

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

**ФАКУЛЬТЕТ КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК ТА КІБЕРНЕТИКИ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧНОЇ ІНФОРМАТИКИ**



**ЗАТВЕРДЖУЮ»**  
Заступник декана  
з навчальної роботи  
Кашпур О.Ф.  
2020 року

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ  
ОБЧИСЛЮВАЛЬНА ГЕОМЕТРІЯ ТА  
КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА  
для студентів**

галузь знань           **12 «Інформаційні технології»**  
спеціальність       **122 «Комп'ютерні науки»**  
освітній рівень      **бакалавр**  
освітня програма   **«Інформатика»**  
вид дисципліни     **обов'язкова**

Форма навчання           **заочна**  
Навчальний рік           **2020/2021**  
Семестр                   **7**  
Кількість кредитів ECTS   **4**  
Мова викладання, навчання  
та оцінювання           **українська**  
Форма заключного контролю   **іспит**

Пролонговано: на 2021/2021 н. р.

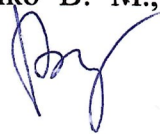


«7» 05 2021 р.

на 20  /20   н. р.


) «  » 20   р.

Розробник: Терещенко В. М., д. ф.-м. н., проф., завідувач кафедри математичної інформатики



«ЗАТВЕРДЖЕНО»

Зав. кафедри «Математичної інформатики»

 Терещенко В.М.

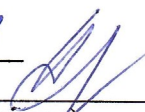
Протокол № 1 від «28» серпня 2020 р.

Схвалено гарантом освітньо-професійної програми «Інформатика»

 Омельчук Л.Л.

«28» серпня 2020 року

Схвалено науково-методичною комісією факультету комп'ютерних наук та кібернетики

Протокол від «28» серпня 2020 року № 1  
Голова науково-методичної комісії  Омельчук Л.Л.  
(підпис)

«28» серпня 2020 року

**1. Мета дисципліни** "Обчислювальна геометрія та комп'ютерна графіка"- ознайомлення з одним із основних наукових напрямків у галузі комп'ютерних технологій, пов'язаних із геометричними комбінаторними задачами та оволодіння обчислювальною геометрією, як одним із ефективних інструментів розв'язування широкого класу прикладних задач інформатики.

**2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни:**

1. *Знати: основи з дисциплін "Програмування", "Теорії алгоритмів", "Теорії складності", "Лінійна алгебра та аналітична геометрія", "Математичний аналіз".*
2. *Вміти : проводити аналіз задач, визначати їх оцінки складності та оцінки складності алгоритмів їх розв'язання; застосовувати поняття, структури та алгоритми обчислювальної геометрії до розв'язання широкого класу задач прикладної математики.*
3. *Володіти обчислювальною геометрією як універсальною технологією розв'язання наукових та прикладних задач; навичками навчальної діяльності.*

**3. Анотація навчальної дисципліни:**

Навчальна дисципліна "Обчислювальна геометрія та комп'ютерна графіка" є складовою освітньо-професійної програми підготовки фахівців за освітньо-кваліфікаційним рівнем «бакалавр» галузі знань 12 «Інформаційні технології» спеціальності 122 «Комп'ютерні науки», освітньо-професійної програми «Інформатика». Метою і завданням навчальної дисципліни є ознайомлення з одним із основних наукових напрямків у галузі комп'ютерних технологій "Обчислювальна геометрія" та оволодіння технологією розв'язання широкого класу задач науки та техніки (зокрема, задач комп'ютерної графіки) за допомогою методів, підходів та алгоритмів обчислювальної геометрії.

1. **4. Завдання (навчальні цілі):** оволодіти обчислювальною геометрією як одним із сучасних провідних наукових напрямків, а також оволодіти технологією розв'язання широкого класу задач науки та техніки (зокрема, задач комп'ютерної графіки) за допомогою методів, підходів та алгоритмів обчислювальної геометрії. Набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у програмуванні, відповідно освітньої кваліфікації «Бакалавр з комп'ютерних наук». Зокрема розвивати здатність застосовувати теоретичні та практичні основи методології та технології моделювання, реалізовувати алгоритми моделювання для дослідження характеристик і поведінки складних об'єктів і систем, проводити експерименти за допомогою програми моделювання з обробкою й аналізом результатів.

**5. Результати навчання за дисципліною:**

Результат навчання		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання			
РН1.1	Знати основні алгоритмічні інструменти та конструкції обчислювальної геометрії: структури даних, геометричні конструкції (діаграма Вороного, триангуляція Делоне), алгоритмічні стратегії (стратегія	Лекція, самостійна робота	Контрольна робота 1, 2, колоквіум, іспит	25%

	«розділяй та пануй»), алгоритми сортування.			
РН2.1	Вміти розв'язувати задачі за та аналізувати отримані алгоритми за допомогою інструментів обчислювальної геометрії	Практичне заняття, самостійна робота	Контрольна робота 1, 2, колоквиум, лабораторна робота, іспит	25%
РН3.1	Подання одержаних результатів у зрозумілій формі	Лекція, практичне заняття, самостійна робота	Контрольна робота 1, 2, колоквиум, лабораторна робота, іспит	25%
РН4.1	Здатність до подальшого навчання, демонстрація застосування отриманих знань на практиці	Лекція, практичне заняття, самостійна робота	Контрольна робота 1, 2, колоквиум, лабораторна робота, іспит	25%

**6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання (необов'язково для вибірових дисциплін, які не входять до блоків спеціалізації)**

Результати навчання дисципліни (код) Програмні результати навчання (назва)	РН1.1	РН2.1.	РН3.1	РН4.1
	ПРН2. Використовувати сучасний математичний апарат неперервного та дискретного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, в професійній діяльності для розв'язання задач теоретичного та прикладного характеру в процесі проектування та реалізації об'єктів інформатизації за галузями	+	+	+

**7. Схема формування оцінки.**

**7.1. Форми оцінювання студентів:**

**- семестрове оцінювання:**

1. Контрольна робота 1: РН1.1, РН2.1, РН3.1, РН4.1 – 10 балів /6 балів.
2. Контрольна робота 2: РН1.1, РН2.1, РН3.1, РН4.1 – 10 балів /6 балів.
3. Колоквиум: РН1.1, РН2.1, РН3.1, РН4.1 – 10 балів /6 балів.
4. Лабораторна робота: РН2.1, РН3.1, РН4.1 – 30 балів / 15 балів.

При визначенні оцінки визначальною є робота в семестрі. Після завершення розгляду тем проводиться колоквиум, який складається із письмової контрольної роботи та теоретичного опитування.

- підсумкове оцінювання у формі іспиту:

- максимальна кількість балів які можуть бути отримані студентом: 40 балів;
- результати навчання які будуть оцінюватись: РН1.1, РН2.1, РН 3.1, РН 4.1.
- форма проведення і види завдань: письмова робота.

Види завдань: 4 теоретичних та 4 письмових завдання

### Критерії оцінювання екзаменаційної роботи

Завдання	Вид завдання	Максимальний відсоток (бал)	Всього відсотків (балів)
Завдання 1, 2, 3, 4	Письмове запитання з теорії курсу	по 6% (1.6 балів)	50% (20 балів)
Завдання 5, 6, 7,8	Письмове завдання: розв'язування задач на основі теорії курсу	по 5% (2 бали)	50% (20 балів)
<b>Всього</b>			<b>100% (40 балів)</b>

*Для отримання загальної позитивної оцінки з дисципліни оцінка за іспит не може бути меншою 24 балів*

*Студент не допускається до іспиту, якщо під час семестру набрав менше ніж 36 балів. Студент допускається до іспиту за умови виконання 70% передбачених планом лабораторних робіт.*

**При визначенні оцінки визначальною є робота в семестрі.** Після завершення розгляду тем проводиться колоквиум, який складається із письмової контрольної роботи та теоретичного опитування.

Протягом семестру кожен студент повинен виконати лабораторну роботу та науково-практичний звіт по ній. Тема роботи вибирається із вказаного викладачем списку лабораторних робіт. На кожного студента одна лабораторна робота. Сумарна оцінка за практичний модуль складає 30 балів (15 балів виконання лабораторної роботи, 10 балів – складання звіту та 5 балів захист проекту). Бальність подано у таблиці 1.

	ПРОГРАМА						З В І Т						З А Х И С Т	Р Е З У Л Ь Т А Т	
	Реалізація	Вив-Вивід Даних	Інтерфейс	ефективність	Оригінальність		вступ	алгоритм	функції	Складність	висновки	література			
Бали	7	2	1	3	2	15	2	3	1	1	1	2	10	5	30

Таблиця 1

### Практичний модуль.

*Вимоги до лабораторних робіт:* Кожним студентом обирається тема лабораторної роботи із вказаного викладачем списку лабораторних робіт (таблиця 2); її програмна реалізація може бути виконана у будь-якому програмному середовищі, яке підтримується операційними системами комп'ютерних класів факультету кібернетики; вона повинна демонструвати ефективність роботи запропонованого алгоритму для найгіршого вводу даних; повинен бути зручний інтерфейс; в роботі передбачена можливість ручного вводу даних (наприклад, "мишкою") та автоматичної генерації великої кількості точок (порядку  $10^4$ ).

*Вимоги до звіту.*

Звіт повинен являти собою науково-практичну роботу, яка складається з: вступу, в якому наводиться ґрунтовний опис актуалізації теми роботи, стан справ щодо методів розв'язання та практичного застосування результатів їх розв'язання (при цьому обов'язкові посилання на використані інформаційні джерела (монографії, статті, Інтернет інформація)); постановка задачі та опис розробленого методу її розв'язання; обґрунтування оцінки складності; практична частина: а) опис основних функцій програмної реалізації; б) характеристика вводу-виводу даних; в) можливості, програмне та технічне забезпечення програмної реалізації; г) лістинг основних модулів програми; висновки, в яких необхідно провести науковий аналіз виконаної роботи, вказати на проблеми та перспективи що до розробки алгоритму та програмної реалізації, а також розглянути умови покращення ефективності алгоритмів для подальших розробок; література.

### **Лабораторні роботи**

з курсу "Обчислювальна геометрія та комп'ютерна графіка".

(рівень А)

N	код	Назва лабораторної роботи	Постановка задачі
<b>Оптимізація</b>			
1	AO1	<b>Найменший охоплюючий зірковий багатокутник</b>	Для заданої множини $S$ із $N$ точок на площині побудувати зірковий багатокутник найменшої площі, який би охоплював задану множину точок, вершинами якого є точки множини $S$ .
2	AO2	<b>Найменший охоплюючий простий багатокутник</b>	Для заданої множини $S$ із $N$ точок на площині побудувати простий

			многокутник найменшої площі, який би охоплював задану множину точок, вершинами якого є точки множини $S$ .
3	АОЗ	<b>Генерація простих многокутників (ПРОБЛЕМА 26. 1. 1).</b>	Нехай задана фіксована множина $S$ із $N$ точок на площині. Необхідно розробити алгоритм генерації простих многокутників, вершинами яких є усі точки заданої множини $S$ і визначити многокутник найменшої площі.
<b>Декомпозиція</b>			
4	АД1	<b>Триангуляція поверхні політопу</b>	Методом «розділяй та володарюй» триангулювати поверхню тривимірного політопу. Побудувати деревовидну структуру даних, яка підтримує триангульовану поверхню.
5	АД2	<b>Тетраедралізація політопу</b>	Методом «розділяй та володарюй» розбити на тетраедри внутрішню область політопу. Побудувати структуру даних, яка підтримує розбиття.
6	АД3	<b>Триангуляція поверхні зіркового многогранника</b>	Методом «розділяй та володарюй» триангулювати поверхню тривимірного зіркового многогранника. Побудувати структуру даних, яка підтримує триангульовану поверхню.
7	АД2	<b>Тетраедралізація зіркового многогранника</b>	Методом «розділяй та володарюй» розбити на тетраедри внутрішню область зіркового многогранника. Побудувати структуру даних, яка підтримує розбиття.
8	АД3	<b>Розбиття ізотетичного многогранника на паралелепіеди</b>	Заданий ізотетичний многогранник розбити на паралелепіеди, при умові, що грані цього многогранника паралельні координатним площинам $ХОУ$ , $ХОZ$ , $УОZ$ .
<b>Видимість(з точки)</b>			
9	АВ1	<b>Простого многогранника</b>	Побудувати множину видимих та невидимих граней простого многогранника з точки.
10	АВ3	<b>Множини паралельних граней</b>	Побудувати множину видимих та невидимих паралельних граней з точки.
<b>Видимість(з прямої)</b>			
11	АВ1	<b>Простого многогранника</b>	Побудувати множину видимих та невидимих граней простого многогранника з прямої.
12	АВ3	<b>Множини паралельних граней</b>	Побудувати множину видимих та невидимих паралельних граней з прямої.
<b>Побудова</b>			
13	АП4	<b>Евклідове мінімальне кістякове дерево</b>	Для заданої множини точок $S$ із $N$ точок в Евклідовому 3-вимірному просторі методом «розділяй та пануй»

			побудувати дерево ЕМКД (дерево-сумарна довжина ребер, якого найменша).
14	АП5	<b>Діаграми Вороного в 3D</b>	Методом «розділяй та володарюй» для множини $S$ із $N$ точок побудувати Діаграму Вороного в тривимірному просторі..
<b>Близькість</b>			
15		<b>Найближча пара між точками двох множин</b>	У тривимірному евклідовому просторі задано дві множини $A$ і $B$ , які містять по $N$ точок кожна. Знайти дві найближчі точки, одна з яких належить $A$ , а інша $B$ . Множини $A$ і $B$ лінійно роздільні.
<b>Перетин</b>			
16	АТ1	<b>Визначення області перетину <math>m</math> політопів (ПРОБЛЕМА 38.4.1.)</b>	Розробити ефективний чутливий до виводу алгоритм побудови області перетину для $m$ опуклих $n$ -кутників.
17	АТ2	<b>Перетин відрізків.</b>	У тривимірному евклідовому просторі задано $n$ відрізків. Визначити усі перетини відрізків.
18	АТ3	<b>Перетин простих многокутників</b>	Задано два многокутники $P_1$ і $P_2$ з $n_1$ і $n_2$ вершинами відповідно. Знайти їх перетин.
19	АТ5	<b>Перетин ізотетичних многогранників</b>	Задані $m$ ізотетичних многогранників, сторони яких паралельні координатним площинам. Знайти перетин їх перетин.

Рівень В

N	код	Назва лабораторної роботи	Постановка задачі
<b>Оптимізація</b>			
1	ВО1	<b>Найменший охоплюючий зірковий многогранник</b>	На заданій множині $S$ із $N$ точок в 3D вимірному евклідовому просторі побудувати зірковий многогранник найменшого об'єму, який би охоплював задану множину точок.
2	ВО2	<b>Найменший охоплюючий простий многогранник</b>	Для заданої множини $S$ із $N$ точок у тривимірному евклідовому просторі побудувати зірковий многогранник найменшого об'єму, який би охоплював задану множину точок.
3	ВО3	<b>Генерація простих многогранників (ПРОБЛЕМА 26. 1. 1.).</b>	Нехай задана фіксована множина $S$ із $N$ точок в Евклідовому тривимірному просторі. Необхідно розробити алгоритм генерації простих многогранників, вершинами яких є усі точки заданої множини $S$ і визначити многогранник найменшого об'єму.
<b>Декомпозиція</b>			
4	АД1	<b>Триангуляція Делоне поверхні політопу (ПРОБЛЕМА 25.3.3.)</b>	Методом «розділяй та володарюй» побудувати триангуляцію Делоне поверхні тривимірного політопу. Побудувати структуру даних, яка

			підтримує триангульовану поверхню.
5	АД2	<b>Тетраедралізація Делоне політопу (ПРОБЛЕМА 25.3.4.)</b>	Методом «розділяй та володарюй» побудувати триангуляцію Делоне внутрішньої області політопу. Побудувати структуру даних, яка підтримує розбиття.
6	АД3	<b>Триангуляція Делоне поверхні зіркового многогранника (ПРОБЛЕМА 25.3.5.)</b>	Методом «розділяй та володарюй» побудувати триангуляцію Делоне поверхні тривимірного тривимірного зіркового многогранника. Побудувати структуру даних, яка підтримує триангульовану поверхню.
7	АД2	<b>Тетраедралізація Делоне зіркового многогранника</b>	Методом «розділяй та володарюй» побудувати триангуляцію Делоне внутрішньої області зіркового многогранника. Побудувати структуру даних, яка підтримує розбиття.
8	ВТ1	<b>Мінімальне число тетраедрів (ПРОБЛЕМА 25.5. 0.)</b>	Побудувати поліноміальний алгоритм визначення мінімальної кількості тетраедрів, які необхідні для триангуляції опуклого многогранника.
9	ВТ2	<b>Триангуляція ділянки (ПРОБЛЕМА 25.5.1.)</b>	Побудувати алгоритм триангуляції ділянки між $k$ опуклими многогранниками із загальною кількістю $N$ вершин тетраедрами
<b>Обчислювальні методи</b>			
10	БО М3	<b>3_d Локалізація (ПРОБЛЕМА 42. 5.2)</b>	Побудувати ефективну структуру даних для 3-вимірної локалізації точки у тривимірному опуклому підрозбитті.
11	БО М2	<b>3_d Діаграма Вороного (ПРОБЛЕМА 42. 4. 3).</b>	Розробити паралельний алгоритм побудови Діаграми Вороного на основі схеми «розділяй та пануй» на CREW моделі.
<b>Побудова</b>			
12	СП1 1	<b>Діаграма Вороного для рухомих точок (Проблема 2)</b>	Побудувати Діаграму Вороного на для множини рухомих точок, кожна з яких рухається вздовж лінії з одиничною швидкістю у 2D.
	СП1 2	<b>Діаграма Вороного для відрізків в 3D (Проблема 3)</b>	Побудувати діаграму Вороного для множини відрізків у 3D
13	СП1 3	<b>Евклідове Мінімальне Кістякове Дерево (Проблема 5)</b>	Побудувати ЕМКД з $n$ точок в $\mathbb{R}^d$ за близький до нижньої оцінки складності $\Omega(n \log n)$

Таблиця 2. Список лабораторних робіт

## 7.2. Організація оцінювання:

1. Контрольна робота 1: до сьомого лекційного заняття.
2. Контрольна робота 2: до дев'ятого лекційного заняття.
3. Колоквіум: до тринадцятого лекційного заняття.

4. Лабораторна робота: до тринадцятого лекційного заняття..

Обов'язковим є виконання завдань, винесених на самостійну роботу, та модульних контрольних робіт за графіком робочої програми.

Дозволяється здача окремих завдань тем у проміжках між написанням контрольних робіт (наприклад, перша тема здається до здачі наступної контрольної роботи у будь-який зручний для викладача та студента час).

7.3. Шкала відповідності (за умови іспиту)

<b>Відмінно / Excellent</b>	90-100
<b>Добре / Good</b>	75-89
<b>Задовільно / Satisfactory</b>	60-74
<b>Незадовільно / Fail</b>	0-59

**8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ  
ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І СЕМІНАРСЬКИХ ЗАНЯТЬ**

№ лекції	Назва лекції	Кількість годин		
		Лекції	Лабораторні	С/Р
<b>Частина 1. „Основні означення, поняття та класи задач обчислювальної геометрії. Задачі геометричного пошуку”</b>				
1	<b>Тема 1.</b> Вступ, основні означення, поняття та класи задач обчислювальної геометрії <i>Самостійна робота: опрацювання лекційного матеріалу. Виконання лабораторної роботи</i>	1		5
2	<b>Тема 2.</b> Оцінки складності алгоритмів та задач <i>Самостійна робота: опрацювання лекційного матеріалу. Виконання лабораторної роботи</i>		1	5
3	<b>Тема 3.</b> Структури даних <i>Самостійна робота: опрацювання лекційного матеріалу. Виконання лабораторної роботи</i>	1		5
4	<b>Тема 4.</b> Геометричний пошук <i>Самостійна робота: опрацювання лекційного матеріалу. Виконання лабораторної роботи</i>		1	5
5	<b>Тема 5.</b> Локалізація точки <i>Самостійна робота: опрацювання лекційного матеріалу. Виконання лабораторної роботи</i>			5
6	<b>Тема 6.</b> Регіональний пошук <i>Самостійна робота: опрацювання лекційного матеріалу. Виконання лабораторної роботи</i>			5
<i>Контрольна робота 1</i>				10
<b>Частина 2. „ Задачі побудови опуклої оболонки ”</b>				
7	<b>Тема 7.</b> Опуклі оболонки, основні поняття та означення, постановка задач <i>Самостійна робота: опрацювання лекційного матеріалу. Виконання лабораторної роботи,</i>	1		10

	<i>оформлення звіту</i>			
8	<b>Тема 8.</b> Закриті методи побудови опуклої оболонки. <i>Самостійна робота: опрацювання лекційного матеріалу. Виконання лабораторної роботи, оформлення звіту</i>		1	5
9	<b>Тема 9.</b> Швидкі методи побудови опуклої оболонки <i>Самостійна робота: опрацювання лекційного матеріалу. Виконання лабораторної роботи, оформлення звіту</i>			5
10	<b>Тема 10.</b> Відкриті методи побудови опуклої оболонки <i>Самостійна робота: опрацювання лекційного матеріалу. Виконання лабораторної роботи, оформлення звіту</i>		1	5
11	<b>Тема 11.</b> Наближені алгоритми побудови опуклої оболонки <i>Самостійна робота: опрацювання лекційного матеріалу. Оформлення звіту</i>	1		5
<i>Контрольна робота 2</i>				10
<b>Частина 3. „ Задачі близькості, перетину. Геометрія прямокутників. ”</b>				
12	<b>Тема 12.</b> Близькість, основні задачі <i>Самостійна робота: опрацювання лекційного матеріалу. Оформлення звіту</i>	1		6
13	<b>Тема 13.</b> Перетин <i>Самостійна робота: опрацювання лекційного матеріалу. Оформлення звіту</i>	1		6
14	<b>Тема 14.</b> Геометрія прямокутників <i>Самостійна робота: опрацювання лекційного матеріалу.</i>		1	6
Колоквіум				10
ВСЬОГО		6	5	108

Загальний обсяг **120 годин**, в тому числі:

Лекцій – **6 годин**.

Практичні – **5 годин**.

Консультація – 1 година.

Самостійна робота – **108 годин**.

## 9. Рекомендовані джерела:

### *Основні:*

1. Препарата Ф., Шеймос М. Вычислительная геометрия: Введение. Г.: Мир, 1989. – 478 с.
2. Ахо Х., Хопкрофт Дж., Ульман Дж. Построение и анализ вычислительных алгоритмов. М.: Мир, 1979. – 536.
3. Роджерс Д. Алгоритмические основы машинной графики. М.:Мир, 1989.- 504 с.
4. В.М. Терещенко, І.В. Кравченко, А. В. Анісімов. Основні алгоритми обчислювальної геометрії, Київ, 2002р, 81 с.

### *Додаткові:*

5. Майкл Ласло. Вычислительная геометрия и компьютерная графика на C++. М.:Бином, 1997.-301 с.

6. Goodman J.E., O'Rourke J. Handbook of Discrete and Computational Geometry. - N.Y.: Chapman and Hall/CRC Press, 2004. – 1497 p.
7. Mark de Berg, Otfried Cheong, Marc van Kreveld, Mark Overmars. Computational Geometry: Algorithms and Applications. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2008. – 386 p.