

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

ФАКУЛЬТЕТ КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК ТА КІБЕРНЕТИКИ

Кафедра теорії та технології програмування

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Заступник декана  
з навчальної роботи



Кашпур О.Ф.

« 28 » 2020 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ  
ТЕОРІЯ АЛГОРИТМІВ

для студентів

галузь знань 12 «Інформаційні технології»  
спеціальність 122 «Комп'ютерні науки»  
освітній рівень бакалавр  
освітня програма «Інформатика»  
вид дисципліни обов'язкова


Форма навчання	денна
Навчальний рік	2020/2021
Семестр	4
Кількість кредитів ECTS	5
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Форма заключного контролю	іспит

Викладачі: д.ф.-м.н., проф. Шкільняк С.С.

Пролонговано: на 20\_\_/20\_\_ н.р. \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_) «\_\_» 20\_\_ р.  
(підпис, ПІБ, дата)

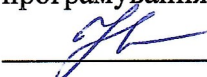
на 20\_\_/20\_\_ н.р. \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_) «\_\_» 20\_\_ р.  
(підпис, ПІБ, дата)

КИЇВ 2020

Розробник: Шкільняк Степан Степанович, доктор фізико-математичних наук, професор,  
професор кафедри теорії та технології програмування 


ЗАТВЕРДЖЕНО

Завідувач кафедри теорії та технології  
програмування

 (М.С. Нікітченко)


Протокол № 1 від «28» 08 2020 р.

Схвалено Гарантом освітньо-професійної програми «Інформатика»

  
\_\_\_\_\_ (Омельчук Л.Л.)  
«28» 08 2020 р.

Схвалено науково-методичною комісією факультету комп'ютерних наук та кібернетики

Протокол від «28» серпня 2020 року № 1

Голова науково-методичної комісії  \_\_\_\_\_ (Омельчук Л.Л.)  
«28» серпня 2020 року

**1. Мета дисципліни** – засвоєння базових знань з основ теорії алгоритмів, включаючи вивчення формальних моделей алгоритмів та алгоритмічно обчислюваних функцій, питань обчислюваності, розв’язності та нерозв’язності масових проблем.

## **2. Попередні вимоги до опанування навчальної дисципліни**

1. *Знати*: базові поняття дискретної математики (основи теорії множин, теорії відношень, теорії булевих функцій, теорії автоматів), основи математичної логіки.

2. *Вміти*: встановлювати базові теоретико-множинні співвідношення, використовувати апарат пропозиційної логіки та логіки предикатів для опису предметних областей, побудови логічних виведень.

## **3. Анотація навчальної дисципліни**

Навчальна дисципліна “Теорія алгоритмів” є складовою освітньо-професійної програми підготовки фахівців за першим (бакалаврським) рівнем вищої освіти галузі знань 12 „Інформаційні технології” зі спеціальності 122 „Комп’ютерні науки”, освітньо-професійної програми „Інформатика”. Дана дисципліна є обов’язковою навчальною за *програмою “Інформатика”*.

Викладається у 4 семестрі 2 курсу в обсязі – 150 год. (5 кредитів ECTS), зокрема: лекції – 38 год., практичні заняття – 34 год., консультації – 2 год., самостійна робота – 76 год. У курсі передбачено домашні контрольні завдання та 3 контрольні роботи. Завершується дисципліна – іспитом в 4 семестрі.

В результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен:

**знати** основні поняття, засоби і методи теорії алгоритмів та їх застосування; основні формальні моделі алгоритмів та обчислюваних функцій; властивості рекурсивних та рекурсивно перелічних множин, рекурсивних та частково-рекурсивних предикатів, арифметичних множин та предикатів; мати сучасні уявлення про розв’язність, часткову розв’язність та нерозв’язність масових проблем, звідності масових проблем, складність обчислень, про ефективні операції на функціях та множинах.

**вміти** будувати формальні моделі алгоритмів та обчислюваних функцій, використовувати тезу Чорча; встановлювати розв’язність, часткову розв’язність та нерозв’язність масових проблем, їх звідності; встановлювати клас множини та предиката, їх місце в арифметичній ієрархії; використовувати теореми про нерухому точку.

Дисципліна “Теорія алгоритмів” є базовою для засвоєння матеріалу нормативних дисциплін “Бази даних та інформаційні системи”, “Теорія програмування”, “Системне програмування”, а також “Інформаційні технології”, “Теорія керування та основи робототехніки”, “Теорія прийняття рішень”, “Обчислювальна геометрія та комп’ютерна графіка”, низки спецкурсів відповідного напрямку.

## **4. Завдання (навчальні цілі):**

набуття знань, умінь та навичок (компетенцій) на рівні новітніх досягнень у теорії алгоритмів відповідно до кваліфікації фахівця з інформаційних технологій.

Зокрема, розвивати:

- здатність до математичного та логічного мислення, формулювання та дослідження математичних моделей, зокрема дискретних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв’язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп’ютерних наук, аналізу та інтерпретування;
- здатність до побудови логічних висновків, використання формальних мов і моделей алгоритмічних обчислень, проектування, розроблення й аналізу алгоритмів, оцінювання їх ефективності та складності, розв’язності та нерозв’язності алгоритмічних проблем для адекватного моделювання предметних областей і створення програмних та інформаційних систем.

## 5. Результати навчання за дисципліною

Результат навчання (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання			
РН1.1	<i>Знати</i> основні формальні моделі алгоритмів та обчислюваних функцій, їх властивості, тезу Чорча, знати кодування та нумерації, універсальні функції та програми	<i>Лекція, самостійна робота</i>	<i>Домашнє контрольне завдання, контрольна робота, іспит</i>	16%
РН1.2	<i>Знати</i> властивості рекурсивних та рекурсивно перелічних множин, рекурсивних та частково-рекурсивних предикатів, мати уявлення про розв'язність і нерозв'язність масових проблем, звідності масових проблем	<i>Лекція, самостійна робота</i>	<i>Домашнє контрольне завдання, контрольна робота, іспит</i>	20%
РН1.3	<i>Знати</i> арифметичну ієрархію, ефективні операції на функціях та множинах, теореми про нерухому точку, мати уявлення про складність обчислень	<i>Лекція, самостійна робота</i>	<i>Домашнє контрольне завдання, контрольна робота, іспит</i>	12%
РН2.1	<i>Вміти</i> будувати формальні моделі алгоритмів та обчислюваних функцій (МНР-програми, машини Тьюрінга, системи Поста, рекурсивні й частково-рекурсивні, програмовані функції),	<i>практичні заняття, самостійна робота</i>	<i>Домашнє контрольне завдання, контрольна робота, іспит</i>	14%
РН2.2	<i>Вміти</i> встановлювати розв'язність, часткову розв'язність, нерозв'язність масових проблем із використанням тези Чорча, встановлювати звідності масових проблем, встановлювати клас множини чи предиката	<i>практичні заняття, самостійна робота</i>	<i>Домашнє контрольне завдання, контрольна робота, іспит</i>	20%
РН2.3	<i>Вміти</i> встановлювати місце множини чи предиката в арифметичній ієрархії, встановлювати неперервність і рекурсивність операторів, вміти знаходити їх нерухомі точки	<i>практичні заняття, самостійна робота</i>	<i>Домашнє контрольне завдання, контрольна робота, іспит</i>	14%
РН3.1	<i>Обґрунтувати</i> власний погляд на задачу та спосіб її розв'язання, спілкуватися з колегами з питань застосування апарату теорії алгоритмів	<i>практичні заняття, самостійна робота</i>	<i>Поточне оцінювання</i>	4%

## 6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Програмні результати навчання	Результати навчання дисципліни						
	1.1	1.2	1.3	2.1	2.2	2.3	3.1
<i>(з опису освітньої програми)</i>							
<b>ПРН4.</b> Проектувати, розробляти та аналізувати алгоритми розв'язання обчислювальних та логічних задач; оцінювати ефективність та складність алгоритмів на основі застосування формальних моделей алгоритмів та обчислюваних функцій	+	+	+	+	+	+	+

## 7. Схема формування оцінки

### 7.1. Форми оцінювання студентів:

- семестрове оцінювання (максимальна кількість балів):

1. *Контрольна робота 1: РН 1.1, РН 2.1 – 15 балів / 9 балів*
2. *Контрольна робота 2: РН 1.2, РН 2.2 – 13 балів / 7 балів*
3. *Контрольна робота 3: РН 1.3, РН 2.3 – 12 балів / 7 балів*
4. *Домашнє контрольне завдання 1: РН 1.1, РН 2.1 – 5 балів/ 3 бали*
5. *Домашнє контрольне завдання 2: РН 1.2, РН 2.2 – 6 балів/ 3 бали*

4. Домашнє контрольне завдання 1: РН 1.3, РН 2.3 – 5 балів/ 3 бали

5. Робота студентів на заняттях: РН 3.1 – 4 бали / 2 бали

– підсумкове оцінювання (у формі іспиту):

– максимальна кількість балів які можуть бути отримані студентом: 40 балів;

– результати навчання які будуть оцінюватись: РН 1.1 – РН 1.3, РН 2.1 – РН 2.3

– форма проведення і види завдань: письмова форма

Види завдань:

### Структура екзаменаційної роботи та критерії оцінювання:

1. Теоретичне запитання (РН 1.1 – РН 1.2).
2. Теоретичне запитання (РН 1.2 – РН 1.3).
3. 6 тестових завдань (РН 2.2).
4. Письмове завдання (РН 2.1).
5. Письмове завдання (РН 2.3)

### Критерії оцінювання екзаменаційної роботи

Завдання	Вид завдання	Максимальний бал (відсоток)	Всього балів (відсотків)
Завдання 1, 2	Теоретичне запитання	по 8 балів (20%)	16 балів (40%)
Завдання 3	6 тестових завдань	по 2.5 бали (6.25%)	15 балів (37.5%)
Завдання 4	Письмове завдання	4 бали (10%)	4 бали (10%)
Завдання 5	Письмове завдання	5 балів (12.5%)	5 балів (12.5%)
Всього			40 балів (100%)

Студент допускається до іспиту, якщо він під час семестру набрав не менше 30 балів, у тому числі набрав не менше 18 балів за контрольні роботи

Для отримання загальної позитивної оцінки з дисципліни оцінка за іспит не може бути меншою 24 балів

### Перелік питань для підготовки до іспиту

1. Поняття алгоритму. Відносні алгоритми. АОФ. Алгоритмічна перелічність, розв'язність.
2. МНР-програми. МНР-обчислюваність.
3. Машина Тьюрінга. МТ-обчислюваність.
4. Нормальні алгоритми Маркова. Обчислюваність за Марковим
5. Системи Поста. Обчислюваність за Постом.
6. Формальні граматики, їх класифікація.
7. Обчислюваність квазіарних функцій на  $N$ . Операції суперпозиції, примітивної рекурсії та мінімізації. Алгебра квазіарних ЧРФ, операторні терми цієї алгебри.
8. Операції суперпозиції, примітивної рекурсії та мінімізації для  $n$ -арних функцій на  $N$ . ПРФ, ЧРФ, РФ. Алгебри  $n$ -арних ЧРФ та ПРФ, операторні терми цих алгебр.
9. Операції підсумовування, мультиплікації, обмеженої мінімізації.
10. Примітивні програмні алгебри. Операції розгалуження, циклу. ППА квазіарних та  $n$ -арних функцій.
11. Примітивна мова програмування *SIPL*, основні конструкції мови. *SIPL*-обчислюваність.
12. Кодування. Нумерації, ефективні нумерації.
13. Канторові нумерації. Нумерації скінченних послідовностей  $N$ .
14. Функція Гьоделя. Теорема про елімінацію примітивної рекурсії.
15. Еквівалентність формальних моделей алгоритмів. Універсальні класи алгоритмів. Теза Чорча, її значення.
16. Кодування та нумерації МНР-програм, МТ, операторних термів відповідних алгебр.
17. Стандартні нумерації  $n$ -арних ЧРФ та ПРФ. Гьодельові нумерації. Обчислювані нумерації.
18. Теорема про параметризацію ( $s$ - $m$ - $n$ -теорема).

19. Універсальні функції, їх зв'язок з нумераціями. Теореми про універсальні функції.
20. Універсальні ЧРФ, МТ, МНР-програма.
21. Теореми Кліні про рекурсію для індексних РФ (про псевдонерухому точку).
22. Нескінченність множини псевдонерухомих точок. Неіснування природних однозначних ефективних нумерацій  $n$ -арних ЧРФ.
23. ПРМ, РМ, РПМ, їх властивості. Теорема Поста. Еквівалентні визначення РПМ. Нумерації РПМ.
24. ПРП, РП, ЧРП, їх властивості. Теорема Кліні про нормальну форму.
25. Нерозв'язність проблем зупинки та самозастосовності. Наслідки.
26. Замкненість ПРМ, РМ та РПМ відносно теоретико-множинних операцій.
27. Замкненість ПРП, РП та ЧРП відносно логічних операцій.
28. Співвідношення між класами функцій та їх графіків.
29. Теорема Райса, її значення. Дуальна до теореми Райса.
30. Канонічна нумерація скінченних множин; зв'язок між канонічними та стандартними індексами.
31. Теорема Райса-Шапіро.
32. Звідності.  $m$ -звідність, її властивості. 1-звідність.
33.  $m$ -степені, їх властивості. Теорема про сюпремум.
34. Продуктивні та креативні множини, їх властивості.
35.  $m$ -повні множини, їх зв'язок з креативними множинами. Рекурсивна та ефективна нероздільність.
36. Імунні та прості множини. Гіперімунні та гіперпрості множини
37. Відносна обчислюваність. МНРО-обчислювані функції,  $\alpha$ -ЧРФ. Теза Тьюрінга.
38. Релятивізація теорем.
39.  $T$ -звідність, її властивості.  $T$ -степені.
40.  $T$ -повні множини. Операція скачка, її властивості;  $n$ -скачок та  $\omega$ -скачок.
41. Арифметичність ЧРФ, РПМ та ЧРП. Теорема Тарського.
42. Арифметична ієрархія. Алгоритм Тарського-Куратовського.
43. Функціональні та множинні оператори. Монотонність та неперервність операторів.
44. Оператори переліку (ОП). Частково рекурсивні (ЧРО), рекурсивні оператори (РО).
45. Критерій РО. Загальнорекурсивні оператори (ЗРО). Співвідношення між ЧРО, РО та ЗРО.
46. Теорема Майхілла-Шепердсона.
47. Теореми Кліні про нерухому точку для ОП і РО.
48. Зв'язок теорем про нерухому точку із теоремами про псевдонерухому точку для індексних РФ. Метод НТ в програмуванні.
49. Обчислюваність за лінійний час, за поліноміальний час. Класи  $P$  та  $NP$ .
50. Міри обчислювальної складності. Елементарні за Кальмаром функції.

## 7.2. Організація оцінювання

### Терміни проведення форм оцінювання:

1. Контрольна робота 1: до 7 тижня семестру.

2. Контрольна робота 2: до 13 тижня семестру.

3. Контрольна робота 3: до 19 тижня семестру.

Студент має право на одне перескладання контрольної роботи із можливістю отримання максимально таких балів:

– контрольна робота 1 – 12.

– контрольна робота 2 – 10.

– контрольна робота 3 – 10.

Термін перескладання визначається викладачем.

За активну роботу на заняттях студент може отримати до 4 балів.

## 7.3. Шкала відповідності оцінок

<b>Відмінно</b> / Excellent	90–100
<b>Добре</b> / Good	75–89
<b>Задовільно</b> / Satisfactory	60–74
<b>Незадовільно</b> / Fail	0–59

**8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**  
**ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ**

№ лекції	Назва лекції	Кількість годин		
		Лекції	Прак. занят.	Сам. р-та
<b>Частина 1. Формальні моделі алгоритмів та обчислюваних функцій</b>				
1	<b>Тема 1.</b> Алгоритми. Формальні моделі алгоритмів. МНР-програми. <b>Самостійна робота:</b> Регістрові машини. Різновиди машин Тьюрінга.	2	2	4
2	<b>Тема 2.</b> Машини Тьюрінга. Нормальні алгоритми Маркова. <b>Самостійна робота:</b> Комбінаторні системи. Різновиди формальних граматик.	2	4	4
3	<b>Тема 3.</b> Системи Поста. Формальні граматики. <b>Самостійна робота:</b> Основні конструкції примітивної мови програмування <i>SIPL</i> . Опис семантики мови програмування <i>SIPL</i> .	2	2	4
4–5	<b>Тема 4.</b> <i>n</i> -арні частково рекурсивні функції. Квазіарні частково рекурсивні функції. Примітивні програмні алгебри. Мова <i>SIPL</i> <b>Самостійна робота:</b> Еквівалентність формальних моделей алгоритмів та АОФ.	2	4	8
Всього за частиною 1		8	12	20
<b>Частина 2. Теза Чорча. Нумерації, універсальні функції</b>				
6	<b>Тема 5.</b> Кодування, нумерації. Канторові нумерації. Універсальні класи алгоритмів. Теза Чорча. <b>Самостійна робота:</b> Обчислювані нумерації, Гьодельові нумерації.	2	2	4
7	<b>Тема 6.</b> Нумерації ЧРФ. Теорема про параметризацію ( <i>s-m-n</i> -теорема). Універсальні функції <b>Самостійна робота:</b> Теорема про парну рекурсію.	2	2	4
8	<b>Тема 7.</b> Теореми Кліні про псевдонерухому точку для індексних РФ. <b>Самостійна робота:</b> Властивості РМ, РПМ, РП, ЧРП. Теорема Сколема.	2	2	4
Контрольна робота № 1 (за матеріалом частин 1 та 2)		2		
Всього за частиною 2		8	6	12
<b>Частина 3. Розв'язність та нерозв'язність. Звідності</b>				
9–10	<b>Тема 8.</b> Рекурсивні та рекурсивно перелічні множини. <b>Самостійна робота:</b> Комбінаторні проблеми (відповідностей Поста, еквівалентності слів), їх нерозв'язність.	2	2	6
11	<b>Тема 9.</b> Рекурсивні та частково рекурсивні предикати. Часткова розв'язність та нерозв'язність масових проблем. Теореми Райса, Райса-Шапіро. <b>Самостійна робота:</b> Структура рекурсивних 1-степенів. Рекурсивний	4	2	6

	ізоморфізм, зв'язок з 1-еквівалентністю.			
12–13	<b>Тема 10.</b> Звідності. $m$ -звідність. Продуктивні та креативні множини. Імунні та прості множини. <b>Самостійна робота:</b> Гіперімунні та гіперпрості множини.	2	4	8
14	<b>Тема 12.</b> Відносна обчислюваність. Релятивізація теорем. $T$ -звідність. <b>Самостійна робота:</b> Теорема Деккера.	2	2	6
	Контрольна робота № 2 (за матеріалом частини 3)	2		
	Всього за частиною 3	12	10	26
<b>Частина 4. Арифметичність. Ефективні оператори. Складність обчислень</b>				
15	<b>Тема 12.</b> Арифметичність. Теорема Тарського. Арифметична ієрархія. <b>Самостійна робота:</b> Структура та властивості $T$ -степенів. Теореми про арифметичну ієрархію.	2	2	4
16	<b>Тема 13.</b> Монотонні, неперервні оператори. Оператори переліку. Частково рекурсивні, рекурсивні оператори. <b>Самостійна робота:</b> Перелічність, розв'язність, нерозв'язність логічних числень. Нерозв'язність формальної арифметики.	2	2	4
17–18	<b>Тема 14.</b> Теорема Майхілла-Шепердсона. Теореми Кліні про нерухому точку. Використання теорем про НТ в програмуванні. <b>Самостійна робота:</b> Теореми про нерухому точку в математиці. Використання теорем про НТ в інформатиці й програмуванні.	2	2	6
19	<b>Тема 16.</b> Складність обчислень. $P$ -повні та $NP$ -повні проблеми. Міри обчислювальної складності. <b>Самостійна робота:</b> Міри обчислювальної складності. Теорема про прискорення. Елементарні (за Кальмаром) функції.	2	0	4
	Контрольна робота № 3 (за матеріалом частини 4).	2		
	Всього за частиною 4	10	6	18
	<b>ВСЬОГО</b>	38	34	76
	Консультація	2		

Загальний обсяг – 150 год., у тому числі:

Лекцій – 38 год.,

Консультацій – 2 год.,

Практичних занять – 34 год.,

Самостійна робота – 76 год.

## 9. Рекомендовані джерела

### *Основні:*

1. Катленд Н. Вычислимость. Введение в теорию рекурсивных функций. – М., 1983.
2. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции. – М., 1965.
3. Нікітченко М.С., Шкільняк О.С., Шкільняк С.С. Теорія алгоритмів. – К., 2015.
4. Нікітченко М.С., Шкільняк С.С. Математична логіка та теорія алгоритмів. – К., 2008.
5. Роджерс Х. Теория рекурсивных функций и эффективная вычислимость. – М., 1972.
6. Шкільняк С.С. Математична логіка. Приклади і задачі. – К., 2007.
7. Шкільняк С.С. Теорія алгоритмів. Приклади й задачі. – К., 2012.

### *Додаткові:*

8. Ахо А., Хопкрофт Дж., Ульман Дж. Построение и анализ вычислительных алгоритмов. – М., 1979.
9. Глушков В.М., Цейтлин Г.Е., Ющенко Е.Л. Алгебра, языки, программирование. – К., 1978.
10. Гросс М., Лантен А. Теория формальных грамматик. – М., 1971.
11. Капітонова Ю.В., Кривий С.Л., Летичевський О.А. та ін. Основи дискретної математики. – К., 2002.
12. Клини С. Математическая логика. – М., 1973.
13. Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. – М., 2001.
14. Лисовик Л.П., Редько В.Н. Алгоритмы и формальные системы. – К., 1981.
15. Лісовик Л.П., Шкільняк С.С. Теорія алгоритмів. – К., 2003.
16. Манин Ю.И. Вычислимое и невычислимое. – М., 1980.
17. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. – М., 1976.
18. Непейвода Н.Н. Прикладная логика. – Новосибирск, 2000.
19. Нікітченко М.С. Теорія програмування. Частина 1. – Ніжин, 2010.
20. Нікітченко М.С., Панченко Т.В., Поляков С.А. Теорія програмування в прикладах і задачах. – К., 2015.
21. Успенский В.А., Семенов А.Л. Теория алгоритмов: основные открытия и приложения. – М., 1987.
22. Шенфилд Дж. Математическая логика. – М., 1975.