbf{0}$$

де $\mathbf{0} = (0, \dots, 0)^T$, тоді $\tilde{\mathbf{F}}$ – центрований вектор, і

$$M[\tilde{\mathbf{F}} \tilde{\mathbf{F}}^T] = M[\mathbf{V}^T \tilde{\mathbf{X}} \tilde{\mathbf{X}}^T \mathbf{V}] = \mathbf{V}^T M[\tilde{\mathbf{X}} \tilde{\mathbf{X}}^T] \mathbf{V} = \mathbf{V}^T \Sigma \mathbf{V},$$

і на підставі (4), компоненти вектора $\tilde{\mathbf{F}}$ є некорельовані і

$$D[\tilde{\mathbf{F}}_j] = \lambda_j \quad (j = 1, 2, \dots, k).$$

Тому шуканий центрований і нормалізований вектор \mathbf{F} є рівний

$$\mathbf{F} = \mathbf{\Lambda}^{-\frac{1}{2}} \tilde{\mathbf{F}} = \mathbf{\Lambda}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{V}^T \tilde{\mathbf{X}}. \quad (\text{Б.6})$$

Звернемо увагу на наступні факти:

1) Оскільки

$$\text{tr } \Sigma = \text{tr } \mathbf{\Lambda},$$

(нагадаємо, що *слід* квадратної матриці – це величина

$$\text{tr } \mathbf{\Lambda} = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_k,$$

отже

$$\sum_{i=1}^k D[\tilde{X}_i] = \sum_{i=1}^k D[X_i] = \text{tr } \Sigma = \text{tr } \mathbf{\Lambda} = \sum_{j=1}^k \lambda_j = \sum_{j=1}^k D[\tilde{F}_j], \quad (\text{Б.7})$$

тобто, дисперсія початкових випадкових величин X_1, X_2, \dots, X_k повністю охоплюється через дисперсії компонент F_1, F_2, \dots, F_k , оскільки

$$D[\tilde{F}_1] > D[\tilde{F}_2] > \dots > D[\tilde{F}_k],$$

тоді дисперсія кожної наступної компоненти пояснює меншу частину дисперсії початкових випадкових величин, ніж дисперсія попередньої компоненти;

2) Оскільки

$$M[\mathbf{F}^T \mathbf{F}] = \mathbf{I}$$

тоді

$$\Sigma = M[\tilde{\mathbf{X}} \tilde{\mathbf{X}}^T] = M[\mathbf{A} \mathbf{F}^T \mathbf{F} \mathbf{A}^T] = \mathbf{A} M[\mathbf{F}^T \mathbf{F}] \mathbf{A}^T = \mathbf{A} \mathbf{A}^T$$

або

$$\text{cov}(X_i, X_p) = \text{cov}(\tilde{X}_i, \tilde{X}_p) = \sum_{j=1}^k a_{ij} a_{pj} \quad (i = 1, 2, \dots, k; p = 1, 2, \dots, k), \quad (\text{Б.8})$$

зокрема,

$$D[\tilde{X}_i] = D[X_i] = \sum_{j=1}^k a_{ij}^2 \quad (i = 1, 2, \dots, k),$$

тобто матриця коваріації вектора \mathbf{X} є цілком визначеною через матрицю навантажень \mathbf{A} ;

3) Оскільки

$$M[\tilde{\mathbf{X}} \mathbf{F}^T] = M[\mathbf{A} \mathbf{F} \mathbf{F}^T] = \mathbf{A} M[\mathbf{F} \mathbf{F}^T] = \mathbf{A}$$

тоді

$$\text{cov}(X_i, F_j) = a_{ij} \quad (i = 1, 2, \dots, k; j = 1, 2, \dots, k), \quad (\text{Б.9})$$

тобто коваріація випадкової величини X_i і компоненти F_j рівна навантаженню a_{ij} .

Зауваження. Власні значення і власні вектори істотно залежать від вибору масштабу і одиниць вимірювання випадкових величин. Таким чином, компонентний аналіз ефективний, коли величини мають однакове значення в природі та вимірюються в однакових одиницях. Приклади таких величин включають структуру бюджету часу окремих осіб або організацій (усі показники X_i вимірюються в одиницях часу), структуру сімейного споживання, структуру витрат організації (усі X_i вимірюються в грошових одиницях) тощо. Якщо ця умова порушується, вектор \mathbf{X} нормалізується і центрується, тоді Σ є кореляційною матрицею, і із співвідношення (Б.7 – Б.9) отримуємо

$$k = \sum_{j=1}^k \lambda_j,$$

тобто

$$\frac{\lambda_j}{k}$$

є частиною повної дисперсії випадкових величин X_1, X_2, \dots, X_k , яка пояснюється складовою F_j ;

$$\rho(X_i, X_p) = \sum_{j=1}^k a_{ij} a_{pj} ;$$

$$\rho(X_i, F_j) = a_{ij};$$

$$\sum_{j=1}^k a_{ij}^2 = 1.$$

Слід також зазначити, що використання кореляційної матриці в компонентному аналізі ускладнює перевірку багатьох гіпотез.

Потім знаходимо матрицю навантаження A . Із співвідношення (Б.5), використовуючи ортогональність матриці V , отримуємо:

$$V\tilde{F} = VV^T\tilde{X} = VV^{-1}\tilde{X} = \tilde{X},$$

і беручи до уваги відношення (Б.6), маємо:

$$\tilde{X} = V\tilde{F} = V\Lambda^{\frac{1}{2}}F$$

Звідси

$$A = V\Lambda^{\frac{1}{2}},$$

$$F_j = \frac{\sum_{i=1}^k a_{ij}\tilde{X}_i}{\lambda_j} = \frac{\sum_{i=1}^k v_{ij}\tilde{X}_i}{\sqrt{\lambda_j}} \quad (j = 1, 2, \dots, k). \quad (\text{Б.10})$$

Як правило, до аналізу використовуються перших k' головних компонент які охоплюють щонайменше 70% дисперсії початкових випадкових величин ($k' < k$). Можна довести, що компоненти $F_1, F_2, \dots, F_{k'}$ показують найкращий в сенсі методу найменших квадратів прогноз значень X_1, X_2, \dots, X_k серед всіх прогнозів, які можна побудувати з допомогою k' лінійних комбінація множини k довільних значень (ця властивість називається властивістю найкращого самовідтворення), при цьому відносна похибка прогнозу становить

$$\delta = \frac{\sum_{i=k'+1}^k \lambda_i}{\sum_{i=1}^k \lambda_i};$$

На практиці зазвичай

$$\frac{k'}{k} \approx 10 \div 25\%.$$

Для візуальної інтерпретації головних компонентів найбільш зручними є випадки $k' = 1, 2, 3$

Геометрична інтерпретація аналізу головних компонент

Аналіз головних компонентів допускає наступну геометричну інтерпретацію:

- спочатку (при переході від початкового вектора X до центрованого вектора $\tilde{X} = X - M[X]$) початок координат фактично переноситься в точку $M[X]$, яка є центром еліпсоїда розсіювання випадкового вектора X ;

- потім осі координат повертають так, щоб нові осі координат $Of^{(1)}, Of^{(2)}, \dots$ були спрямовані вздовж осі еліпсоїда розсіювання, а розкид точок уздовж осі $Of^{(1)}$ не повинен бути менше, ніж вздовж осі $Of^{(2)}$ тощо.

У цьому випадку для дослідника найважливішою є дисперсія спостережень по новій осі $Of^{(1)}$, менша дисперсія по осі $Of^{(2)}$, а розкид по останніх кількох осях можна не враховувати. Це графічно показано на малюнку нижче (рис. Б.1).

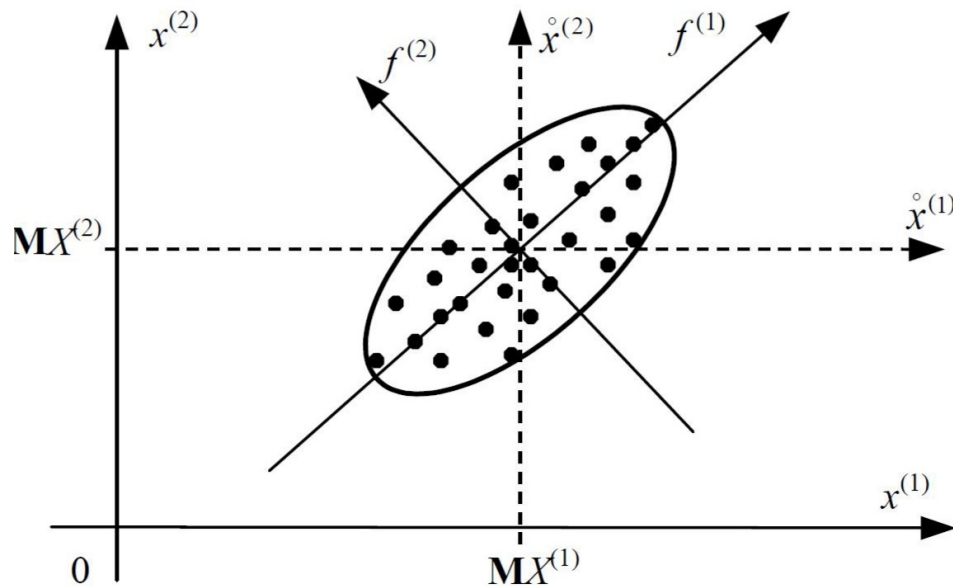


Рис. Б.1 – Геометрична інтерпретація методу головних компонент

Використаємо метод головних компонент для аналізу вибірки, яку в майбутньому використаємо для симуляції інформаційної боротьби.

Таб. Б.1 Популярність соціальних мереж в Україні

Telegram	65,7%
Youtube	61,2%

Facebook	57,8%
Viber	48%
Instagram	29,1%
Tik-Tok	19,5%
Twitter	8,9%
Інше	2%

Перетворивши дані вибірки у вхідні параметри моделі, а саме α_n , β_n , t , θ , σ , x_0 отримаємо наступні вектори.

Таб. Б.2

	α_n	β_n	t	θ	σ	x_0
1	0.000000657	0.0000000657	10	1	5	10
2	0.000000612	0.0000000612	10	1	5	10
3	0.000000578	0.0000000578	10	1	5	10
4	0.00000048	0.000000048	10	1	5	10
5	0.000000291	0.0000000291	10	1	5	10
6	0.000000195	0.0000000195	10	1	5	10
7	0.000000089	0.0000000089	10	1	5	10

Проведемо розрахунки в середовищі R. Для графічного відображення результатів використаємо пакет *biplot*.

Отримано наступні результати рис. Б.2.

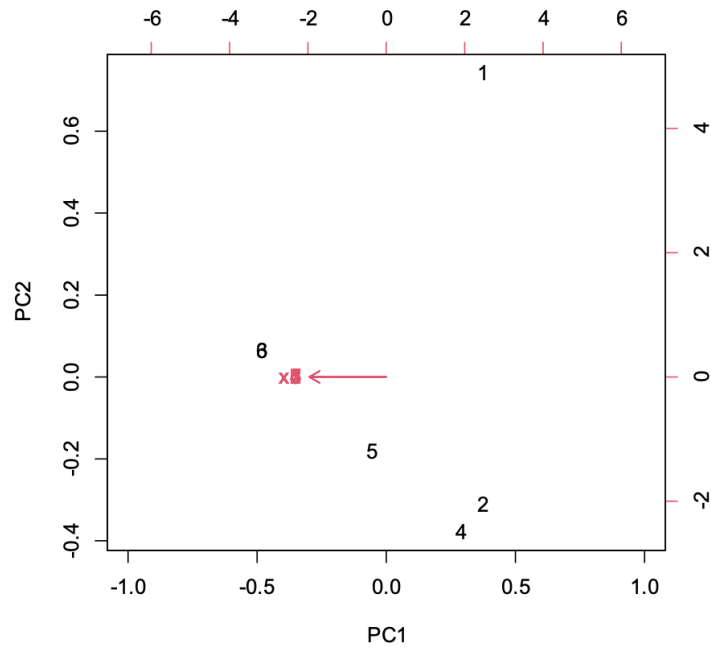


Рис. Б.2 – Результати методу головних компонент

З рисунку можна зробити висновок, що інформаційні загрози 2 та 4 суттєво відрізняються від інших у представленій вибірці, тому, беручи до уваги їх коефіцієнти, варто додатково розглянути доцільність їх включення у кінцеві розрахунки або навпаки, можливо лише вони заслуговують уваги. Підсумовуючи, описаний вище підхід, може бути застосований для виокремлення основних інформаційних загроз серед нескінченного списку наявних.