

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

ФАКУЛЬТЕТ КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК ТА КІБЕРНЕТИКИ

Кафедра моделювання складних систем

«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Заступник декана з навчальної роботи
Кашпур О.Ф.
« 30 » серпня 2018 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ
для студентів

галузь знань
спеціальність
освітній рівень
освітня програма
вид дисципліни

12 – «Інформаційні технології»
122 – «Комп'ютерні науки»
бакалавр
«Інформатика»
обов'язкова

Форма навчання	заочна
Навчальний рік	2018/2019
Семестр	4
Кількість кредитів	6
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Форма заключного контролю	іспит

Пролонговано: на 20/9/2020 н.р.
на 20 /20 н.р.

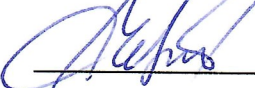


20/9 р.
20 р.

Розробник:


доцент Харченко І.І., к.т.н., доц. кафедри моделювання складних систем.

ЗАТВЕРДЖЕНО
Завідувач кафедри моделювання
складних систем


Д.І.Черній

Протокол № 1 від "28.08" 2018 року

Схвалено науково-методичною комісією ф-ту комп'ютерних наук та кібернетики
Протокол від «28» серпня 2018 року № 1

Голова науково-методичної комісії  (Хусайнов Д.Я.)

«28» серпня 2018 року (підпис)

1. Мета дисципліни — ознайомлення з методами розв'язання різних типів звичайних диференціальних рівнянь (ДР), рівнянь з частинними похідними, систем ДР, постановкою та розв'язуванням задач Коші, ознайомлення з методами моделювання динамічних систем та дослідженням їх стійкості, ознайомлення з основами варіаційного числення для розв'язування екстремальних задач.

2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни. Для успішного вивчення дисципліни «Диференціальні рівняння» студент повинен відповідати таким вимогам:

1. Успішне опанування курсів:

1. Математичний аналіз.
2. Алгебра та геометрія.

2. Знання:

1. Теоретичних основ основних понять математичного аналізу, лінійної алгебри, дослідження операцій.
2. Принципів побудови математичних моделей. Формалізацію постановок задач.

3. Вміння:

1. Формулювати та розв'язувати задачі лінійного програмування
2. Розв'язувати системи лінійних алгебраїчних рівнянь з параметрами.
3. Досліджувати функції на екстремум.

4. Володіння:

1. Базовими навичками побудови, аналізу та застосування математичних моделей при розв'язуванні прикладних задач.
2. Англійською мовою на відповідному рівні.
3. Використовувати пакети прикладних програм для числового аналізу.

3. Анотація навчальної дисципліни: навчальна дисципліна «Диференціальні рівняння» є обов'язковою навчальною дисципліною за освітньою програмою «Інформатика».

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати: основні поняття та означення для інтегрування скалярних ДР та систем звичайних ДР, лінійних ДР з частинними похідними, підходи аналізу особливих точок на площині та дослідження стійкості автономних систем, постановки та методи розв'язування найпростіших варіаційних задач.

вміти: розв'язувати інтегровані скалярні ДР та системи звичайних ДР, лінійні ДР з частинними похідними, проводити дослідження особливих точок та якісних характеристик побудованих математичних моделей, аналізувати стійкість, асимптотичну стійкість, стійкість при постійно діючих збуреннях автономних систем, розв'язувати найпростіші варіаційні задачі. З іншої сторони, на основі теоретичних викладок, досліджувати задачі, які мають прикладний характер. Особлива увага надається вмінню розробці чисельних алгоритмів аналізу стійкості, отриманню оптимальних оцінок, створенню програмно-алгоритмічних комплексів для розв'язування прикладних задач.

Викладається у 4 семестрі, має 6 кредитів і закінчується іспитом.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати: основні розділи з математичного аналізу, алгебри, аналітичної геометрії.

вміти: знаходити похідні, обчислювати інтеграли, розв'язувати системи лінійних алгебраїчних рівнянь з параметрами, володіти методами матричної алгебри, користуватись основними законами фізики.

4. Завдання (навчальні цілі) – Основними завданнями дисципліни “Диференціальні рівняння” є набуття знань, умінь та навичок (компетенцій) на рівні новітніх досягнень у програмуванні, відповідно до освітньої кваліфікації «Бакалавр з комп’ютерних наук». Зокрема, розвивати здатність до математичного та логічного мислення, формулювання та досліджування математичних моделей, зокрема дискретних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв’язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп’ютерних наук, аналізу та інтерпретування.

5. Результати навчання за дисципліною:

Результат навчання (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідністю)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання (РН)			
<i>PH1.1</i>	Знати основні типи звичайних ДР рівня першого порядку. відносно похідної. Знати основи методу параметризації для неявних диференціальних рівнянь.	Лекції, практичні заняття, самостійна робота	Контрольна робота №1, усні відповіді, іспит	10%
<i>PH1.2</i>	Вміти сформулювати постановку задачі Коші та розуміти теорему існування та єдиності розв’язку рівнянь. Уміти відокремити особливі розв’язки, вказаних вище типів	Лекції, практичні заняття, самостійна робота	Контрольна робота №1, усні відповіді, іспит	10%
<i>PH1.3</i>	ДР з вищими похідними. Пониження порядку ДР з вищими похідними. Крайові задачі. Лінійні ДР n -го порядку. Фундаментальна сист. розв’язків. Формула Остроградського-Ліувілля. Неоднорідні лінійні ДР. Структура загального розв’язку неоднорідного ДР.	Лекції, практичні заняття, самостійна робота	Контрольна робота №1, усні відповіді, іспит	10%
<i>PH1.4</i>	Системи звичайних ДР та методи їх розв’язання. Лінійні системи звичайних ДР. Однорідні лінійні системи ДР. Системи рівнянь з постійними коефіцієнтами та методи їх інтегрування.	Лекції, практичні заняття, самостійна робота	Контрольна робота №2, усні відповіді, іспит	10%
<i>PH1.5</i>	Особливі точки ДР на площині. Поняття стійкості. Перший метод Ляпунова. Аналіз стійкості за першим наближенням. Другий метод Ляпунова для аналізу стійкості руху. Розв’язання прикладних задач на основі методів стійкості. Лінійні однорідні ДР першого порядку з частинними похідними. Лінійні неоднорідні ДР першого порядку з частинними похідними.	Лекції, практичні заняття, самостійна робота	Контрольна робота №2, усні відповіді, іспит	10%
<i>PH1.6</i>	Основні поняття варіаційного числення (ВЧ). Необхідні умови	Лекції, практичні	Контрольна робота №2, усні відповіді,	10%

	пошуку екстремуму функціоналів. Рівняння Ейлера для різного типу функціоналів. Достатні умови слабого екстремуму функціоналів.	заняття, самостійна робота	іспит	
PH2.1	Розв'язувати задачі та вправи з теорії ДР. Дослідження та аналіз розв'язків методами теорії стійкості.	Практичні заняття, самостійна робота	Контрольна робота №2, усні відповіді, іспит	10%
PH2.2	Дослідження рівнянь з частинними похідними. Розв'язувати задачі з теорії ВЧ. Постановка екстремальних задач та методи знаходження екстремуму функціоналів	Практичні заняття, самостійна робота	Контрольна робота №2, усні відповіді, іспит	10%
PH3.1	Обґрунтувати власний погляд на задачі дослідження стійкості та знаходження екстремуму функціоналів, спілкуватися з колегами з питань проектування та розробки моделей, які використовують ДР, застосування числових методів розв'язування задач, складати письмові звіти	Практичні заняття, самостійна робота	Контрольна робота №1, 2, усні відповіді, іспит	10%
PH4.1	Організувати свою самостійну роботу для досягнення результату	Самостійна робота	Контрольна робота №1, 2, усні відповіді	10%

6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Результати навчання дисципліни	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р
Програмні результати навчання	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н
	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	2.1	2.2	3.1	4.1
<i>(з опису освітньої програми)</i>										
ПРН2. Використовувати сучасний математичний апарат неперервного та дискретного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, в професійній діяльності для розв'язання задач теоретичного та прикладного характеру в процесі проектування та реалізації об'єктів інформатизації за галузями.				+	+	+	+	+	+	+
ПРН5. Застосовувати базові знання методів чисельного диференціювання та інтегрування функцій, розв'язання звичайних диференціальних та інтегральних рівнянь, особливостей чисельних методів та можливостей їх адаптації до інженерних задач, мати навички програмування чисельних методів.	+	+	+	+	+	+	+	+		

7. Схема формування оцінки.

7.1 Форми оцінювання студентів:

- семестрове оцінювання:

1. Контрольна робота 1: PH 1.1., PH 1.2, PH1.3, PH3.1, PH4.1 — 25/15 балів.

2. Контрольна робота 2: PH 1.4., PH 1.5, PH1.6, PH2.1, PH2.2, PH3.1, PH4.1– 25/15 балів.

3. Усні відповіді: PH1.1, PH1.2, PH1.3, PH1.4, PH1.5, PH1.6, PH2.1, PH2.2, PH3.1, PH4.1 -10 /6 балів.

- підсумкове оцінювання (у формі іспиту):

- максимальна кількість балів які можуть бути отримані студентом: 40 балів;

- результати навчання які будуть оцінюватись: PH1.1, PH1.2, PH1.3, PH1.4, PH1.5, PH1.6, PH2.1, PH2.2, PH3.1;

- форма проведення і види завдань: письмова робота.

Критерії оцінювання на іспиті

Завдання	Тема завдання	Максимальний відсоток від 40 балів	Всього балів
Завдання частини 1			
Завдання 1	Питання з теоретичного матеріалу	25%	10
Завдання 2	Практичне завдання на основі теоретичного матеріалу	25%	10
Завдання частини 2			
Завдання 1	Питання з теоретичного матеріалу	25%	10
Завдання 3	Тестове практичне завдання на основі теоретичного матеріалу	25%	10

7.2. Організація оцінювання

Терміни проведення форм оцінювання:

1. Контрольна робота № 1: до останнього лекційного заняття.
2. Контрольна робота № 2: до останнього лекційного заняття.
3. Усні відповіді: протягом семестру.

Студенти мають право на одне перескладання кожної контрольної роботи у визначений викладачем термін.

У випадку встановлення фактів порушення студентами академічної доброчесності передбачених пунктом 9.8.2 «Положення про організацію освітнього процесу у Київському національному університеті імені Тараса Шевченка» що діє від 07.05.2018, вони будуть притягнуті до відповідальності передбаченої пунктом 9.8.3 цього положення.

7.3. Шкала відповідності оцінок

Відмінно / Excellent	90-100
Добре / Good	75-89
Задовільно / Satisfactory	60-74
Незадовільно / Fail	0-59

Запитання для підготовки до іспиту

Контрольні запитання до частини I.

1. Поняття загального розв'язку ДР першого порядку. Загальний інтеграл. Частинний та особливий розв'язки ДР першого порядку.
2. Питання існування та єдиності розв'язку задач Коші ДР першого порядку. Теорема про достатні умови існування та єдиності розв'язку задач Коші (без доведення).
3. Геометрична інтерпретація звичайних ДР та їх розв'язків.
4. Інтегровані типи ДР першого порядку. Неповні рівняння. Рівняння з відокремлюваними змінними. Побудова загального розв'язку.
5. Однорідні ДР та звідні до них. Лінійні рівняння та звідні до них.
6. Метод варіації довільної сталої (метод Лагранжа).
7. Рівняння в повних диференціалах. Необхідні і достатні умови для перевірки того, що рівняння є повним диференціалом. Інтегровальний множник. Випадки знаходження інтегровального множника.

8. ДР першого порядку, не розв'язані відносно похідної. Основні поняття та означення. Рівняння Лагранжа і Клеро. Застосування методу параметризації.
9. Частинний та особливий розв'язки для ДР першого порядку, не розв'язаних відносно похідної. Теорема про достатні умови існування та єдиності розв'язку задачі Коші (без доведення).
10. Загальний метод введення параметра для ДР першого порядку, не розв'язаних відносно похідної.
11. Звичайні ДР вищих порядків. Основні поняття та означення. Динамічна інтерпретація ДР другого порядку.
12. ДР з вищими похідними, поняття загального, частинного і особливого розв'язків, першого та проміжного інтегралів.
13. Методи інтегрування та пониження порядку деяких ДР з вищими похідними.
14. Однорідні лінійні ДР n -го порядку. Властивості лінійного диференціального оператора. Властивості розв'язків.
15. Необхідні та достатні умови лінійної незалежності розв'язків однорідного ДР n -го порядку. Формула Остроградського-Ліувілля.
16. Фундаментальна система розв'язків ДР n -го порядку. Існування фундаментальної системи. Загальний розв'язок. Число лінійно незалежних розв'язків.
17. Лінійні ДР n -го порядку з постійними коефіцієнтами. Побудова загального розв'язку однорідних рівнянь.
18. Знаходження частинного розв'язку неоднорідних рівнянь методом невизначених коефіцієнтів.
19. ДР зі змінними коефіцієнтами. Рівняння, що зводяться до них. Структура загального розв'язку.
20. Метод варіації довільної сталої для знаходження розв'язків для неоднорідних рівнянь зі змінними коефіцієнтами.
21. Знаходження частинного розв'язку лінійного неоднорідного рівняння методом Коші.

Контрольні запитання до частини II.

1. Системи звичайних ДР. Основні поняття і означення. Постановка задачі Коші.
2. Теорема про достатні умови існування і єдиності розв'язку задачі Коші для систем звичайних ДР. Геометрична інтерпретація
3. Теорема про лінійно незалежні та залежні розв'язки. Фундаментальні системи розв'язків. Загальний розв'язок системи.
4. Визначник Вронського. Формула Якобі. Фундаментальна матриця.
5. Лінійні системи ДР. Запис систем ДР у векторно-матричній формі.
6. Однорідні лінійні системи ДР зі сталими коефіцієнтами. Випадки інтегрованості в квадратурах.
7. Матричний метод інтегрування однорідних стаціонарних систем. Структура фундаментальної системи розв'язків однорідних систем зі сталими коефіцієнтами.
8. Інтегрування однорідних лінійних систем методом Ейлера.
9. Неоднорідні системи лінійних ДР. Структура загального розв'язку.
10. Неоднорідні системи лінійних ДР. Структура загального розв'язку. Метод варіації довільної сталої.
11. Особливі точки ДР на площині. Поведінка розв'язків ДР в околі особливих точок на площині.
12. Основні поняття і означення стійкості та асимптотичної стійкості розв'язків ДР.
13. Дослідження стійкості на основі першого методу Ляпунова. Стійкість за першим наближенням.
14. Другий метод Ляпунова. Функції Ляпунова. Геометрична інтерпретація умов стійкості.
15. Стійкість розв'язку лінійних стаціонарних систем. Критерій Гурвіця.
16. Лінійні однорідні ДР першого порядку з частинними похідними, їх зв'язок з системами звичайних ДР в симетричній формі. Загальний розв'язок ДР першого порядку з частинними похідними.
17. Постановка та алгоритм розв'язування задачі Коші для ДР першого порядку з частинними похідними.
18. Неоднорідні лінійні ДР першого порядку з частинними похідними.
19. Поняття функціонала.
20. Варіація функціонала. Постановка задачі про знаходження екстремуму функціонала.
21. Приклади та класифікація задач варіаційного числення.
22. Найпростіша задача варіаційного числення.
23. Необхідні умови екстремуму деяких функціоналів.
24. Рівняння Ейлера-Лагранжа.
25. Про достатні умови екстремуму функціоналів.

8. Структура навчальної дисципліни. Тематичний план лекцій і практичних занять

№ п/п	Назва лекції	Кількість годин		
		лекції	практичні	С/Р
Частина 1. Приклади застосування ДР та принципи побудови динамічних математичних моделей. Постановка задачі Коші. Рівняння першого порядку та вищих порядків, їх розв'язування.				
1	Тема 1. Проблеми математичного моделювання та інформатики, їх зв'язок з методами та теорією диференціальних рівнянь. Основні поняття та означення загальної теорії ДР. Задача Коші та її інтерпретація. <i>Самостійна робота:</i> опрацювання лекційного матеріалу. Виконання практичних завдань.	1		5
2	Тема 2. ДР першого порядку, розв'язані відносно похідної. Лінійні ДР. Метод варіації довільної сталої. Інтегровані типи ДР першого порядку. <i>Самостійна робота:</i> опрацювання лекційного матеріалу. Виконання практичних завдань.	1		5
3	Тема 3. Рівняння Ріккаті. Рівняння в повних диференціалах. Інтегрувальний множник. <i>Самостійна робота:</i> опрацювання лекційного матеріалу. Виконання практичних завдань.		1	5
4	Тема 4. ДР першого порядку, не розв'язані відносно похідної. Типи рівнянь, які розв'язуються в квадратурах. Метод параметризації. <i>Самостійна робота:</i> опрацювання лекційного матеріалу. Виконання практичних завдань.		1	5
5	Тема 5. Звичайні ДР вищих порядків. Поняття загального, частинного і особливого розв'язків. Методи інтегрування та пониження порядку <i>Самостійна робота:</i> опрацювання лекційного матеріалу. Виконання практичних завдань.	1		5
6	Тема 6. Лінійні однорідні ДР n-го порядку. Фундаментальна система розв'язків. Формула Остроградського-Ліувілля. <i>Самостійна робота:</i> опрацювання лекційного матеріалу. Виконання практичних завдань.	1		5
7	Тема 7. Лінійні диференціальні рівняння з постійними коефіцієнтами та змінними коефіцієнтами. <i>Самостійна робота:</i> опрацювання лекційного матеріалу. Виконання практичних завдань.		1	5
8	Тема 8. Неоднорідні лінійні ДР n-го порядку. Методи інтегрування: невизначених коефіцієнтів, варіації довільної сталої, Коші. <i>Самостійна робота:</i> опрацювання лекційного матеріалу. Виконання практичних завдань.		0,5	5
9	Тема 9. Крайові задачі. Методи розв'язування крайових задач. Рівняння другого порядку зі змінними коефіцієнтами. <i>Самостійна робота:</i> опрацювання лекційного матеріалу. Виконання практичних завдань.		0,5	5
	<i>Контрольна робота 1</i>			20
Частина 2. Системи звичайних ДР та методи їх розв'язання. Дослідження стійкості розв'язків систем звичайних ДР Розв'язування рівнянь з частинними похідними. Основні поняття варіаційного числення. Дослідження функціоналів на екстремум.				
10	Тема 10. Системи звичайних ДР. Основні поняття і означення. Лінійні системи звичайних ДР <i>Самостійна робота:</i> опрацювання лекційного матеріалу. Виконання практичних завдань.	1		5
11	Тема 11. Однорідні лінійні системи звичайних ДР. Поняття загального,	1		5

	часткового та особливого розв'язків. Лінійні системи ДР. <i>Самостійна робота:</i> опрацювання лекційного матеріалу. Виконання практичних завдань.			
512	Тема 12. Матричний метод та метод Ейлера розв'язування лінійних систем. Методи інтегрування неоднорідних систем. <i>Самостійна робота:</i> опрацювання лекційного матеріалу. Виконання практичних завдань.	1		5
13	Тема 13. Особливі точки диференціальних рівнянь на площині. Поняття стійкості. Перший метод Ляпунова. <i>Самостійна робота:</i> опрацювання лекційного матеріалу. Виконання практичних завдань.	1		5
14	Тема 14. Аналіз стійкості за першим наближенням. Другий метод Ляпунова <i>Самостійна робота:</i> опрацювання лекційного матеріалу. Виконання практичних завдань.	1		5
15	Тема 15. Теорема Ляпунова для аналізу нестійкості руху. Розв'язання прикладних задач на основі методів стійкості. <i>Самостійна робота:</i> опрацювання лекційного матеріалу. Виконання практичних завдань.		1	5
16	Тема 16. Лінійні однорідні диференціальні рівняння першого порядку з частинними похідними, алгоритми для знаходження їх загального розв'язку та розв'язування задачі Коші. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння першого порядку з частинними похідними <i>Самостійна робота:</i> опрацювання лекційного матеріалу. Виконання практичних завдань.		1	5
17	Тема 17. Основні поняття варіаційного числення. Приклади та класифікація. <i>Самостійна робота:</i> опрацювання лекційного матеріалу. Виконання практичних завдань.		0,5	5
18	Тема 18. Необхідні умови екстремуму функціоналів <i>Самостійна робота:</i> опрацювання лекційного матеріалу. Виконання практичних завдань.		0,5	7
19	Тема 19. Рівняння Ейлера для різного типу функціоналів. <i>Самостійна робота:</i> опрацювання лекційного матеріалу. Виконання практичних завдань.		0,5	10
20	Тема 20. Достатні умови слабого екстремуму функціоналів <i>Самостійна робота:</i> опрацювання лекційного матеріалу. Виконання практичних завдань.		0,5	10
	<i>Контрольна робота 2</i>			20
	ВСЬОГО	9	8	162

Загальний обсяг 180 год., в тому числі:

Лекцій – 9 год.,

Практичні заняття – 8 год.,

Консультації -1 год.,

Самостійна робота – 162 год.

9. Рекомендовані джерела:

Основні:

1. Гаращенко Ф.Г., Матвієнко В.Т., Пічкур В.В., Харченко І.І. Диференціальні рівняння, варіаційне числення та їх застосування. Навч. посіб. – К.: ВПЦ "Київський університет", 2015. – 271.
2. Гаращенко Ф.Г., Харченко І.І. Збірник задач і вправ з диференціальних рівнянь. – К.: ВПЦ "Київський університет", 2004. – 162 с.
3. Боярчук А.К., Головач Г.П. Справочное пособие по высшей математике. Том 5. Дифференциальные уравнения в примерах и задачах. – М.: Изд-во "УРСС", 1998. – 384 с.
4. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Сборник задач по обыкновенным дифференциальным уравнениям: Учебное пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 1978. – 287 с.
5. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1992. – 128 с.
6. Хусаїнов Д. Я., Бичков О.С. Диференціальні рівняння: Навчальний посібник. – К.: ВПЦ "Київський університет", 2001. – 132 с.
7. Егоров А.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями. – М. ФИЗМАТЛИТ, 2005.
8. Гаращенко Ф.Г., Матвієнко В.Т., Харченко І.І. Диференціальні рівняння для інформатиків. Підручник [з грифом МОН України]. – ВПЦ „Київський університет”, К., 2008. – 351 с.
9. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. – М. Наука. 1969. – 424 с.
10. Эдвардс Ч.Г., Пенни Д.Е. Дифференциальные уравнения и краевые задачи: моделирование и вычисление с помощью Mathematica, Maple и MATLAB. 3 издание. – М.: ООО «И.Д. Вильямс», 2008. – 1104 с.

Додаткові:

11. Ляшко І.І., Боярчук О.К., Гай Я.Г., Калайда О.Ф. Диференціальні рівняння. – К.: Вища школа, 1981. – 504 с.
12. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. – Минск: Высшая школа, 1974. – 766 с.
13. Матвеев Н.М. Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – Минск: Высшая школа, 1970. – 358 с.
14. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. – М.: Наука, 1969. – 424 с.
15. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк Н.А. Дифференциальные уравнения. Примеры и задачи. – К.: Вища школа, 1984. – 408 с.