

П И Т А Н Н Я
з фахового вступного іспиту до магістратури
для спеціальності «прикладна математика» на 2024 р.
Затверджено протоколом Вченої ради № 9 від 23.02.2024.

Математичний аналіз, диференціальні рівняння та методи обчислень

1. Числова послідовність та її границя.
2. Границя функції в точці, неперервні функції.
3. Похідна та її застосування для дослідження функції одної змінної.
4. Інтеграл Рімана функції одної змінної та його властивості.
5. Функції багатьох змінних. Необхідні і достатні умови екстремуму, умовного екстремуму.
6. Числові та функціональні ряди. Ознаки збіжності.
7. Невласні інтеграли та інтеграли залежні від параметра. Ознаки збіжності.
8. Інтеграл Рімана функції багатьох змінних та його застосування.
9. Поверхневі і криволінійні інтеграли. Формули Гріна, Остроградського, Стокса.
10. Міра та інтеграл Лебега.
11. Основні означення теорії диференціальних рівнянь (звичайне диференціальне рівняння і форми його представлення, порядок диференціального рівняння, частинний розв'язок, особливий розв'язок, загальний розв'язок, загальний інтеграл, інтеграл диференціального рівняння, інтегральна крива, траєкторія, поле напрямків, точка рівноваги, фазовий портрет, задача Коші, крайова задача). Локальні умови існування і єдиності розв'язку задачі Коші (теорема Пікара).
12. Диференціальні рівняння першого порядку (з відокремлюваними змінними, лінійні, однорідні, в повних диференціалах, не розв'язані відносно похідної) і методи їх розв'язування. Методи пониження порядку для диференціальних рівнянь n-го порядку.
13. Лінійні диференціальні рівняння n-го порядку зі сталими коефіцієнтами (однорідні і неоднорідні). Структура і методи знаходження загального розв'язку.
14. Системи лінійних диференціальних рівнянь n-го порядку зі сталими коефіцієнтами (однорідні і неоднорідні). Структура і методи знаходження загального розв'язку. Фундаментальна матриця. Формула Коші.
15. Структура загального інтегралу системи диференціальних рівнянь n-го порядку. Метод інтегрованих комбінацій.
16. Загальний розв'язок лінійних однорідних і квазілінійних неоднорідних рівнянь першого порядку в частинних похідних. Метод характеристик. Задача Коші.
17. Теорія стійкості. Перший і другий методи Ляпунова. Стійкість лінійних однорідних систем диференціальних рівнянь. Критерій Гурвіца. Метод першого наближення. Функція Ляпунова. Теорема Ляпунова про стійкість, асимптотичну стійкість і нестійкість.
18. Класифікація фазових портретів системи лінійних диференціальних рівнянь на площині.

19. Диференційні рівняння з частинними похідними. Класифікація рівнянь другого порядку. Канонічні форми рівнянь.
20. Пряма та обернена задача теорії похибок.
21. Чисельні методи розв'язання нелінійних рівнянь та систем нелінійних рівнянь. Методи ділення проміжку навпіл, простої ітерації, релаксації, Ньютона, оцінки точності.
22. Чисельні методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Прямі методи: Гауса з вибором головного елемента, квадратних коренів, прогонки; ітераційні методи: Якобі, Зейделя, верхньої релаксації.
23. Наближені методи розв'язання задач на власні значення: степеневий метод, степеневий метод з формулою скалярних добутків, метод обертання.
24. Інтерполяційні формули Лагранжа, Ньютона та Ерміта, похибка інтерполювання; природній кубічний інтерполяційний сплайн; задача оберненої інтерполяції.
25. Побудова формул чисельного диференціювання. Порядок апроксимації.
26. Квадратурні формули. Формули Ньютона-Котеса: середніх прямокутників, трапецій, Сімпсона, складені квадратурні формули, апостеріорна та апостеріорна похибки квадратурних формул; формули Гауса та їх властивості.
27. Наближені методи розв'язання задачі Коші. Однокрокові методи та їх точність, формули Рунге-Кутта; багатокрокові методи, формули Адамса, метод невизначених коефіцієнтів.
28. Різницеві схеми. Сітки. Шаблони. Апроксимація, стійкість, збіжність.

Література

1. І.І. Ляшко, В.Ф. Ємельянов, О.К. Боярчук. Математичний аналіз. – К., Вища школа. – Ч. 1, 1992. – 495 с. – Ч.2, 1993. – 375 с.
2. М.О. Денисьєвський, О.О. Курченко, В.Н. Нагорний та інші. Збірник задач з математичного аналізу. – К.: ВПЦ "Київський університет", 2005. – 257 с.
3. M. Weir, J. Hass, C. Heil. Thomas' Calculus. – Person, 14th edition. – 1224 p.
4. J. Stewart Calculus: Early Transcendentals. – Cengage Learning, 8th edition. – 1368 p.
5. Гаращенко Ф.Г., Матвієнко В.Т., Пічкур В.В., Харченко І.І. Диференціальні рівняння, варіаційне числення та їх застосування. - К., Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2015. – 271 с.
6. Гаращенко Ф.Г., Харченко І.І. Збірник задач і вправ з диференціальних рівнянь. - К.: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2004. - 162 с.
7. Самойленко А. М., Перестюк М. О., Парасюк І. О. Диференціальні рівняння: Підручник. – К.: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2010. – 527 с.
8. Самойленко А. М. Кривошея С. А., Перестюк М.О. Диференціальні рівняння в задачах. – К.: Либідь, 2003.– 504 с.
9. Кривошея С. А., Перестюк М.О., Бурим В. М. Диференціальні та інтегральні рівняння: Підручник. – К.: Либідь, 2004.– 408 с.
10. Barbu V. Differential Equations. -Springer, 2016. -224 p.

11. Голубєва К.М., Кашпур О.Ф., Ключин Д.А. Чисельні методи. Київ.: 2022 - 145 с.
12. Голубєва К.М., Денисов С. В., Кашпур О.Ф., Ключин Д.А., Риженко А. І. Чисельні методи інтегрування. Київ.: 2019 - 55 с.
13. Москальков М. М., Риженко А. І., Войцеховський С. О., Кузьмін А.В., Кашпур О. Ф., Хлобистов В. В. Методичні вказівки та учбові завдання до практичних та лабораторних робіт з наближення функцій. Київ .: МАУП 2008. – 86 с.
14. Москальков М. М., Риженко А. І., Войцеховський С. О., Кузьмін А. В., Кашпур О. Ф., Лужних В. М., Вергунова І. М. Практикум з методів обчислень. Київ .: МАУП 2006. – 80 с.

Алгебра, геометрія та дослідження операцій

1. Пряма і площина в просторі. Пряма на площині.
2. Криві другого порядку. Еліпс та його властивості. Гіпербола та її властивості. Парабола та її властивості.
3. Критерій сумісності системи лінійних алгебраїчних рівнянь.
4. Лінійні операції над матрицями. Множення матриць. Обернена матриця.
5. Основна теорема про подільність многочленів.
6. Лінійний (векторний) простір та його основні властивості. Розмірність і базис простору.
7. Лінійний оператор в скінченновимірному просторі та матриця оператора.
8. Власні вектори та власні числа лінійних операторів.
9. Жорданова нормальна форма матриці.
10. Лінійні оператори дійсних евклідових просторів.
- 11.Зведення квадратичних форм до канонічного вигляду.
- 12.Задача лінійного програмування (ЗЛП) та її властивості. Симплекс- метод розв'язання ЗЛП.
13. Двоїсті задачі лінійного програмування. Теореми двоїстості.
14. Транспортна задача та її властивості. Методи знаходження початкового базисного розв'язку. Метод потенціалів.
15. Оптимальні чисті та змішані стратегії у матричній грі. Теорема про мінімакс.
16. Опукле програмування. Теорема Куна-Такера та наслідки з неї. Метод множників Лагранжа.

Література

1. Чарін В.С. Лінійна алгебра. – 2-ге вид., стер. – К: Техніка, 2005. – 416 с.
2. Бондарчук Ю.В., Олійник Б.В. Лінійна алгебра та аналітична геометрія (для студентів-інформатиків). – Київ, 2009. – 150 с.
3. Попов Ю.Д., Тюптя В.І., Шевченко В.І. Методи оптимізації. Навчальний електронний посібник для студентів спеціальностей “Прикладна математика”, “Інформатика”, “Соціальна інформатика”. – Київ: Електронне видання. Ел. бібліотека факультету кібернетики Київського національного університету імені Тараса Шевченка, 2003.–215 с.
4. Зайченко Ю. П. Дослідження операцій. Підручник. – 7-ме вид., переробл. та допов. – Київ : Видавничий дім «Слово», 2006. – 816 с.

5. В. В. Булдигін, І. В. Алексеєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Н. Р. Коновалова, Л. Б. Федорова; за ред. проф. В. В. Булдигіна. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: Навч. посібник — К. : ТВіМС, 2011. - 224 с.
6. О. О. Безущак, О. Г. Ганюшкін, Є. А. Кочубінська. Навчальний посібник з лінійної алгебри для студентів механіко-математичного факультету – К. : ВПЦ "Київський університет", 2019. – 224 с.

Дискретна математика та програмування

1. Операції над множинами (об'єднання, перетин, різниця, доповнення, булеан множини, декартів добуток, декартів степінь). Рівність, включення та строге включення множин. Основні теоретико-множинні тотожності. Розбиття множини.
2. Відношення між множинами та їх властивості (всюди визначеність, функціональність, ін'єктивність, сюр'єктивність). Функції, відображення, бієкції. Обернене відношення. Композиція відношень.
3. Бінарні відношення та їх властивості (рефлексивність, антирефлексивність, симетричність, антисиметричність, транзитивність). Транзитивне та рефлексивно-транзитивне замикання відношень. Відношення еквівалентності, класи еквівалентності та фактор-множина. Відношення часткового порядку. Строгий та лінійний порядки. Конструкції прямого добутку порядків та лексикографічного порядку.
4. Правило суми та правило добутку. Сполуки, перестановки, розміщення: без повторень та з повтореннями. Біном Ньютона. Поліноміальна теорема. Принцип включень і виключень. Метод рекурентних співвідношень. Метод твірних. Лінійні однорідні рекурентні співвідношення зі сталими коефіцієнтами.
5. Графи, типи графів. Вершини та ребра, степінь вершини, суміжність. Ізоморфізм графів. Операції над графами (об'єднання, пряма сума, доповнення, вилучення ребра, вилучення вершини). Повні, двочасткові та повні двочасткові графи. Маршрути в графах, різновиди маршрутів (ланцюг, простий ланцюг, цикл, простий цикл). Зв'язність графів, компоненти зв'язності неорієнтованих графів. Відстань між вершинами. Радіус та діаметр зв'язного неорієнтованого графа. Плоскі та планарні графи, формула Ейлера. Дерева, ліси та їх властивості. Кістякові дерева та ліси.
6. Зображення чисел, символів та інших значень у комп'ютері. Логічний, основні числові та рядкові типи даних: значення та операції з ними, застосовні оператори та інші засоби стандартної бібліотеки. Присвоювання, складені присвоювання.
7. Інструкції розгалуження, циклів.
8. Функції як засоби структуризації програм. Синтаксис запису функцій та їх викликів. Механізм виконання виклику функції. Область дії оголошення/означення імені (scope).
9. Засоби введення та виведення стандартної бібліотеки. Файли та потоки. Організація їх обробки. Стандартні потоки введення та виведення.
10. Структури даних для зображення послідовностей. Основні алгоритми обробки. Масиви. Засоби стандартної бібліотеки для зображення послідовностей.

11. Абстрактні типи даних: стек та черга.
12. Часова та просторова складність алгоритмів. Складність задачі пошуку елемента в послідовності. Складність задачі сортування. Древа пошуку.
13. Алгоритми пошуку в глибину та ширину на графі.
14. Програмування мовою Python або C++ (на вибір).
Примітка: питання 6 – 13 передбачають використання мови програмування Python або C++ (на вибір).

Література

1. Капітонова Ю.В. Основи дискретної математики. /Ю.В. Капітонова, С.Л. Кривий, О.А. Летичевський, Г.М. Луцький, М.К. Печурін. – К.: Наукова думка, 2002.
2. Карнаух Т.О. Вступ до дискретної математики: навч. посіб./Т.О. Карнаух, А.Б. Ставровський . – К.: ВПЦ "Київський університет", 2006.
3. Карнаух Т.О. Теорія графів у задачах: навч. посіб./Т.О. Карнаух, А.Б. Ставровський. – К.: ВПЦ "Київський університет", 2004.
4. Карнаух Т.О. Комбінаторика./Т.О. Карнаух. – К.: ВПЦ "Київський університет", 2011.
5. Трохимчук Р.М. Дискретна математика у прикладах та задачах./ Р.М. Трохимчук, М.С. Нікітченко. – К.: ВПЦ "Київський університет", 2017.
6. Трохимчук Р.М. Дискретна математика. / Р. М. Трохимчук. – К.: Вид. дім "Персонал", 2010.
7. Трохимчук Р.М. Збірник задач і вправ з дискретної математики. / Р. М. Трохимчук. – К. : ВПЦ "Київський університет", 2008.
8. Белов Ю. А. Вступ до програмування мовою C++. Організація обчислень / Ю. А. Белов, Т. О. Карнаух, Ю. В. Коваль Ю.В., А. Б. Ставровський — Київ: ВПЦ "Київський університет", 2012. - 175с. Режим доступу: csc.knu.ua/uk/library
9. Карнаух Т. О. Вступ до програмування мовою C++ . Організація даних: навч. посіб. / Т. О. Карнаух, Ю. В. Коваль, М. В. Потієнко, А. Б. Ставровський. - Київ: ВПЦ "Київський університет", 2015. – 151 с. Режим доступу: csc.knu.ua/uk/library
10. Веклич Р. А. Вступ до програмування мовою C++. Структури даних: навч. посіб. / Р. А. Веклич, Т. О. Карнаух, А. Б. Ставровський – К. : ВПЦ "Київський університет", 2018. – 99 с. Режим доступу: csc.knu.ua/uk/library
11. Обвінцев, О.В. Інформатика та програмування. Курс на основі Python. Матеріали лекцій: навч. посіб. – О. В. Обвінцев; Київ. нац. ун-т ім. Тараса Шевченка. - Київ: Основа, 2017.
12. Python 3.8 documentation.–<https://docs.python.org/3.8/>
13. International Standard ISO/IEC 14882:2017(E) – Programming Language C++
14. Томас Г. Кормен, Чарлз Е. Лейзерсон, Роналд Л. Рівест, Кліфорд Стайн. Вступ до алгоритмів. – К.І.С., 2019. ISBN 9786176842392.
15. Luciano Ramalho: Fluent Python // O'Reilly Media, Inc, 2015
16. Bjarne Stroustrup: Programming: Principles and Practice Using C++, 2nd Edition // Addison-Wesley Professional, 2014.

Теорія ймовірностей та математична статистика. Теорія керування

1. Аксиоматичне визначення ймовірності. Формула повної ймовірності та формула Байєса.
2. Випадкові величини. Властивості функцій розподілу.
3. Нерівність Чебишова. Закон великих чисел.
4. Основні типи дискретних та неперервних розподілів.
5. Центральна гранична теорема для незалежних однаково розподілених випадкових величин.
6. Поняття випадкового процесу. Вінерівський та пуассонівський процеси.
7. Вибіркове середнє та дисперсія. Емпірична функція розподілу. Теореми Глівенка та Колмогорова.
8. Перевірка статистичних гіпотез. Критерії Колмогорова та Пірсона.
9. Критерії повної керованості і спостережуваності лінійних систем. Принцип двоїстості.
10. Задача термінального керування лінійних систем.
11. Задача оцінки стану в лінійних системах.
12. Принцип максимуму Понтрягіна.
13. Метод динамічного програмування. Принцип оптимальності Белмана. Диференціальне рівняння Белмана.
14. Задача стабілізації. Модальне керування.
15. Найпростіша задача варіаційного числення. Необхідні і достатні умови екстремуму (рівняння Ейлера).
16. Достатні умови екстремуму для найпростішої задачі варіаційного числення.

Література

1. Лебедев Є.О., Шарапов М.М. Вступ до теорії імовірностей. - К.: ВПЦ Київський університет, 2010. - 151 с.
2. Лебедев Є.О., Братійчук М.С., Чечельницький О.А., Шарапов М.М., Розора І.В. Збірник задач з прикладної статистики. - К. 2010.
3. Турчин В.М. Теорія ймовірностей і математична статистика. Основні поняття, приклади, задачі. - Дніпропетровськ. ІМА-прес. 2014.
4. Сеньо П.С. Теорія ймовірностей та математична статистика: підручник. - Київ : Знання, 2007. - 556 с.
5. Башняков О.М., Пічкур В.В. Задача синтезу в теорії керування: Навчальний посібник. - К.: Вид-во „Сталь”, 2012. - 116 с.
6. Моклячук М.П. Варіаційне числення. Екстремальні задачі. Підручник. - К.: Видавничо-поліграфічний центр “Київський університет”, 2009. - 380 с.
7. Гаращенко Ф.Г., Матвієнко В.Т., Пічкур В.В., Харченко І.І. Диференціальні рівняння, варіаційне числення та їх застосування. - К., Видавничо-поліграфічний центр “Київський університет”, 2015. – 271 с.
8. Kirk D.E. Optimal control theory. An introduction. - Mineola, New York: Dover, 2004. - 452 p.
9. Bertsekas D. Dynamic programming and optimal control. - Athena Scientific, Belmont, Massachusetts, 2005. -281 p.
10. Burns J. Introduction to the Calculus of Variations and Control with Modern Applications. - New York: Taylor&Francis, 2013. - 562 p.
11. Dacorogna B. Introduction to the Calculus of Variations, World Scientific, 2014, 324 p.

Бази даних та інформаційні системи

1. ER-моделі. Основний принцип семантичного моделювання.
2. Визначення множинності зв'язків.
3. Мова SQL. Вибіркові запити в SQL.
4. Запити з множинними порівняннями в SQL.
5. Запити з групуванням в SQL.
6. Функціональна залежність. Аксиоми Армстронга. Означення ключа. 1-а нормальна форма.
7. 2-а нормальна форма.
8. Теорема Хіза та її застосування.
9. 3-я нормальна форма та нормальна форма Бойса-Кодда.

Література

1. Пасічник В.В. Резніченко В.А. Організація баз даних. – К.: Вид. група ВНУ. – 2006, 384 с.
2. А.В.Анісімов, П.П.Кулябко. Інформаційні системи та бази даних: Навчальний посібник для студентів факультету комп'ютерних наук та кібернетики – Київ, 2017 р., 110 с.
3. Завадський І.О. Основи баз даних. – К., 2011, вид. І.О. Завадський, 192 с.
4. С.І. Date. Introduction to Database Systems, Pearson; 8th edition. – 2003, 1040 p.