Міністерство освіти і науки України
Київський національний університет імені Тараса Шевченка

НАУМЕНКО ЮРІЙ ОЛЕКСАНДРОВИЧ

УДК 519.874:519.852:519.816

СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ ДИФУЗІЙНИХ ПРОЦЕСІВ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ІНФОРМАЦІЇ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ

01.05.04 – системний аналіз і теорія оптимальних рішень

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Київ – 2019

Дисертацією є рукопис

Робота виконана на кафедрі системного аналізу та теорії прийняття рішень факультету комп'ютерних наук та кібернетики Київського національного університету імені Тараса Шевченка МОН України.

Науковий керівник: доктор фізико-математичнич наук, професор
Івохін Євген Вікторович,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка,
професор кафедри системного аналізу та теорії прийняття рішень.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор
Яценко Віталій Олексійович,
Інститут космічних досліджень НАН України та Національного космічного агентства України, завідувач відділу дистанційних методів та перспективних приладів;

кандидат технічних наук, доцент
Сверстюк Андрій Степанович,
Тернопільський державний медичний університет ім. І.Я.Горбачевського МОЗ України, доцент кафедри медичної інформатики.

Захист відбудеться "24" червня 2019 року о 14 год. 15 хв. на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.001.35 Київського національного університету імені Тараса Шевченка за адресою: м.Київ, проспект Академіка Глушкова, 4-Д, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, ауд.01.

З дисертацією можна ознайомитися у Науковій бібліотеці імені М.Максимовича Київського національного університету імені Тараса Шевченка за адресою: 01601, м.Київ, вул.Володимирська, 58, зал №12.

Автореферат розіслано "___" травня 2019 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради Д 26.001.35 Зінько П.М.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Одним з наукових напрямів, якому останнім часом приділяється серйозна наукова увага, є системний аналіз в задачах моделювання процесів і систем. Під моделлю процесу зазвичай розуміють математичний об`єкт, що імітує конкретний набір властивостей процедури функціонування процесу, що моделюється. Мета моделювання – отримання можливості дослідження процесів функціонування кількісних і якісних характеристик реального об'єкту або системи. Типовий об'єкт реального світу має велику кількість властивостей та характеристик, але при дослідженні необхідно виділити основні властивості і перенести їх на модель з метою системного аналізу поведінки об’єкта, спираючись на розроблені формальні методи досліджень.

Моделювання динамічних процесів описує поведінку об’єкта у довільний момент часу. Дискретні, дискретно-неперервні та неперервні математичні моделі є конкретизацією динамічних моделей. Найчастіше для формалізації використовують системи звичайних диференціальних рівнянь, диференціальні рівняння у частинних похідних, різницеві рівняння, рівняння з післядією та інтегральні рівняння. Дослідженню динаміки різних прикладних процесів присвячено присвячено роботи Н.П.Бусленко, Г.І.Марчука, В.І.Арнольда, Ю.М. Плотинського, R.Smith’a, A.Baronchelli, J.S.Jang’a, В.Е.Котова, А.П.Михайлова, А.І.Чулічкова та інших. При цьому потрібно зауважити, що вигляд математичних моделей залежить не тільки від природи реального об’єкта, але й також від задач і можливостей дослідника та необхідної достовірності і точності параметрів експерименту.

Важливим є те, що для моделей мають виконуватися вже відомі закони предметної області, про які відомо заздалегідь. Це можуть бути феноменологічні або напівемпіричні закони предметної області або результати, що отримані із використанням інших методів дослідження. Математичні моделі повинні задовольняти певним вимогам. Вони носять, в основному, суб’єктивний характер і визначаються метою моделювання і існуючими обмеженнями.

На підставі математичних моделей за результатами теоретичного дослідження та чисельних експериментів можуть бути доведені закономірності, умови ефективності тих чи інших управлінських рішень, визначення найкращих (оптимальних) параметрів функціонування процесу (об’єкту), можливе прогнозування майбутніх станів системи тощо.

Практичне використання математичних і програмних засобів для моделювання та дослідження динаміки реальних процесів вимагає створення прикладних автоматизованих інформаційних (прогнозних) систем та систем підтримки прийняття рішень, що є особливо важливим для проведення аналізу функціонування складних технічних, технологічних і соціальних процесів. Існуючі системи мають, як правило, вузький спеціалізований варіант застосування, який не завжди підходить для роботи з недостатньо формалізованими управлінськими ситуаціями, серед яких особливої уваги заслуговують проблеми аналітичної обробки інформаційних потоків та їх впливів. Тому важливою прикладною задачею залишається розробка і впровадження програмних систем імітаційного моделювання, систем підтримки прийняття рішень та систем аналітичної обробки інформації на основі методів математичного моделювання та з урахуванням умов інформаційної невизначеності та нечіткості.

Аналіз задач моделювання динаміки процесів інформаційного розповсюдження та впливу знайшли своє відображення у роботах M.J. Keeling, Ю.Ю.Тарасевича, А.М.Батюкова, E.M.Rogers, Д.В.Ланде, С.Г.Ломакіна, А.М.Федотова, В.А.Шведовського, А.П.Петрова та ін.

Необхідно звернути увагу, що в задачах формалізації інформаційних потоків приділяється достатньо уваги моделям, що базуються на застосуванні математичних аналогій дифузійних процесів. Дифузія – це «процес, в ході якого потоки даних по певних каналах поширюються з плином часу у фізичному або соціальному середовищі». Відомий ряд робіт, в яких показано, що моделі дифузії інформації в социумі достатньо коректно описують динаміку поширення і заміщення технологій, товарів та реклами, розповсюдження нових методів навчання, динаміку рівнів військового та політичного протиборства, кримінальних процесів, і т. п. Тому подальша розробка моделей та методів розв’язування задач дослідження процесів поширення та впливу інформації при проведенні заходів інформаційного протиборства, формалізація підходів для моделювання динамічних процесів із застосуванням гібридності інформаційних процесів, застосування розроблених методів для оптимізації вартості рекламного бюджету визначили мету дисертаційного дослідження.

Зв’язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота є складовою частиною наукових робіт, які ведуться на кафедрі системного аналізу та теорії прийняття рішень і в науково-дослідному секторі "Проблем системного аналізу" Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Дослідження виконувалися в рамках науково-дослідної теми №16БФ015-02 “Розробка нових математичних методів системного аналізу і теорії оптимальних рішень та їх застосування” (державний номер реєстрації 0116U002529, термін виконання 2016-2018г.г., в рамках програми "Інформатизація суспільства") і науково-дослідної теми «Розробка і впровадження інформаційної та організаційної системи заходів по забезпеченню інноваційної спрямованості науково-дослідних робіт в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка», НДР № 08БП 013-01 (за напрямом Підпрограми "Інформаційні технології в науці та навчальному процесі").

Мета і задачі дослідження. Метою роботи є розробка конструктивних підходів для формалізації процесів розповсюдження та впливу інформаційних потоків на основі гібридних динамічних систем, що описуються різними типами рівнянь; створення методів та алгоритмів імітаційного моделювання та прогнозування динаміки інформаційних процесів на основі застосування механістичного підходу; створення математичного і програмного забезпечення для обробки потоків інформації та для моделювання процесу розповсюдження інформації в суспільстві.

Об’єкт дослідження – процеси інформаційного розповсюдження та впливу, що описуються гібридними рівняннями.

Предмет дослідження – методи формалізації та дослідження процесів розповсюдження та впливу інформації, методи та алгоритми обробки інформації.

В основу *методів дослідження* покладено системний підхід для дослідження процесів формалізації та аналізу динаміки складних процесів і систем. При розв’язанні поставлених задач були використані методи системного аналізу, методи створення та дослідження гібридних систем для розв’язання задачі моделювання динаміки процесів, методи дослідження динамічних систем, теорії оптимізації та теорії прийняття рішень.

Наукова новизна одержаних результатів. У процесі розв’язання поставлених задач отримано нові наукові результати, які полягають у наступному:

– для аналізу процесів інформаційного розповсюдження та впливу в соціумі запропоновано новий підхід, що базується на застосуванні гібридних динамічних моделей;
– вперше формалізовано процеси розповсюдження інформації на основі рівнянь дифузії одновимірного та двовимірного вигляду зі змінною кількістю цільового контингенту та неоднорідностями різного типу;
– для дослідження процесів поширення інформації вперше сформульвано математичні моделі агрегації, що обмежені дифузією;
– запропоновано новий підхід з використанням моделі обміну інформації у мережі нейро-подібних елементів;
– набули подальшого вдосконалення математичні моделі динаміки дифузійних процесів з урахуванням агентних та інноваційних схем реалізації інформаційного впливу;
– набув подальшого вдосконалення ігровий підхід для формування величини інвестиційного бюджету;
– отримано нову оптимізаційну задачу математичного програмування для аналізу інформаційного розповсюдження та впливу, розроблено метод для її розв’язування;
– розроблено та впроваджено метод розрахунку та оптимізації вартості проведення інформаційної кампанії (на прикладі визначення величини рекламного бюджету).

Практичне значення одержаних результатів. На основі запропонованих моделей та алгоритмів дисертаційної роботи розроблено конструктивні підходи для дослідження та впровадження нових моделей та методів формалізації процесів інформаційного розповсюдження та впливу, запропоновано та впроваджено метод розрахунку та оптимізації вартості проведення інформаційної кампанії. Ці результати можуть бути використані для створення ефективних засобів для аналізу динаміки процесів розповсюдження нових методик навчання, динаміки рівнів інформаційного, військового та політичного протиборства, для підтримки прийняття рішень при дослідженні процесів і систем, що функціонують в умовах інформаційної невизначеності.

Розроблені методи та підходи використані для визначення величини рекламного бюджету. Наукові та прикладні результати дисертаційної роботи впроваджені у Інформаційно-обчислювальному центрі Київського національного університету імені Тараса Шевченка і використовуються у навчальному процесі кафедри системного аналізу та теорії прийняття рішень факультету комп’ютерних наук та кібернетики при викладанні нормативних та спеціальних курсів «Сучасні інформаційні технології», «Моделі саморганізації систем» та «Методи якісного дослідження динамічних систем» (спеціальність «системи і методи прийняття рішень») .

Особистий внесок здобувача. Дисертація є самостійною науковою працею, в якій висвітлені власні ідеї та розробки автора, що дозволили досягти поставленої мети. Наукові положення, пропозиції та рекомендації, що виносяться на захист, отримані здобувачем самостійно. У спільних роботах із науковим керівником Є.В.Івохіним, вибір методів дослідження та доведення основних результатів виконано автором, особистий внесок якого полягає у наступному: у роботі [1] формалізовано процеси розповсюдження інформації на основі гібридних рівнянь дифузії одновимірного та двовимірного вигляду; у роботі [2] математичні моделі і методи дифузійних процесів з використанням агентних та інноваційних схем адаптовано для реалізації дослідження інформаційного впливу; у роботі [4] запропоновано методи розрахунку та ефективного розподілу рекламного бюджету; у роботі [5] запропоновано формалізацію процесу поширення інформації на основі математичної моделі агрегації, що обмежена дифузією.

Апробація результатів дисертації. Матеріали дисертаційної роботи доповідалися та обговорювалися на наукових конференціях та семінарах: VII міжнародній науково-практичній конференції «Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації» (Кам'янець-Подільський, квітень, 2016); міжнародній школі-семінарі «Теорії прийняття рішень» (Ужгород, вересень, 2016); Міжнародній науковій конференції "Problems of Decision Making under Uncertainties" (Вільнюс, Літва, серпень, 2017; Прага, Чехія, серпень, 2018); Міжнародній науковій конференції ім. Т.А. Таран "Интеллектуальний анализ информации" (IAI) (Київ, травень, 2017); Міжнародній науково-практичній конференції «Обчислювальний інтелект» (Київ, травень, 2017); на наукових семінарах факультету комп'ютерних наук та кібернетики Київського національного університету імені Тараса Шевченка.

Публікації. Основні наукові твердження, висновки і результати дисертаційної роботи опубліковані в 11 наукових працях. З них – 6 наукових статей, у тому числі 5 у фахових виданнях [1-5], 1 стаття у виданні, яке входить до наукометричної бази даних [6], 5 – праці та тези наукових конференцій [7-11].

Структура дисертації. Дисертаційна робота складається з 150 стор. та містить в собі такі структурні елементи: титульний аркуш, анотація, зміст, основна частина на 117 стор. (складається з вступу, чотирьох розділів і висновку; містить 11 рисунків та 2 таблиці), список використаних джерел з 65 найменувань на 5 стор. та додатки на 7 стор.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** до дисертаційної роботи обґрунтовано актуальність теми дослідження, вказано на зв'язок роботи з науковими програмами, темами, планами, сформульовано мету та задачі дослідження, охарактеризовано використані в роботі методи, вказано наукову новизну одержаних результатів та їх практичне значення, а також наведено дані про апробацію отриманих в роботі результатів та особистий внесок здобувача, наведено список публікацій.

Перший розділ дисертаційної роботи присвячений огляду підходів та методів формалізації динамічних процесів на основі застосування механістичних та біологічних аналогій. Детально викладено зміст задачі математичного моделювання, наведено опис основних класів моделей динаміки. Сформульовано принцип аналогій при побудові математичних моделей, наведено приклади реальних динамічних процесів, в яких використано методику аналогій. Проаналізовано задачі формалізації процесів розповсюдження захворювань, процесів кінетики ферментативних реакцій, перехідних економічних процесів та процесу функціонування мережі з нейроподібних елементів.

У *підрозділі 1.1* наведено опис формальної моделі об'єкта моделювання у вигляді множини величин, що описують процес функціонування реальної системи. Типовий підхід до формалізації процесів полягає у встановленні характерних структурних елементів (компонент) системи та взаємозв'язків між ними у вигляді сукупності правил, що визначають процеси взаємодії між елементами для реалізації стратегій функціонування. Розробка моделі на основі класичного підходу означає об'єднання окремих компонент в єдину модель, причому кожна з компонент може вирішувати свої власні завдання та бути ізольованою від інших частин моделі.

Зазначено, що з ускладненням об'єктів моделювання виникає необхідність застосування системного підходу, який дозволяє створювати математичні моделі, які є складовими частинами мета-моделі. В основі системного підходу лежить розгляд системи, що моделюється, як єдиного цілого, причому цей розгляд при розробці моделі починається з формулювання головної мети процесу функціонування. У практиці моделювання об'єктів в області системного аналізу реальних процесів, як правило, використовуються типові математичні схеми: диференціальні рівняння, кінцеві та ймовірнісні автомати, системи масового обслуговування, мережі Петрі і т.д.

Застосування різних математичних схем дають можливість оперувати різними підходами при розв’язанні практичних задач моделювання конкретних динамічних процесів та систем. Особливо підкреслюється використання різнотипових складових у мета-моделі, що зводиться до побудови так званих гібридних моделей і моделей, побудованих на основі методики аналогій.

У *підрозділах 1.2–1.3* наведено основні класи математичних моделей динаміки, приклади реалізації методу біологічних, хімічних, економічних та фізичних аналогій у вигляді математичних моделей реальних динамічних процесів, формалізовано процес функціонування мережі з нейроподібних елементів.

В якості прикладу формалізації біологічних процесів у вигляді математичних моделей розглянуто формалізацію процесу розповсюдження інфекційного захворювання в цільовій групі людей, чиї відносини описуються мережею контактів. Відповідно до даної моделі члени цільової групи можуть перебувати в трьох різних станах: сприйнятливий до захворювання (*S*), заражений (*I*), отримав імунітет або вибув (*R*). Математичну модель, яка є найбільш придатною для опису поширення захворювання, можна записати у вигляді SIR-моделі вигляду

$$\begin{aligned} dS/dt &= -\beta SI\,, \\ dI/dt &= \beta SI - \gamma I\,, \\ dR/dt &= \gamma I\,, \end{aligned} \tag{1}$$

де β – частота контактів в цільовій групі, $1/\gamma$ – середня тривалість періоду захворювання.

Характерним прикладом застосування хімічних аналогій є використання моделей кінетики ферментативних реакцій. Розглядається ланцюг хімічних реакцій $z_1(t) \to z_2(t) \to z_3(t) \to z_4(t)$ з заданою кількістю зовнішнього субстрат, запас якого підтримується постійним, а спільна дія кінцевого продукту $z_4(t)$ пригнічує (затримує течію ферментативного процесу) стадію реакції $z_1 \to z_2$, так що величина її швидкості має вигляд $\gamma = 1/(1+\alpha(z_4(t))^2)$.

За умови врахування перемішування молекул за допомогою процесу дифузії, можна отримати математичну модель даного процесу у вигляді:

$$\begin{aligned} \dot z_1(t) &= I - \gamma z_1(t)\,, \\ \dot z_2(t) &= \gamma z_1(t) - z_2(t)\,, \\ \dot z_3(t) &= z_2(t) - z_3(t)\,, \\ \dot z_4(t) &= z_3(t) - z_4(t)/2\,. \end{aligned} \tag{2}$$

Математичну модель функціонування мережі нейроподібних елементів, що має n входів і один вихід, можна описати на основі методики аналогій, використовуючи для формалізації процесу модель поширення інформації в групі нейронів:

$$\frac{du_0(t)}{dt} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} w_i x_i(t) - u_0(t) \tag{3}$$

Тут скалярна величина u_0 визначає стан елемента, що називається потенціалом, $x_i(t)$ – величина i-го входу у момент часу t, $i=\overline{1,n}$, а вихід $y(t)$ елемента описується функцією $y(t)=\phi(u_0(t)-h)$.

Запропоновано застосувати розглянуті моделі для дослідження процесів інформаційного розповсюдження та впливу на соціум.

У **другому розділі** дисертаційної роботи наведено результати дослідження та моделювання процесів розповсюдження та впливу інформації у середовищі цільової групи, що базуються на використанні математичних структур та схем, які є подальшим розвитком традиційних статистичних підходів з урахуванням повторюваності та хаотичності у динаміці проблемної області. Процеси інформаційного впливу на поведінку учасників різних соціальних груп мають динамічний характер, зміна стану соціального середовища в яких відбувається внаслідок активного поширення інформації за допомогою використання соціальних мереж та ЗМІ.

У розділі запропоновано підхід до побудови гібридних математичних моделей динаміки розповсюдження інформаційних процесів у цільових групах населення. В основу формалізації покладено використання однорідних та неоднорідних моделей процесу дифузії (проникнення) інформації в мережі. Для дослідження інформаційного розповсюдження запропоновано гібридні моделі дифузійного типу, зміна інтервалів поширення в яких моделюється за допомогою додаткових співвідношень у вигляді диференціальних рівнянь. Розглянуто скалярний розв’язок для одновимірного і двовимірного подання контингенту, а також розв’язок у вигляді векторної функції, елементи якої описують рівні інформаційного впливу в різних підгрупах споживачів. Змодельована і досліджена динаміка інформаційних потоків на основі моделей з неоднорідностями різного вигляду.

Для врахування самоподібності процесів розповсюдження інформації на рівні групи запропоновано підхід на основі формалізації агрегаційних процесів, що обмежуються дифузією. Розглядаючи процес дифузного проникнення інформації на задану цільову аудиторію, запропоновано підхід з використанням моделі обміну інформації у мережі нейроподібних елементів. Отримання результатів формується за допомогою заданого набору взаємної довіри користувачів і заданого порогового рівня інформаційної сприйнятливості осіб цільової аудиторії. Розроблено алгоритм імітаційного моделювання процесу розповсюдження реклами, що базується на представленні елементів мережі у вигляді графа, вершини якого описуються параметрами сприйнятливості до інформації та взаємної довіри.

Розглянуто математичні моделі дифузійного типу для випадків неоднорідності соціального середовища: модель дифузії інновацій, агентна модель дифузії ідей на основі подвійної моделі узгодження, модель розповсюдження інформації з урахуванням інтенсивності її поширення.

Наведено результати чисельних експериментів з використання запропонованих підходів формалізації, проаналізовано особливості отриманих розв’язків.

У підрозділі 2.1 обгрунтовано формалізацію процесу розповсюдження інформації на основі застосування однорідних і неоднорідних гібридних моделей дифузії. У *підрозділі 2.2* викладено результати формалізації процесу інформаційного розповсюдження з застосуванням гібридних дифузійних моделей.

Позначимо $u(x,t)$, $0\le u(x,t)\le 1$, $t\ge 0$ – функцію, що визначає рівень розповсюдження інформації в межах частини x, $0\le x\le 1$ цільової групи населення, величина якої не перевищує наперед заданого значення A.

Зміни рівня (концентрації) інформації в групі населення моделюється за допомогою рівняння дифузії

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -k(t)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \tag{4}$$

з початковою умовою $u(x,0)=0$, $0 \le x \le 1$, та крайовою умовою $u(0,t)=u_0 \ge 0$, $t \in [0,T]$, де $k(t)$ – коефіцієнт, що характеризує швидкість проникнення інформації (аналог коефіцієнта дифузії), який пропорційний швидкості змін частини населення, що вважаються сприйнятливими до впливу зовнішньої інформації $k(t) = \mu\dot{x}(t)$.

Вважаємо, що склад групи формується з 3-х підгруп по відношенню до сприйняття інформації. Тоді за допомогою SIR-моделі поширення захворювань вигляду (1)

$$\begin{aligned} \dot{y}_1(t) &= -y_1(t)y_2(t), \\ \dot{y}_2(t) &= y_1(t)y_2(t) - y_2(t), \\ \dot{y}_3(t) &= y_2(t), \end{aligned} \tag{5}$$

з початковими умовами $y_1(0)=\alpha; y_2(0)=\beta; y_3(0)=\gamma$, де $y_1(t)$ – частка населення, яка є сприйнятливою до впливу інформації, $y_2(t)$ – частка вже охоплених впливом, $y_3(t)$ – частка несприйнятливих до інформації, $t \ge 0$, а величини швидкостей виліковування та захворювання вважаються рівними 1, $y_1(t)+y_2(t)+y_3(t)$=1, $t \in [0,T]$, можна записати систему диференційних рівнянь, які описують процес розповсюдження інформації в загальній групі населення. Її розв'язки, відповідно, визначають динаміку величин окремих підгруп.

При таких припущеннях максимальне граничне значення частини населення , що відчуває вплив інформації, $x_Г$, $0 \le x_Г(t) \le 1$, буде залежати від часу, тобто маємо $0 \le x \le x_Г(t)$, $x_Г(t) = y_1(t) + y_2(t)$, де $y_1(t)$, $y_2(t)$ – компоненти розв'язку системи (5).

Враховуючи акумулятивний характер процесу розповсюдження інформації у соціумі, будемо шукати частинний розв'язок дифузійного рівняння (4) у вигляді

$$u(x,t) = \int_0^x X(\xi)d\xi + at, \tag{6}$$

де параметр a впливу за часом для кожного моменту часу t вважатимемо пропорційним швидкості зміни величини $x_Г(t)$, тобто $a = \alpha\dot{x}_Г(t)$, $\alpha > 0$.

З урахуванням зроблених припущень перепишемо крайові умови моделі (4) у вигляді $u'_x(0,t) = \frac{\alpha}{\mu}x_Г(t)$, $u'_x(x,t)=0$, $x_Г(t) \le x \le 1$, $t \in [0,T]$.

Зрозуміло, що у такій постановці дифузійне рівняння (4) має особливий розв'язок, що отримується за умови $x_Г(t)=c$, $c-$деяка константа, $c \in [0,1]$. Іншими словами, за наявності стаціонарного процесу в динаміці величини контингенту, що підпадає під інформаційний вплив, рівень розповсюдження інформації в групі залишається постійним. Даний розв'язок є тривіальним.

Припустимо, що $\dot{x}_Г(t) \ne 0$. Тоді у кожний момент часу $t \in [0,T]$ дифузійне рівняння має частинний розв'язок вигляду (6), для знаходження якого необхідно розв'язати звичайне диференціальне рівняння першого порядку

$$\frac{dX(x)}{dx} = -\frac{\alpha}{\mu}, \tag{7}$$

з початковою умовою на кінці інтервалу $X(x_Г(t))=0$, розв'язком якого буде функція

$X(x)=\frac{\alpha}{\mu}(x_\Gamma(t)-x)$, $0\le x\le x_\Gamma(t)$. При цьому маємо величину $X(0)=\frac{\alpha}{\mu}x_\Gamma(t)$, що відповідає першій граничній умові дифузійного рівняння.

Таким чином, остаточно отримуємо, що для довільних $\alpha>0$ та $\mu>0$ рівняння (4) має розв'язок вигляду

$$u(x,t)=\alpha\left(\frac{x}{\mu}(x_\Gamma(t)-\frac{x}{2})+\dot{x}_\Gamma(t)t\right), \tag{8}$$

який в будь-який моменту часу $t\in[0,T]$ визначає рівень розподілу інформації в межах підгрупи $0\le x\le x_\Gamma(t)$, розмір якої становить частку $x_\Gamma(t)$ від загальної кількості A учасників групи, що розраховується за допомогою розв'язків системи (5) (під значеннями $x_\Gamma(t)$, $\dot{x}_\Gamma(t)$ розуміємо миттєві значення величини $x_\Gamma(t)=y_1(t)+y_2(t)$ та її швидкості, які отримуються з (5) у кожен момент часу t).

Цей розв'язок може бути узагальнений. З початкових умов системи (4) слідує, що $x_\Gamma(0)=1$. Це дозволяє переписати вигляд розв'язку $u(x,t)$ з урахуванням початкової умови $u(x,0)=0$, $0\le x\le 1$ дифузійного рівняння (4). Дійсно, якщо розглядати функцію

$$u(x,t)=\ \alpha\left(\frac{x}{\mu}(x_\Gamma(t)-\frac{x}{2})+\dot{x}_\Gamma(t)t\right)(1-x_\Gamma(t)), \tag{9}$$

то вона задовольняє рівнянню (4) та початковим і крайовим умовам, що дозволяє розглядати її як загальний розв'язок дифузійного рівняння.

Процес розповсюдження інформації на основі дифузійного підходу може бути розглянутий за двома окремими типами споживачів інформації, які відрізняються сприйняттям зовнішнього інформаційного впливу і своїм ставленням до змісту інформаційних потоків.

Нехай, як і раніше, $y_1(t)$ – частка населення, що сприймає вплив інформації, $y_2(t)$ – частка тих, хто вже знаходиться під інформаційним впливом. Динаміка змін величини цих груп описується першим і другим рівняннями системи (5). Рівні розповсюдження інформації будемо описувати векторною функцією $u(x,t)=(u_1(x_1,t),u_2(x_2,t))^T$, де функції $u_1(x_1,t)$, $u_2(x_2,t)$, $0\le u_i(x_i,t)\le 1$, $i=1,2$, $t\ge 0$, визначають інформаційний вплив в середовищі категорій $y_1(t)$, $y_2(t)$ відповідно і задовольняють скалярним дифузійним рівнянням виду (4)

$$\frac{\partial u_i(x_i,t)}{\partial t}=-k_i(t)\frac{\partial^2 u_i(x_i,t)}{\partial x_i^{\ 2}},\ i=1,2, \tag{10}$$

з функціями $k_i(t)$, $i=1,2$, що задають швидкості проникнення інформації в межах відповідних груп (вважатимемо їх також пропорційними швидкостям зміни конкретних частин населення з коефіцієнтами пропорційності $\mu_i>0$, $i=1,2$).

Максимальні граничні величини $x_1^\Gamma(t)$, $x_2^\Gamma(t)$ часток населення, в межах яких можливе розповсюдження інформації, будемо визначати на основі компонент $y_1(t),y_2(t)$ розв'язку системи (5): $0\le x_1(t)\le x_1^\Gamma(t)$, $0\le x_2(t)\le x_2^\Gamma(t)$, $x_1^\Gamma(t)=y_1(t)$, $x_2^\Gamma(t)=y_2(t)$. Повторюючи викладки, наведені для скалярного випадку, отримуємо розв'язок $u(x,t)$ з компонентами вигляду $u_i(x_i,t)=$ $=\alpha_i\left(\frac{x_i}{\mu_i}(x_i^\Gamma(t)-\frac{x_i}{2})+\dot{x}_i^\Gamma(t)t\right)(1-x_i^\Gamma(t))$, $i=1,2$, $0\le x_1\le x_1^\Gamma(t)$, $0\le x_2\le x_2^\Gamma(t)$, що визначає рівні розповсюдження інформації на основі гібридного дифузійного підходу за двома окремими типами споживачів. Параметри впливу часу на величину рівнів розповсюдження для кожного моменту часу t, як і раніше, вважатимемо пропорційним швидкості зміни величини $x_i^\Gamma(t)$, тобто $a_i=\alpha_i\dot{x}_i^\Gamma(t)$, $i=1,2$.

Розглянуто формалізацію процесу розповсюдження інформації на основі неоднорідних гібридних моделей дифузії. Враховуючи вплив зовнішніх джерел дії на перебіг процесів розповсюдження інформації, запропоновані моделі можуть бути узагальнені шляхом дослідження відповідних неоднорідних рівнянь і систем.

Будемо моделювати зміну рівня (концентрації) інформації у цільовій групі населення на протязі конкретного часового інтервалу $t \in [0,T]$ за допомогою рівняння дифузії скалярного виду:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -k(t)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x,t), \tag{11}$$

з початковими умовами $u(x,0) = 0$, $0 \le x \le 1$, і крайовими умовами $u'_x(0,t) = \frac{\alpha}{\mu} x_\Gamma(t)$, $u'_x(x,t) = 0$, $x_\Gamma(t) \le x \le 1$, $t \in [0,T]$, де $k(t)$ – коефіцієнт, що характеризує швидкість проникнення інформації (аналог коефіцієнта дифузії) і є пропорційним швидкості зміни частини населення, яка вважається вразливою до впливу зовнішньої інформації, тобто $k(t) = \mu \dot{x}(t)$, $\mu > 0$, $f(x,t)$ – функція, що описує вплив зовнішніх джерел інформаційного впливу.

Розглянемо випадок дифузії в середовищі, яке перебуває в умовах зовнішнього інформаційного впливу, яке змінюється у часі (наприклад, у вигляді чуток щодо якості або змісту інформації). Будемо говорити, що таке середовище «рухається» з постійною швидкістю, яка також передбачається пропорційною до зміни кількості охоплених інформацією учасників групи. Це припущення є цілком допустимим, якщо припустити невисокий (яким можна знехтувати) рівень внутрігрупового обміну інформацією і розглядати в якості основного фактора зовнішній вплив на рівень поширення інформації в цільовій групі. В даному випадку процес дифузії має задовольняти закону Нернста, модель якого має вигляд

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -k(t)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \sigma\frac{\partial u}{\partial x}, \tag{12}$$

де σ – швидкість руху середовища, $u'_x(0,t) = \frac{\alpha}{\omega}\left(exp(\frac{\omega}{\mu} x_\Gamma(t)) - 1\right), u'_x(x,t) = 0$, $x_\Gamma(t) \le x \le 1$, $t \in [0,T]$. Виходячи з даного закону, може бути обчислено обсяг (кількість) інформації $q(x,t)$, що проникає з зовнішнього середовища, базуючись на співвідношеннях $q(x,t) = -\sigma \partial u/\partial x$, $\sigma = \omega \dot{x}_\Gamma(t)$, $0 \le \omega \le 1$.

Записуючи частинний розв'язок неоднорідного дифузійного рівняння (11) у вигляді (6) для кожного моменту часу $t \in [0,T]$, отримаємо неоднорідне диференціальне рівняння першого порядку

$$\alpha \dot{x}_\Gamma(t) = -\mu \dot{x}_\Gamma(t) X'(x) - \omega \dot{x}_\Gamma(t) X(x), \tag{13}$$

в якому величина $\dot{x}_\Gamma(t)$ розглядається як миттєве значення швидкості зміни величини $x_\Gamma(t)$, яке отримується з (5) для кожного моменту часу t.

Припускаючи, що $\dot{x}_\Gamma(t) \ne 0$, рівняння (13) можна переписати у вигляді

$$\mu X'(x) + \omega X(x) = -\alpha, \tag{14}$$

з початковою умовою на кінці проміжку $X(x_\Gamma(t)) = 0$. Розв'язком цього рівняння буде функція $X(x) = \frac{\alpha}{\omega}\left(exp(\frac{\omega}{\mu}(x_\Gamma(t) - x)) - 1\right)$, $0 \le x \le x_\Gamma(t)$, звідки отримуємо $X(0) = \frac{\alpha}{\omega}\left(exp(\frac{\omega}{\mu} x_\Gamma(t)) - 1\right)$, що відповідає першій граничній умові неоднорідного дифузійного рівняння (12).

Таким чином, застосовуючи модель (12) для опису процесу поширення інформації в умовах зовнішнього інформаційного впливу, яке змінюється у часі, для довільних $\alpha > 0$, $\mu > 0$ та $\omega > 0$ отримуємо розв'язок рівняння (12) такого вигляду

$$u(x,t) = \frac{\alpha\mu}{\omega^2}\exp(\frac{\omega}{\mu}x_{\Gamma}(t))\left(1-\exp(-\frac{\omega}{\mu}x)\right) - \frac{\alpha}{\omega}x + \alpha\dot{x}_{\Gamma}(t)t\,, \tag{15}$$

який для забезпечення початкової умови може бути узагальнений у вигляді

$$u(x,t) = \left(\frac{\alpha\mu}{\omega^2}\exp(\frac{\omega}{\mu}x_{\Gamma}(t))\left(1-\exp(-\frac{\omega}{\mu}x)\right) - \frac{\alpha}{\omega}x + \alpha\dot{x}_{\Gamma}(t)t\right)(1-x_{\Gamma}(t)) \tag{16}$$

і який в будь-який моменту часу $t \in [0,T]$ визначає рівень розподілу інформації в межах підгрупи $0 \le x \le x_{\Gamma}(t)$, розмір якої становить частку $x_{\Gamma}(t)$ від загальної кількості учасників групи, що розраховується за допомогою розв'язків системи (5).

Запропонований підхід до моделювання інформаційного проникнення можна використовувати для формалізації процесу в разі двовимірного представлення соціального середовища.

Дифузійна модель впливу інформаційного потоку з урахуванням показників динаміки товарів, отриманих на основі статистичних звітів за результатами діяльності торгівельних установ, розглянута у *підрозділі 2.3*.

Припустимо, що продаж товару проводиться у *M* торгових точках. Для опису процесу змін товарного обсягу на основі математичної моделі функціонування мережі нейроподібних елементів вигляду (3):

$$\dot{x}(t) = -x(t) + \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} x_i(t)\,, \quad x(0) = A, \tag{17}$$

де $x_i(t)$ – сумарна кількість товару, який був проданий *i*-ю торговою точкою до моменту часу t, $i = \overline{1,M}$.

Таким чином, припускаючи, що $k(t) = \gamma\dot{x}(t)$, отримуємо гібридну модель вигляду (6), (17) для розрахунку рівнів розповсюдження інформації за результатами даних про продаж товарів. Шукаючи функцію $u(x,t)$ у вигляді $u(x,t) = X(x(t))$, визначаємо рівні впливу інформації для кожного моменту часу t в межах можливого обсягу товарів $0 \le x \le x(t)$, поточне значення якого $x(t)$ отримуємо з рівняння (17).

У *підрозділі 2.4* розглянуто модель агрегації, обмеженої дифузією (diffusion limited aggregation, DLA), що описує процедуру об'єднання окремих частинок у самоподібний агрегат в умовах їх випадкового блукання. На основі моделі DLA описано та досліджено процес розповсюдження інформації у середовищі деякої цільової аудиторії без впливу засобів мас-медіа, шляхом обміну інформацією, який відбувається при комунікації між людьми.

Розглянемо групу, що складається з N учасників, структуру взаємозв'язків між якими представимо графом, де кожна вершина графа представляє окрему особу у групі, а ребро між двома вершинами означає можливість спілкуватися відповідних учасників між собою. Цей граф можна задати симетричною матрицею *R* зв'язності розмірності *N*x*N*.

Кожного учасника цільової аудиторії характеризує набір додаткових параметрів. По-перше, кожен неоднаково ставиться до побаченої/почутої інформації, в даній моделі кожен учасник має свій коефіцієнт I_i, I є [0,1], $i = \overline{1,N}$, що відображає його сприйнятливість до інформації. По-друге, кожен по-різному прислуховується до думки своїх знайомих. У математичній моделі визначимо вектор T_i, що задає рівень довіри i-ї людини до її знайомих, $i = \overline{1,N}$. Для зручності використання запишемо цей вектор у вигляді $T_i = (t_{i1}, t_{i2}, ..., t_{iN})$, де $t_{ij} \in [0,1]$, $t_{ij} = 0$, якщо відповідне $r_{ij} = 0$, r_{ij} – j-й елемент i-го рядка матриці R, $t_{ii} = 1$, $j = \overline{1,N}$, $i = \overline{1,N}$.

Крім цього, задамо певний поріг L ставлення учасників групи до вхідної інформації, $L \in [0,1]$. При цьому, будемо вважати, що інформація ефективно подіяла на людину i, якщо її сприйнятливість $I_i \geq L$, $i = \overline{1,N}$. Визначимо вектор H_0, $H_0 = (h_1, h_2, ..., h_N)$, де $h_i = 0$, якщо $I_i < L$ та $h_i = 1$ при $I_i \geq L$, $i = \overline{1,N}$. Цей вектор характеризує усіх осіб з цільової аудиторії щодо сприйняття інформації до моменту початку спілкування.

У процесі спілкування учасників між собою, рівень сприйняття інформації у кожного учасника може з часом змінюватись як наслідок впливу з боку оточення. Зміну рівня сприйняття за часом будемо описувати моделлю нейроподібного елемента вигляду (3)

$$\frac{dI_i(t)}{dt} = \frac{1}{n_i + 1} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N} t_{ij} I_j(t) - I_i(t), \; i = \overline{1,N}. \tag{18}$$

Таким чином, на кожному кроці в якості результату отримуємо набір значень $I_i(t)$, $i = \overline{1,N}$, $t = 0,1,2,...$, та обчислюємо вектор $H(t)$, $H(0) = H_0$, відповідно до порогу L. Якщо на деякому кроці виконується співвідношення $H(t) = H(t-1)$, тобто інформаційний потік більше не впливає на жодну особу з цільової аудиторії, або, якщо вектор $H(t)$ =(1, 1, … 1), тобто усі особи вже знаходяться під впливом зовнішнього потоку інформації, – процедура моделювання процесу розповсюдження інформації за наведеною схемою зупиняється.

Ускладнюючи модель впливу та розповсюдження інформації припущенням, що не всі люди позитивно ставляться до вхідного інформаційного потоку, а їх відношення може змінюватись не лише від нейтральності до позитивності, аналогічно порогу сприйнятливості рекламі L введемо поріг рівня Z, що відповідає за негативне відношення до реклами. Якщо на певному кроці сприйнятливість i-ї особи до реклами $I_i(t)$, $i = \overline{1,N}$, стає меншою за Z ($I_i(t) \leq Z$), то вважаємо, що дана особа починає негативно ставитися до змісту інформаційного потоку. Використовуючи поріг Z, можна спостерігати за зміною негативного ставлення до процесу розповсюдження інформації.

Таким чином, на кожній ітерації можна порахувати кількість осіб, що перейшли до позитивного ставлення, та кількість осіб, що стали негативно відноситися до вхідної інформації. Позначимо через $E^+(t)$, $t > 0$, – кількість осіб, для яких у проміжок часу $[t-1, t]$ справедливі нерівності $h_i(t) > h_i(t-1)$, $i = \overline{1,N}$, а через $E^-(t)$, $t > 0$ – відповідно, кількість осіб, для яких $h_i(t) < h_i(t-1)$, $i = \overline{1,N}$.

За допомогою величин $E^+(t)$ та $E^-(t)$, $t > 0$, запишемо оцінку ефективності розповсюдження інформації, яка фактично є аналогом рентабельності

$$E(t) = 1 + \frac{E^+(t) - E^-(t)}{N}, \; t > 0. \tag{19}$$

Ця оцінка дає можливість зробити висновки щодо ефективності проведення заходів по просуванню інформації у довільний момент часу $t > 0$; визначити ефективність заходів за певний інтервал часу, як середню зважену оцінку, що базується на значеннях даного критерію в кожний момент часу з цього проміжку; та, порівнюючи між собою значення ефективності на різних інтервалах часу, зробити загальні висновки щодо успішності заходів рекламного характеру.

Математичні моделі розповсюдження інформації з урахуванням неоднорідності соціального середовища, а також їх властивості розглянуто у *пунктах 2.5.1-2.5.3.*

Особливої уваги заслуговує агентна модель дифузії ідей в популяції на основі подвійної моделі узгодження. У цьому випадку передбачається, що кожний з учасників групи, зв'язки у якій описуються графом, може мати одну з двох ідей *A* і *B*, мати змішану ідею *AB* або бути агентом, тобто ніколи не змінює своєї думки під впливом інформаційного тиску.

Позначимо щільність вершин з ідеєю *A* через N_A, з ідеєю *B* через N_B, а щільність агентів через *p*. Тоді щільність вузлів зі змішаними ідеями N_{AB} можна записати у вигляді $1 - p - N_A - N_B$. Динаміка зміни щільності вузлів в стані *A* і *B* при цьому описується системою рівнянь

$$\begin{gathered} dN_A/dt = k/N\,(-N_A N_B + 0.5 N_A N_{AB} + 0.5 N_{AB} N_{AB} + pN_{AB}), \\ dN_B/dt = k/N\,(-N_A N_B + 0.5 N_B N_{AB} + 0.5 N_{AB} N_{AB} - pN_B) \end{gathered} \quad (20)$$

У даної системи існують особливі точки, в яких досягається рівновага. Однією з них є точка при $N_A = 1 - p$ і $N_B = 0$ - вироджений випадок, коли ідея охопила всю спільноту. У випадку, коли N_A і N_B одночасно відмінні від нуля, маємо $N_{AB} = 1 - p - N_A - N_B$. При цьому існують дві точки, одна з яких сідлова, інша – стійка. Визначено умови їх існування.

Третій розділ присвячено задачам дослідження математичної моделі інформаційного впливу на цільову групу населення з урахуванням оптимального обсягу фінансових інвестицій та підхід до розв'язання проблеми оптимізації бюджету для поширення відповідного інформаційного потоку на основі цієї моделі. Для формування величини бюджету при проведенні інформаційних заходів рекламного характеру запропоновано застосувати ігровий підхід.

Запропоновано розв'язання задачі розподілу бюджету для проведення інформаційної рекламної кампанії шляхом двоетапного застосування задачі про рюкзак. Наведено математичну модель задачі розподілу бюджету та спосіб її розв'язання на основі спеціальних статистичних медіа-показників..

У *підрозділі 3.1* проаналізовано застосування ігрового підходу для формування величини бюджету при проведенні інформаційних заходів рекламного характеру. Проведено моделювання функції корисності, побудовано функцію попиту та досліджено методи бюджетної політики в задачах поширення інформації.

Ігровий підхід розглянуто для випадку, коли на ринку є дві фірми (k = 1,2), кожна з яких реалізує свій товар в об'ємах X_1 і X_2, ціни та витрати на виготовлення одиниці продукції задані величинами p_1, c_1 та p_2, c_2, а рекламні інвестиції цих двох фірм оцінені в I_1 та I_2 відповідно. Тоді можна записати функцію прибутку обох гравців:

$$\begin{cases} Y_1 = X_1(p_1 - c_1) - I_1 \\ Y_2 = X_2(p_2 - c_2) - I_2 \end{cases}, \quad (21)$$

де Y_1, Y_2 – прибуток гравців, X_1, X_2 – попит на їх продукцію.

Записуючи функцію попиту у вигляді функції ціни та реклами обох гравців у вигляді загального біполярного рівняння

$$X_i = \lambda_i + \alpha_{ii} p_i + \alpha_{ij} p_j + \beta_{ii} I_i^{\delta_i} + \beta_{ij} I_j^{\delta_j}, \; i = 1,2, \quad (22)$$

де λ_i – автономний (незалежний від гри) попит на продукцію i-го гравця, i = 1,2, α_{ii}, α_{ij} – ціна ходу (виграш чи програш) гравця при виборі стратегії відносно ціни, i,j = 1,2, β_{ii}, β_{ij} – ціна ходу гравця при виборі стратегії відносно рекламної активності, i,j = 1,2, δ_i, δ_j – деякі коефіцієнти, що враховують вплив реклами на продажі (еластичність реклами), причому $0 < \delta_i, \delta_j < 1$, i,j = 1,2, перепишемо систему (21) в розгорнутому вигляді

$$\begin{cases} Y_1 = (\lambda_1 + \alpha_{11}p_1 + \alpha_{12}p_2 + \beta_{11}I_1^{\delta_1} + \beta_{12}I_2^{\delta_2})(p_1 - c_1) - I_1 \\ Y_2 = (\lambda_2 + \alpha_{21}p_1 + \alpha_{22}p_2 + \beta_{21}I_1^{\delta_1} + \beta_{22}I_2^{\delta_2})(p_2 - c_2) - I_2 \end{cases}. \quad (23)$$

Для пошуку оптимального розв'язку диференцюємо функції прибутку за двома змінними: ціною та розміром рекламних інвестицій (вважаємо, що δ_1, δ_2 відомі). Тоді для вирішення задачі знаходження оптимальної кількості рекламних витрат отримуємо систему

$$\begin{cases} \dfrac{\partial Y_1}{\partial I_1} = \delta_1(p_1 - c_1)\beta_{11}I_1^{\delta_1 - 1} - 1 \\ \dfrac{\partial Y_2}{\partial I_2} = \delta_2(p_2 - c_2)\beta_{22}I_2^{\delta_2 - 1} - 1 \end{cases}. \quad (24)$$

Прирівнюючи похідні до нуля, отримуємо залежності

$$p_i = \frac{I_i^{1-\delta_i}}{\delta_i \beta_{ii}} + c_i, \quad i = 1,2 \quad (25)$$

виконання яких максимізує функцію прибутку.

Попит є функцією цін та рекламних витрат. Ціни можуть коливатися в залежності від попиту, що також впливає на його динаміку. При цьому не аналізується врахування сезонних коливань на ціни і попит в залежності від специфіки товару, інфляційних очікувань і т.і. За таких умов функцію попиту можна записати у вигляді $X_i = F(p_i, p_j, I_i, I_j)$, i,j = 1,2.

Для пошуку невідомої функції необхідно звернути увагу на те, що реклама орієнтується на зростання попиту шляхом впливу на уподобання споживача, його відношення до товару. Користуючись висновками теорії споживання, зроблено висновок, що задача пошуку функції $F(p_i, p_j, I_i, I_j)$ може бути зведена до неокласичної задачі споживання. Ця задача полягає у виборі споживачем деякого набору товарів при заданій функції корисності та при виконанні бюджетного обмеження.

Будемо вважати ринок деяким гіперспоживачем. Тоді фінансовий оборот ринку (доходи обох фірм) буде бюджетом гіперспоживача. Простір товарів задається множиною $C = \{x = (x_1, x_2) \mid x_1, x_2 \geq 0\}$, де x – вектор обсягів продукції, придбаних ринком, що є фактично попитом.

Проводячи аналогію з теорією споживання, під корисністю товарів для гіперспоживача будемо розуміти деяке узагальнене сумарне значення корисності цього набору для всіх споживачів ринку.

Бюджетне обмеження задається нерівністю $p_1x_1 + p_2x_2 \leq J$, де J – бюджет гіперспоживача. Тоді допустимою множиною неокласичної задачі споживання буде множина $\{x \in C \mid px \leq J\}$, де $p = (p_1, p_2)$ – вектор цін на товари відповідних гравців.

Таким чином, якщо $U : C \to R_0^+$ – функція корисності, то неокласична задача споживання може бути записана у вигляді:

$$\begin{gathered} U(x) \to \max \\ px \leq J, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{gathered} \quad (26)$$

Для оптимізації бюджетної політики в задачах поширення інформації з урахуванням відомого аналітичного подання функції попиту розглянуто співвідношення:

$$\begin{cases} Y_1 = \dfrac{K^{\lambda} X}{1+K^{\lambda}}(p_1 - c_1) - I_1 \\ Y_2 = \dfrac{X}{1+K^{\lambda}}(p_2 - c_2) - I_2 \end{cases}, \tag{27}$$

де $K = \alpha_1 p_2 / \alpha_2 p_1$, $X = N_{\max} m\varepsilon$, показник λ визначається за допомогою статистичних даних попередніх кампаній за формулою $\lambda = \log_K (X_1 / X_2)$, коефіцієнти α_i обчислюється за формулою $\alpha_i = \dfrac{\alpha_i^0 + \alpha_i^1}{2} \approx \dfrac{\alpha_i^0}{2}(1 + \dfrac{I_i}{I_i(1-\varepsilon) + \varepsilon I_i^0})$, i = 1,2, де I_i^0 – розмір попереднього рекламного бюджету, i = 1,2, ε – еластичність реклами по відношенню до обізнаності, $N_{\max}$ – об'єм цільової аудиторії, m – середня кількість товару для задоволення потреби одного споживача. Величини $N_{\max}$, m, ε – прогнозовані, вони можуть бути визначені шляхом маркетингових досліджень.

За допомогою співвідношень (27) визначається прогнозований прибуток обох гравців.

Підрозділ 3.2 присвячено методам застосування оптимізаційних задач математичного програмування для проблем аналізу інформаційного розповсюдження та впливу. Розглянуто задачу розподілу бюджету для проведення інформаційної (рекламної) кампанії.

Розглядається математична модель з двоетапним використанням задачі про рюкзак. Оцінка ефективності впливу інформації розраховується за допомогою спеціальних статистичних медіа-показників: Rating (скорочено R) – рейтинг, що визначається як середній відсоток споживачів засобу впливу від загальної кількості людей, що належать до цільової групи; Share (скорочено S) – частка аудиторії, що віддає перевагу способу впливу в межах інформаційного засобу.

За даними показниками складаються рейтинги засобів впливу інформації на споживачів в цільових групах. Вважається, що найбільш актуальнішим показником впливу, що визначається пріоритетністю засобів розповсюдження інформації, є показник R. Показник S застосовується для розподілу бюджетних коштів в межах вже обраних каналів для визначення пріоритетних способів подання інформації.

Таким чином, маємо задачу, яка полягає у визначенні оптимальних витрат наявного бюджету обсягу *K* в засобах поширення інформації за допомогою різних каналів розповсюдження. Задача розподілу бюджету розв'язується в два етапи: визначення засобів впливу при розподілі рекламного бюджету; розподіл відповідних частин бюджету всередині засобів впливу.

Перший етап розв'язується за допомогою цілочисельної задачі про необмежений рюкзак з одним обмеженням, де кожен предмет (засіб) може братись необмежену кількість разів, задовольняючи обмеження на місткість. Оптимізаційна задача має вигляд:

$$\sum_{i=1}^{n} R_i x_i \to \max \tag{28}$$

за наявності обмеження на місткість рюкзака $\sum_{i=1}^{n} p_i x_i \le K$, де ціле $x_i \ge 0$, $i = \overline{1,n}$, що приймає два значення: x_i=1, якщо «вантаж упакований» (інформаційний потік транслюється в рамках засобу), і x_i=0, в іншому випадку, для всіх $i = \overline{1,n}$; p_i – середня вартість одиниці часу подачі інформації за допомогою i-го засобу впливу, $i = \overline{1,n}$; R_i – показники рейтингу засобів поширення, $i = \overline{1,n}$, n – кількість засобів.

Оптимальний розв'язок задачі (28) дає відповідь на питання, скільки (q_i, $i = \overline{1,n}$) спроб інформаційного впливу слід розмістити на кожному з засобів, щоб рейтинги інформаційного впливу були максимальними, а вартість кампанії не перевищила бюджет. Розміри бюджетів, які потрібно виділити на рекламні заходи у кожному засобі (каналі) розраховуються за формулою: $K_i = q_i * p_i$, i = $\overline{1,n}$.

На етапі розподілу бюджету всередині каналу розв'язується задача визначення оптимальної кількості способів поширення інформації (програм) m_i, $i = \overline{1,n}$. Для цього записуємо задачу про мультиплікативний рюкзак:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m_i} S_{ij} y_{ij} \to \max \tag{29}$$

з обмеженнями

$$\sum_{j=1}^{m_i} c_{ij} y_{ij} \le K_i,\ i = \overline{1,n}, \tag{30}$$

$$\sum_{j=1}^{m_i} y_{ij} = 1,\ i = \overline{1,n}, \tag{31}$$

де S_{ij}, $j = \overline{1,m_i}$, $i = \overline{1,n}$, – показники *S*-рейтингу перших m_i, $i = \overline{1,n}$, програм, c_{ij}, $j = \overline{1,m_i}$, $i = \overline{1,n}$, – вартість трансляції рекламної інформації всередині програм, y_{ij}, $j = \overline{1,m_i}$, $i = \overline{1,n}$, – змінні, що приймають два значення: y_{ij} =1, якщо інформаційне повідомлення транслюється в рамках способу подачі інформації, і y_{ij} = 0, в іншому випадку.

Розв'язавши дану задачу, отримуємо відповідь на питання: під час яких програм було б найоптимальніше запустити інформаційні повідомлення, щоб частка аудиторії відповідного засобу при цьому була максимальною, а витрати на проведення трансляцій рекламних повідомлень в рамках кожного засобу не перевищували отриману на першому етапі частину загального бюджету на поширення та вплив інформації.

Запропоновані методи та алгоритми використано для розв'язання прикладних задач розрахунку та оптимізації вартості проведення інформаційної кампанії. Цьому присвячений **четвертий розділ,** у якому наведено загальні відомості про методи розрахунку рекламного бюджету в залежності від обсягу обороту фірми, від об'ємів бюджетів конкурентів і з урахуванням критерію оптимальності витрат на рекламу. Запропоновано підхід для визначення найефективнішого засобу для реалізації рекламної кампанії, що базується на застосуванні методу аналізу ієрархії. Застосування ієрархічної структури для аналізу проблеми дозволяє об'єднати критерії, за якими можна оцінити ефективність впливу реклами, та засоби поширення рекламної інформації з урахуванням важливості критеріїв в межах конкретного завдання рекламної кампанії.

Розглянуто випадок, коли головним завданням рекламної компанії є підвищення впізнавання бренду. Визначено критерії та їх розподіл за важливістю у вигляді: 1 – запам'ятовування повідомлення (рівень засвоєння реклами потенційним клієнтом), 2 – донесення повідомлення (рівень розуміння потенційного клієнта мотиву повідомлення), 3 – конверсія (відношення переглядів реклами до виконання потенційними клієнтами цільових дій: замовлення, купівля тощо), 4 – обсяг аудиторії (чисельність людей, які користуються або мають контакт з тим чи іншим рекламним засобом), 5 – рівень медійності (можливість використання в рамках засобу наочної інформації, відеоінформації).

На основі статистичних даних й технічних можливостей рекламних майданчиків кожному з майданчиків ставиться оцінка від 1 до 5 в залежності від того, наскільки він придатний для задоволення критеріїв ефективності рекламної кампанії, в наслідок чого отримується таблиця оцінок показників ефективності.

На наступному кроці формується матриця попарних порівнянь. Для її побудови використано шкалу Сааті з оцінками $1 \div 9$. Тут $A = (a_{ij})$, $i = \overline{1,n}$, $j = \overline{1,n}$, де компонента a_{ij} показує, наскільки об'єкт *i* переважає об'єкт *j*. При чому, $a_{ij} > 0$, $i = \overline{1,n}$, $j = \overline{1,n}$, та a_{ii}=1. Ця матриця характеризується властивістю оберненої симетрії $a_{ji} = 1/a_{ij}$.

В результаті проведених обчислень отримано вектор локальних пріоритетів і розраховано величину відношення узгодженості для матриці попарних порівнянь. Проведено аналогічні розрахунки для критеріїв вибору засобу інформаційного впливу при проведенні рекламної кампанії і сформовано матрицю локальних пріоритетів.

Розраховувавши після цього вектор глобальних приорітетів, зроблено висновок про використання телебачення в якості засобу проведення рекламних заходів. Для визначення способу ефективного розподілу рекламного бюджету використано запропоновану у третьому розділі модель на основі двоетапного використання задачі про рюкзак.

Проведено аналіз результатів застосування моделей інформаційного впливу на рівень ефективності реклами. Розглянуто особливості різних засобів масової інформації щодо впливу на цільові групи споживачів.

Розглянуто задачу формування та розподілу рекламного бюджету з урахуванням динаміки обсягів споживачів інформації, не охоплених рекламою. Для моделювання процесу розповсюдження та запам'ятовування інформації запропоновано застосувати гібридні дифузійні моделі, які розглядалися у попередніх розділах.

ВИСНОВКИ

Дисертаційна робота присвячена дослідженню та формалізації динаміки процесів інформаційного розповсюдження та впливу на основі застосування однорідних і неоднорідних гібридних моделей дифузійного типу, формалізації підходів для моделювання динаміки поширення інформації в цільових групах із врахуванням неоднорідності середовища функціонування та інтенсивності інформаційних процесів, застосуванню розроблених методів для розв'язання задачі оптимізації вартості рекламного бюджету.

Основними результатами дисертаційної роботи:

- запропоновано новий підхід, що базується на застосуванні гібридних динамічних моделей для аналізу процесів інформаційного розповсюдження та впливу в соціумі;
- вперше формалізовано процеси розповсюдження інформації на основі рівнянь дифузії одновимірного та двовимірного вигляду зі змінною кількістю цільового контингенту та неоднорідностями різного типу;
- вперше сформульвано математичні моделі агрегації, що обмежена дифузією для дослідження процесів поширення інформації;
- запропоновано новий підхід з використанням моделі обміну інформації у мережі нейроподібних елементів;
- набули подальшого вдосконалення математичні моделі динаміки дифузійних процесів з урахуванням агентних та інноваційних схем реалізації інформаційного впливу;

- сформовано нову оптимізаційну задачу математичного програмування для аналізу інформаційного розповсюдження та впливу та розроблено метод для її розв’язування;
- розроблено та впроваджено метод розрахунку та оптимізації вартості проведення інформаційної кампанії.

Результати роботи використані для формування та розподілу рекламного бюджету з урахуванням динаміки обсягів споживачів інформації, не охоплених рекламою, для проведення імітаційного моделювання процесів розповсюдження інформаційних потоків у мережі Київського національного університету імені Тараса Шевченка.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Статті у наукових фахових виданнях України:

1. Е.В.Ивохин, Ю.А.Науменко О формализации процессов распространения информации на основе гибридных моделей диффузии. Проблемы управления и информатики. 2018. №4. С. 121–128.
2. Є.В. Івохін, Ю.О.Науменко Про окремі математичні моделі процесу розповсюдження реклами в соціумі. Вісник КНУ імені Тараса Шевченка. Серія: Фізико-математичні науки. 2017. №1. С. 39–42.
3. Ю.О. Науменко Дослідження ефективності реклами в умовах конкуренції товаровиробників. Вісник КНУ імені Тараса Шевченка. Серія: Кибернетика. 2016. №1(16). С. 20–27.
4. Є.В.Івохін, Ю.А.Науменко Про методи розрахунку та ефективного розподілу рекламного бюджету. Вісник ЧДТУ. Серія: Технічні науки. 2015. №1. С. 76–85.
5. Є.В.Івохін, Ю.А.Науменко Про один підхід до моделювання розповсюдження реклами як процесу агрегації, обмеженої дифузією. Вісник КНУ імені Тараса Шевченка. Серія: Фізико-математичні науки. 2016. №2. С. 98–101.

Статті у наукових виданнях:

6. Є.В.Івохін, В.О. Наврод-ський, Ю.А.Науменко Деякі методи ефективного розподілу рекламного бюджету. Збірник наукових праць «Формування ринкових відносин в Україні» №10 (173), 2015. С.96–102.

Праці та тези наукових доповідей:

7. Є.В.Івохін, Ю.А.Науменко, Д.В.Апанасенко Про моделювання розповсюдження реклами в межах цільової аудиторії. Сборник трудов Международной научной конф. им. Т.А.Таран “Интеллектуальний анализ информации” (IAI-2017), Київ, 17–19 травня 2017. С. 90– 96.
8. Є.В.Івохін, Ю.А.Науменко Про гібридні моделі процесу розповсюдження реклами на основі рівняння дифузії. Матеріали VII міжн. конф. "Сучасні проблеми математичного моделюва ння, прогнозування та оптимізації", Камя’нець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, березень 2016. Камя’нець-Подільський, 2016. С. 85.
9. E.Ivohin, D. Apanasenko, Yu.Naumenko About hybrid mathematical model of information diffusion process. Abstracts XXXII International Conference “Problems of descision making under uncertainties”, August 27– 31, 2018, Prague, Czech Republic. Prague, 2018. P.59.
10. Є.В.Івохін, Ю.А.Науменко Моделювання розповсюдження реклами як процесу агрегації, обмеженої дифузією. Тези VIII міжнар. сем. «Теорія прийняття рішень», Ужгород, 26.09–01.10.2016 С.130.

11. Є.В.Івохін, Д.В.Апанасенко, Ю.А. Науменко Про підходи до моделювання розповсюдження реклами як процесу агрегації, обмеженої дифузією. Матер. IV міжн. наук.-техн. конф. “Обчислювальний інтелект” (ОІ-2017), Київ, 16– 18 травня 2017р. С.116– 117.

АНОТАЦІЯ

Науменко Юрій Олександрович. Системний аналіз дифузійних процесів розповсюдження інформації та його застосування. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук із спеціальності 01.05.04 – системний аналіз і теорія оптимальних рішень. – Київський національний університет імені Тараса Шевченка МОН України, Київ, 2018.

Дисертаційна робота присвячена формалізації та розробці методів для дослідження динаміки процесів інформаційного розповсюдження та впливу на основі застосування однорідних і неоднорідних гібридних моделей дифузійного типу, формалізації підходів для моделювання динаміки поширення інформації в цільових групах із врахуванням неоднорідності середовища функціонування та інтенсивності інформаційних процесів, застосуванню розроблених методів для розв’язання задачі оптимізації вартості рекламного бюджету.

У роботі проведено дослідження проблем функціонування процесів інформаційного розповсюдження та впливу на основі застосування динамічних моделей дифузійного типу. Розроблено методику формалізації динамічних процесів за допомогою гібридних моделей, в основу яких покладено принцип аналогій. Змодельовано процеси розповсюдження інформації на основі рівнянь дифузії одновимірного та двовимірного вигляду зі змінною кількістю цільового контингенту та неоднорідностями різного типу, сформульвано математичні моделі агрегації, що обмежена дифузією, розроблено моделі обміну інформації у мережі нейроподібних елементів.

Подальшого вдосконалення набули математичні моделі динаміки дифузійних процесів з урахуванням агентних та інноваційних схем реалізації інформаційного впливу. Деталізовано модель розповсюдження інформації з урахуванням інтенсивності її поширення. Отримано нову оптимізаційну задачу математичного програмування для аналізу інформаційного розповсюдження та впливу, розроблено метод для її розв’язування.

Ключові слова: моделювання, інформація, динаміка процесу розповсюдження, гібридні моделі, агрегація, дифузія, модель нейроподібного обміну інформації, реклама, оптимізація бюджету інформаційної кампанії.

АННОТАЦИЯ

Науменко Юрий Александрович. Системный анализ диффузионных процессов распространения информации и его применение. – Квалификационный научный труд на правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.05.04 – системный анализ и теория оптимальных решений. – Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко МОН Украины, Киев, 2018.

Диссертационная работа посвящена исследованию и формализации динамики процессов информационного распространения и влияния на основе использования однородных и

неоднородных гибридных моделей диффузионного типа, формализации подходов для моделирования динамики распространения информации в целевых группах с учетом неоднородности среды функционирования и интенсивности информационных процессов, применению разработанных методов для решения задачи оптимизации стоимости рекламного бюджета.

В работе проведено исследование проблем функционирования процессов информационного распространения и влияния на основе применения динамических моделей диффузионного типа. Разработана методика формализации динамических процессов с помощью гибридных моделей, в основу которых положен принцип аналогий. Смоделирован процессы распространения информации на основе уравнений диффузии одномерного и двухмерного вида с переменным количеством целевого контингента и неоднородностями различного типа, сформулированы математические модели агрегации, ограниченной диффузией, разработаны модели обмена информации в сети нейроподобных элементов.

Приведены примеры практического применения разработанных моделей и методов для решения задач динамики информационных процессов. Предложен подход для расчета и оптимизации распределения рекламного бюджета с учетом динамики процесса распространения рекламы. В рамках подхода разработана модель эффективного распределения бюджета между различными средствами массовой информации, благодаря чему процесс оборота рекламных средств (от определения его объема к конечному вложения) приобретает вид математически обоснованного целостного подхода

Дальнейшее усовершенствование получили математические модели динамики диффузных процессов с учетом агентных и инновационных схем реализации информационного воздействия. Детализировано модель распространения информации с учетом интенсивности ее распространения. Получена новая оптимизационная задача математического программирования для анализа информационного распространения и влияния, разработан метод ее решения.

Разработан и внедрен метод расчета и оптимизации стоимости проведения информационной кампании на основе применения метода анализа иерархий и математической модели двухэтапного применения задачи о рюкзаке. Для моделирования процесса распространения и анализа оценок воздействия информации предложено применить гибридные диффузные модели.

Ключевые слова: моделирование, информация, динамика процесса распространения, гибридные модели, агрегация, диффузия, модель нейроподобного обмена информацией, реклама, оптимизация бюджета информационной кампании.

ANNOTATION

Naumenko Yuriy Oleksandrovych. System analysis of diffusion processes of information dissemination and its application. – Manuscript.

Candidate's thesis on Technics, speciality 01.05.04 – system analysis and optimal decision theory. – Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ministry of Education and Science of Ukraine, Kyiv, 2018.

The thesis is devoted to the development and practical implementation of methods and algorithms for formalization of the dynamics of information dissemination and influence processes on the basis of the application of homogeneous and heterogeneous hybrid models of diffusion type, formalization of

approaches for modeling the dynamics of information dissemination in target groups, taking into account the heterogeneity of the functioning environment and the intensity of information processes, application of developed methods for solving tasks of optimizing the cost of an advertising budget.

An overview of approaches and methods for formalizing dynamic processes based on the use of analogies is given. The principle of analogies in the construction of mathematical models is formulated, examples of real dynamic processes in which the method of analogies is used are given.

The approach to construction of hybrid mathematical models of the dynamics of dissemination of information processes in the target groups of the population is proposed. The basis of formalization is the use of homogeneous and heterogeneous models of the process of diffusion (penetration) of information in the network. Hybrid models of the diffusion type are proposed for the study of information dissemination, and the variation of propagation intervals is modeled using additional correlations in the form of differential equations. The dynamics of information flows based on models with heterogeneities of different kinds is simulated and investigated.

The mathematical models of the diffusion type for cases of heterogeneity of the social environment are considered: the model of diffusion of innovations, the agent model of the diffusion of ideas on the basis of the double harmonization model, the model of distribution of information, taking into account the intensity of its dissemination.

Numerous experiments on the calculation of information penetration levels have been carried out on the basis of the use of the proposed formalization approaches, and the peculiarities of the obtained solutions have been analyzed. Comparison of the results of experiments obtained for the process of disseminating information through various types of distribution models has been compared. Conclusions about the methodology and tools of distribution of advertising, ways of distributing information in the target environment are made.

Key words: modeling, information, dynamics of the distribution process, hybrid models, aggregation, diffusion, model of neural-like information exchange, advertising, budget optimization of an information campaign.