

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

ФАКУЛЬТЕТ КІБЕРНЕТИКИ
Кафедра теорії та технології програмування

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Заступник декана
з навчальної роботи

_____ Кашпур О.Ф.

«___»_____2017 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ¹

МАТЕМАТИЧНА ЛОГІКА ТА ТЕОРІЯ АЛГОРИТМІВ

для студентів денної форми навчання

напрямок підготовки 6.040301 «Прикладна математика»
(шифр і назва напрямку підготовки)

спеціалізація: обчислювальна математика
дослідження операцій
моделювання та оптимізація систем

КИЇВ – 2017

¹ Робоча програма навчальної дисципліни є нормативним документом вищого навчального закладу і містить виклад конкретного змісту навчальної дисципліни, послідовність, організаційні форми її вивчення та їх обсяг, визначає форми та засоби поточного і підсумкового контролю.

Робоча програма навчальної дисципліни «Математична логіка та теорія алгоритмів» для студентів напряму підготовки 6.040301 «Прикладна математика»
« ____ » _____ 2017 року – 21 с.

Розробники: доктор фіз.-мат. наук, професор Шкільняк Степан Степанович,
кандидат фіз.-мат. наук, доцент Зубенко Віталій Володимирович

Робоча програма дисципліни «Математична логіка та теорія алгоритмів»
затверджена на засіданні кафедри теорії та технології програмування

Протокол № ____ від _____ 2017 року

Завідувач кафедри

Нікітченко М.С.

(підпис)

« ____ » _____ 2017 року

Схвалено науково-методичною комісією факультету кібернетики

Протокол №__ від « ____ » _____ 2017 року

Голова науково-методичної комісії

Хусаїнов Д.Я.

(підпис)

« ____ » _____ 2017 року

© Шкільняк С.С.,
Зубенко В.В. , 2017

ВСТУП

Навчальна дисципліна «Математична логіка та теорія алгоритмів» є складовою освітньо-професійної програми підготовки фахівців за освітньо-кваліфікаційним рівнем «бакалавр» з *напрямку підготовки 6.040301 «Прикладна математика»* спеціалізацій «обчислювальна математика», «дослідження операцій», «моделювання та оптимізація систем».

Дана дисципліна базова нормативна за *спеціальністю «Прикладна математика»*.

Викладається у 4 семестрі 2 курсу в **обсязі – 150 год. (5 кредитів ECTS²)** зокрема: *лекції – 42 год., практичні заняття – 32 год., консультації – 2 год., самостійна робота – 74 год.* У курсі передбачено **4 змістових модулів, 3 модульних контрольних роботи та 2 колоквиуми.** Завершується дисципліна – **іспитом в 4 семестрі.**

Мета дисципліни – засвоєння базових знань з основ математичної логіки та теорії алгоритмів, включаючи вивчення семантичних моделей логіки та їх можливості для опису предметних областей, систем пошуку виведень, формальних моделей алгоритмів та алгоритмічно обчислюваних функцій, питань обчислюваності, розв'язності та нерозв'язності.

Завдання – набуття компетенцій, знань, умінь та навиків на рівні новітніх досягнень у математичній логіці та теорії алгоритмів відповідно до кваліфікації фахівця з прикладної математики.

В результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати: основні поняття, засоби та методи математичної логіки і теорії алгоритмів, їх застосування в інформатиці й програмуванні; мови логіки та їх можливості для опису предметних областей; мати сучасні уявлення про основні методи пошуку доведень та засоби логічного виведення, про нетрадиційні логіки; основні формальні моделі алгоритмів та обчислюваних функцій; властивості рекурсивних та рекурсивних перелічних множин, рекурсивних та частково-рекурсивних предикатів, арифметичних множин та предикатів; мати сучасні уявлення про розв'язність, часткову розв'язність та нерозв'язність масових проблем.

вміти: описувати мовами 1-го порядку твердження стосовно тих чи інших предметних областей; встановлювати істинність та виконуваність, наявність логічного наслідку; встановлювати виразність та невиразність предикатів у моделях мови; проводити виведення в численнях гільбертівського типу та в секвенційних численнях; будувати формальні моделі алгоритмів та обчислюваних функцій, використовувати тезу Чорча; встановлювати розв'язність, часткову розв'язність та нерозв'язність масових проблем, встановлювати клас множини та предиката.

Місце дисципліни. Нормативна навчальна дисципліна «Математична логіка та теорія алгоритмів» є складовою циклу професійної підготовки фахівців освітньо-кваліфікаційного рівня „бакалавр”.

Зв'язок з іншими дисциплінами. Дисципліна «Математична логіка та теорія алгоритмів» є базовою для засвоєння матеріалу нормативних дисциплін "Системне програмування", "Комп'ютерна алгебра", "Методи обчислень", "Теорія

² кредитів ECTS – кредит кратний 36 годинам (Наприклад, 3 кредити ECTS відповідає 108 год.).

та методи прийняття рішень", "Інформаційні технології", "Розпізнавання образів",
низки спецкурсів відповідного напрямку.

Контроль знань і розподіл балів, які отримують студенти.

Контроль здійснюється за модульно-рейтинговою системою.

У змістовий модуль 1 (ЗМ1) входять теми 1–5,

у змістовий модуль 2 (ЗМ2) – теми 6–8,

у змістовий модуль 3 (ЗМ3) – теми 9–11,

Обов'язковим для іспиту є отримання студентом протягом семестру не менше 25 балів.

Оцінювання за формами контролю³:

	ЗМ 1		ЗМ 2		ЗМ 3			
	Min. – 12 бал.	Max. – 28 бал.	Min. – 6 бал.	Max. – 14 бал.	Min. – 7 бал.	Max. – 18 бал.		
Модульна контрольна робота	7	15	4	8	5	10		
Колоквіум	5	9	2	4	2	6		
Активна робота	0	4	0	2	0	2		

Студенти, які набрали меншу за мінімальну кількість балів для певної контрольної роботи чи колоквіуму, для допуску до іспиту зобов'язані перескласти відповідну контрольну роботу чи колоквіум.. Студенти, які набрали сумарно меншу кількість балів ніж *критично-розрахунковий мінімум – 25 балів* – до складання іспиту не допускаються.

Студент має право на одне перескладання контрольних робіт чи колоквіумів із можливістю отримання максимально таких балів:

за контрольні роботи – 13 (ЗМ1), 7 (ЗМ2), 9 (ЗМ3); колоквіуми – 5.

Термін перескладання визначається викладачем.

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі МКР здійснюються у відповідності до „Положення про порядок оцінювання знань студентів при кредитно-модульній системі організації навчального процесу” від 1 жовтня 2010 року.

При простому розрахунку отримаємо:

	Змістовий модуль 1	Змістовий модуль 2	Змістовий модуль 3	Змістовий модуль 4	Іспит	Підсумкова оцінка
<i>Мінімум</i>	12	6	7		35	60
Максимум	28	14	18		40	100

³ Див. Положення про порядок оцінювання знань студентів при кредитно-модульній системі організації навчального процесу від 1 жовтня 2010 року, а також Розпорядження ректора «Про методику розрахунку підсумкової оцінки дисциплін, які читаються два і більше семестри» від 29 вересня 2010 року

При цьому, кількість балів:

- **1 - 34** відповідає оцінці «незадовільно» з обов'язковим повторним вивченням дисципліни;
- **35 - 59** відповідає оцінці «незадовільно» з можливістю повторного складання;
- **60 - 64** відповідає оцінці «задовільно» («достатньо»);
- **65 - 74** відповідає оцінці «задовільно»;
- **75 - 84** відповідає оцінці «добре»;
- **85 - 89** відповідає оцінці «добре» («дуже добре»);
- **90 - 100** відповідає оцінці «відмінно».

Шкала відповідності (за умови іспиту)

За 100 – бальною шкалою	За національною шкалою	
90 – 100	5	відмінно
85 – 89	4	Добре
75 – 84		
65 – 74	3	задовільно
60 – 64		
35 – 59	2	не задовільно
1 – 34		

Шкала відповідності (за умови заліку)

За 100 – бальною шкалою	За національною шкалою
90 – 100	Зараховано
85 – 89	
75 – 84	
65 – 74	
60 – 64	
1 – 59	не зараховано

ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Змістовий модуль 1. Основи математичної логіки

Тема 1. Основні поняття логіки (7 год.).

Предмет математичної логіки. Виникнення та розвиток логіки. Софізми. Парадокси. Основні закони традиційної логіки. Предикати, композиції над предикатами. Поняття числення, формальні системи. Поняття логічної системи.

Тема 2. Пропозиційна логіка (14 год.).

Пропозиційна логіка. Логічні зв'язки, їх властивості. Мова пропозиційної логіки. Тавтології. Логічний наслідок, логічна еквівалентність. Пропозиційне числення, його коректність і повнота. Теорема тавтології. Метод резолюцій пропозиційної логіки. Пропозиційне секвенційне числення, його коректність і повнота.

Тема 3. Квазіарні функції та предикати, їх композиції. Реномінативні логіки (8 год.).

Іменні множини. Квазіарні функції та предикати. Монотонні, еквітонні функції. Композиції номінативного рівня. Реномінації, суперпозиції. Квантори. Реномінативні логіки, їх моделі та мови. Нормальні форми, субтавтології. Реномінативні числення.

Тема 4. Логіки 1-го порядку (19 год.).

Класичні логіки 1-го порядку, їх моделі та мови. Виразність в АС. Істинність та виконуваність формул. Тавтології. Тавтологічний, логічний, слабкий логічний наслідки. Еквівалентні перетворення формул, теореми еквівалентності та рівності. Пренексна форма. Логіки квазіарних предикатів, їх моделі та мови. Логіки еквітонних предикатів (неокласичні логіки). Семантичні властивості логік квазіарних предикатів, нормальні форми. Гомоморфізми, ізоморфізми та автоморфізми АС. Теореми про гомоморфізм та ізоморфізм. Елементарна еквівалентність, зв'язок з ізоморфізмом. Доведення невиразності за допомогою автоморфізмів.

Тема 5. Числення логік 1-го порядку. Теорії 1-го порядку. Секвенційні числення (20 год.).

Теорії 1-го порядку, їх приклади. Формальна арифметика. Теорема тавтології. Теорема дедукції. Несуперечливість та максимальність (повнота) теорій 1-го порядку. Теорема Лінденбаума. Перелічність, розв'язність теорій 1-го порядку. Теорема Гьоделя про повноту. Теорема компактності, теореми Льовенгейма-Сколема. Категоричність. Теореми Гьоделя про неповноту, їх значення. Секвенційні числення класичних та неокласичних логік 1-го порядку. Метод модельних множин. Коректність та повнота числень 1-го порядку, її наслідки. Інтерполяційна теорема. Семантична і синтаксична визначність, теорема про визначність.

Змістовий модуль 2. Формальні моделі алгоритмів та їхні нумерації.

Тема 6. Формальні моделі алгоритмів (14 год.).

Процедури та алгоритми, відносні алгоритми. Алгоритмічно обчислювані функції. Формальні моделі алгоритмів. МНР-програми, МНР-обчислюваність. Машина Тьюрінга, МТ-обчислюваність. Системи Поста, комбінаторні системи. Обчислюваність за Постом. Формальні граматики.

Тема 7. Частково рекурсивні функції. Програмовані функції. Теза Чорча (12 год.).

Квазіарні та фінарні ЧРФ, алгебри квазіарних та фінарних ЧРФ. Частково рекурсивні, рекурсивні, примітивно рекурсивні функції. Алгебри n -арних ЧРФ та ПРФ. Теореми про ПРФ. Програмовані функції. Примітивні програмні алгебри. Функція Гьоделя, елімінація примітивної рекурсії. Еквівалентність формальних моделей алгоритмів. Теза Чорча, її значення.

Тема 8. Нумерації. Універсальні функції (12 год.).

Нумерації n -арних ЧРФ та ПРФ Обчислювані та Гьодельові нумерації. s - m - n -теорема. Універсальні функції, їх зв'язок з нумераціями. Теореми про універсальні функції. Універсальні ЧРФ, МТ, МНР-програма.

Змістовий модуль 3. Розв'язність та нерозв'язність. Звідності. Складність обчислень

Тема 9. Рекурсивні та рекурсивно перелічні множини. Рекурсивні та частково рекурсивні предикати (14 год.).

Рекурсивно перелічні, рекурсивні, примітивно рекурсивні множини, їх властивості. Теорема Поста. Еквівалентні визначення РПМ. Нумерації РПМ. Частково рекурсивні, рекурсивні, примітивно рекурсивні предикати, їх властивості. Теорема Кліні про нормальну форму.

Тема 10. Нерозв'язність та часткова розв'язність. Індексні множини. Теореми Райса, Райса-Шапіро (12 год.).

Алгоритмічна нерозв'язність проблем зупинки та самозастосовності. Наслідки. Індексні множини. Теорема Райса, її значення. Дуальна до теореми Райса. Теорема Райса-Шапіро. Використання теорем Райса та Райса-Шапіро.

Тема 11. Звідності. Відносна обчислюваність. Складність обчислень. Арифметична ієрархія (14 год.).

Звідності. m -звідність, m -степені, їх властивості. Відносна обчислюваність. МНРО-обчислюваність, α -ЧРФ. Теза Тьюрінга. Релятивізація теорем. T -звідність, T -степені, їх властивості. Обчислюваність за лінійний та за поліноміальний час. Класи P та NP . Міри обчислювальної складності. Елементарні функції. Арифметична ієрархія.

СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І СЕМІНАРСЬКИХ ЗАНЯТЬ

№ лекції	Назва лекції	Кількість годин		
		Лекції	Практ. заняття	Сам. р-та
Змістовий модуль 1. Основи математичної логіки				
1.	Тема 1. Основні поняття логіки.	2	2	3
2.	Тема 2. Пропозиційна логіка.	4	4	6
3.	Тема 3. Квазіарні функції та предикати, їх композиції. Реномінативні логіки.	2	2	4
4.	Тема 4. Логіки 1-го порядку.	6	4	9
5.	Тема 5. Числення логік 1-го порядку. Теорії 1-го порядку. Секвенційні числення.	6	4	10
Модульна контрольна робота № 1				
Колоквіум (за матеріалами модуля 1)				

Всього по модулю 1		20	16	34
Змістовний модуль 2. Формальні моделі алгоритмів та їхні нумерації				
6.	Тема 6. Формальні моделі алгоритмів.	4	4	6
7.	Тема 7. Частково рекурсивні функції. Програмовані функції. Теза Чорча.	4	2	6
8.	Тема 8. Нумерації. Універсальні функції.	2	2	8
Модульна контрольна робота № 2				
Всього по модулю 2		10	8	20
Змістовний модуль 3. Розв'язність та нерозв'язність. Звідності. Складність обчислень				
9.	Тема 9. Рекурсивні та рекурсивно перелічні множини. Рекурсивні та частково рекурсивні предикати	4	4	6
10.	Тема 10. Нерозв'язність та часткова розв'язність. Індексні множини. Теорема Райса, Райса-Шапіро	4	2	6
11.	Тема 11. Звідності. Відносна обчислюваність. Складність обчислень. Арифметична ієрархія.	4	2	8
Модульна контрольна робота № 3				
Всього по модулю 3		12	8	20
ВСЬОГО		42	32	74

Загальний обсяг – **150 год.**, у тому числі:

Лекцій – **42 год.**,

Практичних занять – **32 год.**,

Самостійна робота - **74 д.**

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 1

Основи математичної логіки

Тема 1. Основні поняття логіки (7 год.).

Лекція 1. Основні поняття логіки (2 год.)

Предмет математичної логіки. Виникнення та розвиток логіки. Основні закони традиційної логіки. Софізми. Парадокси. Предикати, композиції над предикатами. Поняття числення, формальні системи. Поняття логічної системи.

Практичне заняття 1. Основні поняття логіки (2 год.)

1. Опитування та обговорення лекційного матеріалу.
2. Основні поняття логіки. Висловлення, предикати. Приклади софізмів, парадоксів.

Завдання для самостійної роботи (3 год.)

Розвиток основних понять логіки. Композиційно-номінативний підхід до побудови програмно-орієнтованих логічних формалізмів. Спектр композиційно-номінативних логік

Рекомендована література: [2, 5–7, 17, 23, 25].

Тема 2. Пропозиційна логіка (14 год.).

Лекція 2. Пропозиційна логіка. Пропозиційне числення (2 год.)

Логічні зв'язки, їх властивості. Мова пропозиційної логіки. Тавтології. Логічний (тавтологічний) наслідок, логічна (тавтологічна) еквівалентність. Відношення логічного наслідку для множин формул. Пропозиційне числення, його коректність і повнота. Теорема тавтології.

Практичне заняття 2. Пропозиційна логіка. Введення в пропозиційному численні (2 год.)

1. Опитування та обговорення лекційного матеріалу.
2. Розв'язання задач на встановлення тавтологій, логічного наслідку, логічної еквівалентності.
3. Розв'язання задач на побудову виведень в пропозиційному численні. Побудова виведень з використанням теореми тавтології.

Лекція 3. Пошук доведень. Метод резолюцій. Пропозиційне секвенційне числення (2 год.)

Перевірка істинності формул та пошук доведень теорем. Метод резолюцій пропозиційної логіки. Аксиоматичні логічні системи Генценівського типу. Секвенції. Секвенційні форми, дерева. Семантичні таблиці. Пропозиційне секвенційне числення, його коректність і повнота.

Практичне заняття 3. Резолютивні виведення в пропозиційній логіці. Виведення в пропозиційному секвенційному численні (2 год.)

1. Опитування та обговорення лекційного матеріалу.
2. Розв'язання задач на побудову резолютивних виведень в пропозиційній логіці.
3. Розв'язання задач на побудову виведень в пропозиційному секвенційному численні.

Завдання для самостійної роботи (6 год.)

Теорема тавтології, її наслідки. Розв'язність пропозиційного числення.

Метод модельних множин. Правило перетину. Теорема Генцена про елімінацію перетинів

Рекомендована література: [2, 3, 5, 7, 8, 15, 17, 23, 25].

Тема 3. Квазіарні функції та предикати, їхні композиції. Реномінативні логіки (8 год.).

Лекція 4. Квазіарні функції та предикати, їхні композиції. Реномінативні логіки (2 год.)

Іменні множини. Квазіарні функції та предикати. Монотонні, еквітонні функції. Фінарні, X -арні, n -арні функції. Реномінації. Квантори. Суперпозиції. Реномінативні логіки, їх моделі та мови, семантичні властивості. Нормальні форми в РНЛ. Субтавтології.

Практичне заняття 4. Іменні множини. Квазіарні функції та предикати, їх композиції. Властивості реномінативних логік (2 год.)

1. Опитування та обговорення лекційного матеріалу.

2. Розгляд властивостей іменних множин, квазіарних функцій та предикатів, композицій реномінації, кванторів.

Завдання для самостійної роботи (4 год.)

Реномінативні числення. Теореми коректності та повноти реномінативних числень.

Рекомендована література: [6–8, 25].

Тема 4. Логіки 1-го порядку (19 год.).

Лекція 5. Логіки 1-го порядку, їх моделі та мови (2 год.)

Спектр логік предикатів 1-го порядку. Класичні логіки 1-го порядку, їх моделі та мови. Поняття терму, формули. Класичні алгебраїчні системи (АС). Виразність в АС. Мова арифметики; арифметичні предикати, множини, функції. Логіки квазіарних предикатів, їх моделі та мови. Логіки еквітонних предикатів (неокласичні логіки)..

Практичне заняття 5. Мови 1-го порядку. Мова арифметики (2 год.)

1. Опитування та обговорення лекційного матеріалу.

2. Мови 1-го порядку. Виразність. Арифметичність. Запис тверджень на мовах 1-го порядку. Всюди істинність. Логічний наслідок. Нормальні форми.

Лекція 6. Істинність, всюди істинність. Логічний наслідок. Еквівалентні перетворення формул. Нормальні форми (2 год.).

Істинність та виконуваність формул, всюди істинність. Тавтології. Тавтологічний, логічний та слабкий логічний наслідок. Скінченно-істинні формули. Еквівалентні перетворення формул, теореми еквівалентності та рівності. Пренексна форма. Нормальні форми в квазіарних предикатів. Відношення логічного наслідку для множин формул.

Лекція 7. Гомоморфізми та ізоморфізми алгебраїчних систем. Метод автоморфізмів (2 год.)

Гомоморфізми, ізоморфізми, автоморфізми АС. Теореми про гомоморфізм та ізоморфізм. Елементарна еквівалентність, зв'язок з ізоморфізмом. Фактор-системи. Канонічний гомоморфізм. Теорема виразності. Доведення невиразності предикатів за допомогою автоморфізмів.

Практичне заняття 6. Гомоморфізми, ізоморфізми АС. Елементарна еквівалентність. Метод автоморфізмів (2 год.)

1. Опитування та обговорення лекційного матеріалу.

2. Встановлення гомоморфізму, ізоморфізму, елементарної еквівалентності АС. Опис автоморфізмів АС. Доведення невиразності предикатів в АС за допомогою автоморфізмів.

Завдання для самостійної роботи (9 год.)

Спектр логік квазіарних предикатів 1-го порядку.

Властивості відношення логічного наслідку для множин формул 1-го порядку.

Теореми про гомоморфізми та ізоморфізм, наслідки.

Рекомендована література: [2, 5–8, 11, 16–18, 20, 25].

Тема 5. Числення логік 1-го порядку. Теорії 1-го порядку. Секвенційні числення (20 год.).

Лекція 8. Теорії 1-го порядку (2 год.)

Теорії 1-го порядку та їх моделі. Приклади теорій 1-го порядку. Формальна арифметика. Теорема тавтології. Теорема дедукції. Несуперечливість та максимальність (повнота) теорій 1-го порядку. Теорема Лінденбаума. Перелічність, розв'язність теорій 1-го порядку.

Практичне заняття 7. Виведення в теоріях 1-го порядку (2 год.)

1. Опитування та обговорення лекційного матеріалу.

2. Розв'язання задач на побудову виведень в теоріях 1-го порядку.

Лекція 9. Теорема Гьоделя про повноту та її наслідки. Категоричність. Теореми Гьоделя про неповноту (2 год.).

Теорема Гьоделя про повноту. Теорема компактності. Теореми Льовенгейма-Сколема. Категоричність теорій 1-го порядку. Теорема Лося-Воота. Теореми Гьоделя про неповноту, їх значення.

Лекція 10. Секвенційні числення класичних та неокласичних логік 1-го порядку (2 год.)

Секвенційні числення класичних логік 1-го порядку та чистих НКЛ еквітонних предикатів 1-го порядку. Коректність та повнота числень 1-го порядку. Наслідки теореми повноти. Інтерполяційна теорема. Семантична і синтаксична визначність, теорема про визначність.

Практичне заняття 8. Секвенційні числення класичних логік 1-го порядку (2 год.)

1. Опитування та обговорення лекційного матеріалу.
2. Побудова виведень в секвенційних численнях класичних логік 1-го порядку.

Завдання для самостійної роботи (10 год.)

Теорема редукції. Теорема Гьоделя про повноту. Теореми Гьоделя про неповноту, їх значення. Аксиоматичні системи неокласичних логік Гільбертівського типу.

Метод модельних множин. Інтерполяційна теорема. Теорема Генцена про елімінацію перетинів для логік 1-го порядку.

Рекомендована література: [2, 5–8, 17, 18, 20, 24, 25].

Модульна контрольна роботи № 1 (1 год.).

Колоквіум за матеріалом модуля 1 (1 год.).

Типове завдання модульної контрольної роботи № 1

1. Доведіть без використання ТТ: $\neg A \rightarrow \neg A \rightarrow B$.
2. Доведіть чи спростуйте в пропозиційному секвенційному численні:
 $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C) \rightarrow (A \& B \rightarrow C)$.
3. Доведіть чи спростуйте методом резолюцій пропозиційної логіки:
 $\{A \rightarrow C, \neg D \rightarrow B, A \vee \neg B\} \models D \vee C$.
4. Вкажіть формулу L_{ar} , що виражає предикат “не існує простих чисел, кратних 4”.
5. Чи вірно: а) $\models \exists x(P \& Q) \rightarrow \exists x P \& Q$? б) $\models \exists x P \& Q \rightarrow \exists x(P \& Q)$? в) $\forall x P \rightarrow \exists x Q \models \forall x P \rightarrow Q$?
6. Чи виразні в АС ($\mathbb{N}; y=x+1, =$) предикати: а) “ $x=0$ ”? б) “ $x=1$ ”? в) “ $x=2$ ”?
7. Доведіть в ЧП 1-го порядку: $\neg \forall x P \vee \forall x Q \rightarrow \forall x(P \vee Q)$.
8. В секвенційному численні доведіть чи спростуйте: $\forall x(A(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow (\exists x A(x) \rightarrow \exists x B(x))$.

Типові питання колоквіуму (модуль 1)

01. Теорема тавтології. Наслідки.
02. Мова арифметики. Арифметичні предикати, множини та функції.
03. Істинність та виконувальність формул. Всюди істинні формули.
04. Теореми про гомоморфізм та ізоморфізм.
05. Теорема Гьоделя про повноту.

Контрольні запитання до змістового модуля 1

1. Софізми. Парадокси.
2. Основні закони традиційної логіки.
3. Предикати, композиції над предикатами. Логічні системи. Істинний, виконуваний предикат.
4. Числення, формальні системи. Алгоритми, відносні алгоритми.
5. Алгоритмічно обчислювані функції. Алгоритмічна перелічність, розв'язність.
6. Мова пропозиційної логіки. Тавтології.
7. Відношення логічного наслідку, логічної еквівалентності пропозиційних формул.
8. Відношення логічного наслідку для множин ПФ.
9. Пропозиційне числення. Теорема тавтології.
10. Метод резолюцій ПЛ. Визначення резольвенти диз'юнктив. Резолютивне виведення.
11. Секвенції. Секвенційні форми, дерева.
12. Пропозиційне секвенційне числення. Теореми коректності та повноти.
13. Визначення V -іменної множини, V -квазіарної, фінарної, X -арної, n -арної функції.
14. Визначення монотонної функції, еквітонної функції.
15. Визначення неістотного предметного імені для функції.

16. Визначення композицій реномінації, квантифікації, суперпозиції, рівності.
17. Мова реномінативної логіки. Нормальні форми формул. Субтавтології.
18. Алфавіт класичної мови 1-го порядку. Сигнатура мови. Визначення терма, формули.
19. Модель мови 1-го порядку. Алгебри (алгебраїчні системи) здоданою сигнатурою.
20. Зв'язане та вільне входження змінної в формулу. Замкнені терми, замкнені формули.
21. Мова арифметики. Мова теорії множин.
22. Визначення всюди істинної формули, виконуваної формули.
23. Тавтології мови 1-го порядку. Тавтологічний наслідок, тавтологічна еквівалентність.
24. Відношення логічного та слабкого логічного наслідку, логічної еквівалентності.
25. Теорема еквівалентності. Теореми рівності для термів та формул.
26. Пренексна форма. Пренексна формула. Пренексні операції. Теорема про пренексну форму.
27. Визначення предикату, множини, функції, виразних в АС.
28. Визначення арифметичного предикату, арифметичної множини, арифметичної функції.
29. Відношення логічного наслідку для множин формул.
30. Визначення гомоморфізму, ізоморфізму АС. Автоморфізм АС.
31. Теореми про гомоморфізми та про ізоморфізм. Наслідки.
32. Елементарна еквівалентність АС. Зв'язок з ізоморфізмом.
33. Теорема про виразність. Метод автоморфізмів для доведення невиразності предикатів у АС.
34. Неокласичні логіки 1-го порядку. Моделі мови. Семантичні властивості. Нормальні форми.
35. Фомалізація логічного наслідку в логіках часткових однозначних, тотальних неоднозначних, часткових неоднозначних предикатів.
36. Визначення теорії 1-го порядку. Множина логічних аксіом та множина правил виведення.
37. Числення предикатів 1-го порядку. Формальна арифметика.
38. Модель теорії 1-го порядку. Теорема істинності.
39. Теорема тавтології та її наслідки.
40. Теорема дедукції.
41. Визначення несуперечливої теорії 1-го порядку, повної (максимальної) теорії 1-го порядку.
42. Теорема Лінденбаума.
43. Поняття розв'язності, перелічності теорії 1-го порядку. Теорема розв'язності.
44. 1-е та 2-е формулювання теореми Гьоделя про повноту.
45. Теореми Льовенгейма-Сколема.
46. Теорема компактності (1-е та 2-ге формулювання).
47. Категоричність теорій 1-го порядку. α -категоричність. Теорема Лося-Воота.
48. 1-а теорема Гьоделя про неповноту.
49. 2-а теорема Гьоделя про неповноту.
50. Секвенційні числення класичних логік 1-го порядку. Базові секвенційні форми.
51. Секвенційні числення НКЛ кванторного рівня. Базові секвенційні форми.
52. Теореми коректності та повноти для секвенційних числень 1-го порядку.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 2

Формальні моделі алгоритмів та їхні нумерації.

Тема 6. Формальні моделі алгоритмів (14 год.).

Лекція 11. Процедури та алгоритми. Формальні моделі алгоритмів. МНР-програми (2 год.)

Процедури та алгоритми, відносні алгоритми. Алгоритмічно обчислювані функції. Алгоритмічна перелічність, розв'язність. Формальні моделі алгоритмів. Машини з натуральнозначними регістрами. МНР-програми. МНР-обчислюваність

Практичне заняття 9. МНР-програми (2 год.)

1. Опитування та обговорення лекційного матеріалу.

2. Розв'язання задач на побудову МНР-програм.

Лекція 12. Машини Тьюрінга. Системи Поста (2 год.)

Машини Тьюрінга. МТ-обчислюваність. Системи Поста. Комбінаторні системи. Обчислюваність за Постом. Формальні граматики.

Практичне заняття 10. Машини Тьюрінга. Системи Поста (2 год.).

1. Опитування та обговорення лекційного матеріалу.

2. Розв'язання задач на побудову машин Тьюрінга та систем Поста.

Завдання для самостійної роботи (6 год.)

Різновидності машин Тьюрінга. Нормальні алгоритми Маркова.

Комбінаторні системи. Формальні граматики.

Рекомендована література: [1, 4, 7, 9, 11, 13, 15, 19, 21, 24].

Тема 7. Частково рекурсивні функції. Програмовані функції. Теза Чорча (12 год.).

Лекція 13. Обчислювані функції на N . Частково рекурсивні функції (2 год.)

Квазіарні та фінарні ЧРФ, алгебри квазіарних та фінарних ЧРФ. Частково рекурсивні, рекурсивні, примітивно рекурсивні функції. Алгебри n -арних ЧРФ та ПРФ. Теореми про підсумовування, мультиплікацію, обмежену мінімізацію.

Практичне заняття 11. Обчислювані функції на N . Частково рекурсивні функції (2 год.)

1. Опитування та обговорення лекційного матеріалу.

2. Розв'язання задач на побудову операторних термів алгебр ПРФ, ЧРФ, квазіарних ЧРФ.

Лекція 14. Програмовані функції. Теза Чорча (2 год.)

Програмні алгебри. Програмовані функції. Примітивні програмні алгебри квазіарних та n -арних функцій. Кодування, нумерації. Універсальні класи алгоритмів. Канторові нумерації. Функція Гьоделя. Елімінація примітивної рекурсії. Еквівалентність формальних моделей алгоритмів. Теза Чорча, її значення.

Завдання для самостійної роботи (6 год.)

Властивості ПРФ, ЧРФ, РФ. Властивості програмованих функцій.

Функція Гьоделя та її основна властивість. Теорема про елімінацію примітивної рекурсії. Еквівалентність формальних моделей алгоритмів та АОФ. Кодування МНР-програм, МТ, ОТ.

Рекомендована література: [1, 3–5, 7, 9, 15, 19, 21, 24].

Тема 8. Нумерації. Універсальні функції (12 год.).

Лекція 15. Нумерації ЧРФ. s - m - n -теорема. Універсальні функції (2 год.)

Стандартні нумерації n -арних ЧРФ та ПРФ. Обчислювані та Гьодельові нумерації. s - m - n -теорема. Універсальні функції, їх зв'язок з нумераціями. Теореми про універсальні функції. Універсальні ЧРФ, МТ, МНР-програма.

Практичне заняття 12. Нумерації. s - m - n -теорема (2 год.)

1. Опитування та обговорення лекційного матеріалу.

2. Побудова нумерацій МНР-програм, МТ, ЧРФ, формул мови 1-го порядку. Приклади використання s - m - n -теореми.

Завдання для самостійної роботи (8 год.)

Обчислювані нумерації. Гьодельові нумерації. Універсальні алгоритми, універсальні функції.

Рекомендована література: [1, 4, 5, 7, 9, 19, 21, 24].

Модульна контрольна роботи № 1.

Типове завдання модульної контрольної роботи № 2

1. МНР-програма для функції $f(x, y) = x + 3y$

2. Машина Тьюрінга для функції $f(x, y) = \text{sg}(x+y)$

3. Система Поста для функції $f(x) = x^4 - x$
4. ОТ алгебри ЧРФ для $f(x, y) = [\log_x y]$

Контрольні запитання до змістового модуля 2

1. МНР. МНР-програми. МНР-обчислюваність.
2. Машини Тьюрінга. МТ-обчислюваність.
3. Системи Поста. Обчислюваність за Постом.
4. Комбінаторні системи, формальні граматики.
5. Обчислюваність квазіарних функцій на N . Операції примітивної рекурсії та мінімізації.
6. Алгебри квазіарних та фінарних ЧРФ. Операторні терми.
7. Операції суперпозиції, примітивної рекурсії та мінімізації n -арних функцій на N
8. Визначення ПРФ, ЧРФ та РФ.
9. Алгебри n -арних ЧРФ та ПРФ. Операторні терми.
10. Теореми про підсумовування, мультиплікацію, обмежену мінімізацію.
11. Програмовані функції. ППА.
12. Теза Чорча. Значення тези Чорча.
13. Кодування. Нумерації, ефективні нумерації.
14. Універсальні класи алгоритмів.
15. Канторові нумерації.
16. Функція Гьоделя.
17. Елімінація примітивної рекурсії.
18. Кодування та нумерації формул, МНР-програм, МТ, операторних термів.
19. Стандартні нумерації n -арних ЧРФ та ПРФ.
20. Обчислювані та Гьодельові нумерації.
21. s - m - n -теорема.
22. Універсальні функції, їх зв'язок з нумераціями.
23. Теореми про універсальні функції.
24. Універсальні ЧРФ, МТ, МНР-програма.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 3

Розв'язність та нерозв'язність. Звідності. Складність обчислень

Тема 9. Рекурсивні та рекурсивно перелічні множини. Рекурсивні та частково рекурсивні предикати (14 год.).

Лекція 16. Рекурсивні та рекурсивно перелічні множини (2 год.)

Рекурсивно перелічні, рекурсивні та примітивно рекурсивні множини, їх властивості. Теорема Поста. Еквівалентні визначення РПМ. Нумерації РПМ.

Практичне заняття 13. Властивості РМ, РПМ (2 год.)

1. Опитування та обговорення лекційного матеріалу.
2. Розв'язання задач на властивості РМ, РПМ.

Лекція 17. Рекурсивні та частково рекурсивні предикати (2 год.)

Частково рекурсивні, рекурсивні, примітивно рекурсивні предикати, їх властивості. Теорема Кліні про нормальну форму. Теорема про графік.

Практичне заняття 14. Властивості, РП, ЧРП (2 год.)

1. Опитування та обговорення лекційного матеріалу.
2. Розв'язання задач на властивості РМ, РПМ, РП, ЧРП.

Завдання для самостійної роботи (6 год.)

Властивості РМ, РПМ, РП, ЧРП. Теорема Сколема. Співвідношення між класами функцій та їх графіків.

Рекомендована література: [1, 3, 4, 7, 9, 11, 19, 24].

Тема 10. Нерозв'язність та часткова розв'язність. Індексні множини. Теорема Райса, Райса-Шапіро (12 год.).

Лекція 18. Часткова розв'язність та нерозв'язність масових проблем. (2 год.)

Алгоритмічна нерозв'язність проблем зупинки та самозастосовності. Наслідки. Замкненість ПРМ, РМ та РПМ відносно теоретико-множинних операцій. Замкненість ПРП, РП та ЧРП відносно логічних операцій.

Практичне заняття 15. Часткова розв'язність та нерозв'язність. (2 год.)

1. Опитування та обговорення лекційного матеріалу.
2. Розв'язання задач на властивості РП, ЧРП із використанням алгоритмічної нерозв'язності проблем зупинки та самозастосовності.

Лекція 19. Індексні множини. Теорема Райса та Райса-Шапіро (2 год.)

Індексні множини. Теорема Райса, її значення. Дуальна до теореми Райса. Теорема Райса-Шапіро

Завдання для самостійної роботи (3 год.)

Комбінаторні проблеми (відповідностей Поста, еквівалентності слів), їх нерозв'язність. Використання теорем Райса та Райса-Шапіро.

Рекомендована література: [1, 3–5, 7, 9, 11, 19, 24].

Тема 11. Звідності. Відносна обчислюваність. Складність обчислень (14 год.).

Лекція 20. Звідності. m -звідність. Відносна обчислюваність. (2 год.)

Звідності. m -звідність, m -степені, їх властивості. m -повні РПМ. 1-звідність, 1-степені. Відносна обчислюваність. МНРО-обчислюваність, α -ЧРФ. Теза Тьюрінга. Релятивізація теорем.

Практичне заняття 16. Встановлення класу множини, предиката (2 год.).

1. Опитування та обговорення лекційного матеріалу.
2. Розв'язання задач на встановлення класу множини, предиката із використанням теорем Райса та Райса-Шапіро, m -звідності.

Лекція 21. T -звідність. Складність обчислень. Арифметична ієрархія. (2 год.)

T -звідність, її властивості. T -степені. Операція скачка на множинах та степенях. Обчислюваність за лінійний та за поліноміальний час. Класи P та NP . Міри обчислювальної складності. Теорема про прискорення. Елементарні функції.

Завдання для самостійної роботи (8 год.)

Структура рекурсивних 1-степенів. Рекурсивний ізоморфізм, зв'язок з 1-еквівалентністю. Структура та властивості T -степенів. P -повні та NP -повні проблеми. Міри обчислювальної складності. Теорема про прискорення. Властивості елементарних функцій.

Рекомендована література: [1, 4, 7, 9, 18, 19, 24].

Модульна контрольна роботи № 3.

Типове завдання модульної контрольної роботи № 3

1. Чи буде РПМ множина $\{x \mid D_x \supseteq \{1, 2, 3\}\}$?
2. Чи буде ЧРП предикат " E_x не є ПРМ" ?
3. Доведіть: якщо $B \neq \emptyset$, то $\bar{A} \cup B \leq_T A \otimes B$.
4. Чи існують множини A та B : а) $A <_T A \oplus B$ та $A \otimes B \equiv_m A \oplus B$?
б) $A \oplus B <_T B$ та $A \otimes B \equiv_m A$?

Контрольні запитання до змістового модуля 3

1. Визначення РПМ, РМ та ПРМ.
2. Теорема Поста.
3. Еквівалентні визначення РПМ.
4. Нумерації РПМ.
5. Визначення ЧРП, РП та ПРП.
6. Теорема Кліні про нормальну форму.
7. Нерозв'язність проблем зупинки та самозастосовності.
8. Наслідки нерозв'язності проблеми самозастосовності.
9. Замкненість ПРМ, РМ відносно теоретико-множинних операцій.
10. Замкненість РПМ відносно теоретико-множинних операцій.
11. Замкненість ПРП, РП відносно логічних операцій.
12. Замкненість ЧРП відносно логічних операцій.
13. Індексні множини.
14. Теорема Райса, її значення.
15. Дуальна до теорема Райса.
16. Теорема Райса-Шапіро.
17. m -звідність її властивості.
18. m -степені їх властивості.
19. Відносна обчислюваність.
20. Визначення α -ЧРФ.
21. Теза Тьюрінга.
22. Релятивізація теорем.
23. T -звідність її властивості.
24. T -степені, їх властивості.
25. Обчислюваність за лінійний та за поліноміальний час
26. Класи P та NP .
27. Міри обчислювальної складності
28. Елементарні за Кальмаром функції

Перелік питань до іспиту

01. Основні поняття математичної логіки. Висловлення, предикати. Логічні системи. Поняття числення, формальні системи.
02. Поняття алгоритму. Алгоритмічна перелічність, розв'язність. Відносні алгоритми.
03. Композиції пропозиційного рівня. Мова пропозиційної логіки.
04. Тавтології. Логічний (тавтологічний) наслідок, логічна (тавтологічна) еквівалентність. Логічний наслідок для множин формул.
05. Пропозиційне числення. Теорема тавтології. Коректність, повнота і розв'язність пропозиційного числення.
06. Метод резолюцій для пропозиційної логіки.
07. Поняття секвенції. Секвенційні форми, секвенційні дерева. Пропозиційне секвенційне числення, його коректність і повнота.
08. Іменні множини, операції над ними. Квазіарні функції. X -арні, n -арні, фінарні функції. Еквітонні функції, повнототальні функції.
09. Композиції реномінації та суперпозиції. Квантори.
10. Реномінативні логіки, мови та моделі. Нормальні форми. Субтавтології. Реномінативні числення.
11. Класичні логіки 1-го порядку. Мови 1-го порядку. Терми, формули. Вільні та зв'язані змінні. Замкнені формули.
12. Інтерпретації (моделі) мов 1-го порядку. Алгебраїчні системи (АС). Виразність предикатів, множин та функцій в АС.
13. Мова арифметики. Арифметичні предикати, множини та функції. Істинні арифметичні формули.
14. Істинність та виконуваність формул. Всюди істинні формули. Тавтології. Тавтологічний, логічний та слабкий логічний наслідок, логічна еквівалентність.
15. Еквівалентні перетворення формул. Теореми еквівалентності та рівності. Пренексна форма.
16. Гомоморфізми, ізоморфізми та автоморфізми АС. Теореми про гомоморфізм та ізоморфізм.
17. Елементарна еквівалентність, зв'язок з ізоморфізмом. Теорема виразності. Доведення невиразності предикатів в АС за допомогою автоморфізмів.
18. Логіки квазіарних предикатів. Логіки еквітонних предикатів (неокласичні логіки) 1-го порядку.
19. Теорії 1-го порядку (Th_1). Формальна арифметика Ar . Поняття моделі Th_1 . Теорема істинності.
20. Теорема тавтології в Th_1 . Приклади виведень в Th_1 . Теорема дедукції.
21. Поняття несуперечливості та максимальності (повноти) Th_1 . Теорема Лінденбаума.
22. Перелічність та розв'язність Th_1 . Теорема про розв'язність.
23. Теорема Гьоделя про повноту. Теорема компактності. Теореми Льовенгейма-Сколема.
24. Категоричність теорій 1-го порядку. Теорема Лося-Воота.
25. Теореми Гьоделя про неповноту, їх значення.
26. Секвенційні числення логік 1-го порядку, їх коректність і повнота.
27. МНР, МНР-обчислюваність.
28. Машини Тьюрінга, МТ-обчислюваність.
29. Системи Поста. Обчислюваність за Постом.
30. Обчислюваність квазіарних функцій на N . Квазіарні ЧРФ. Алгебри КЧРФ та фінарних ЧРФ. Операторні терми (ОТ).
31. Обчислюваність n -арних функцій на N . ПРФ, ЧРФ та РФ. Алгебри n -арних ЧРФ та ПРФ, їх ОТ.
32. Теореми про підсумовування, мультиплікацію, обмежену мінімізацію.
33. Програмовані функції. ППА.
34. Еквівалентність формальних моделей алгоритмів. Теза Чорча, її значення.
35. Кодування. Нумерації, ефективні нумерації. Універсальні класи алгоритмів.
36. Канторові нумерації. Функція Гьоделя. Елімінація примітивної рекурсії.
37. Кодування та нумерації МНР-програм, МТ, операторних термів відповідних алгебр.

38. Стандартні нумерації n -арних ЧРФ та ПРФ. s - m - n -теорема.
39. Обчислювані нумерації. Гьодельові нумерації. Універсальні функції, їх зв'язок з нумераціями. Теореми про універсальні функції. Універсальні ЧРФ, МТ, МНР-програма.
40. ПРМ, РМ, РПМ, їх властивості. Теорема Поста. Еквівалентні визначення РПМ. Нумерації РПМ.
41. ЧРП, РП та ПРП, їх властивості.
42. Нерозв'язність проблем зупинки та самозастосовності. Наслідки.
43. Звідності. m -звідність, її властивості. m -степені.
44. Індексні множини. Теорема Райса, її значення. Дуальна до теореми Райса. Теорема Райса-Шапіро.
45. Відносна обчислюваність. МНРО, α -ЧРФ. Релятивізація теорем.
46. T -звідність, її властивості. T -степені.
47. Складність обчислень.
48. Арифметичність ЧРФ, РПМ та ЧРП. Теорема Тарського.
49. Арифметична ієрархія. Алгоритм Тарського-Куратовського.

Рекомендована література

Основна

1. Катленд Н. Вычислимость. Введение в теорию рекурсивных функций. – М., 1983.
2. Клини С. Математическая логика. – М.: Наука, 1973.
3. Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. – М., 1975.
4. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции. – М.: Наука, 1965.
5. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. – М., 1976.
6. Нікітченко М.С., Шкільняк С.С. Прикладна логіка. – К., 2013.
7. Нікітченко М.С., Шкільняк С.С. Математична логіка та теорія алгоритмів. – К., 2008.
8. Шкільняк С.С. Математична логіка: приклади і задачі. – К., 2007.
9. Шкільняк С.С. Теорія алгоритмів. Приклади й задачі. – К., 2012.

Додаткова

10. Андон Ф.И., Яшунин А.Е., Резниченко В.А. Логические модели интеллектуальных информационных систем. – К., 1999.
11. Глушков В.М., Цейтлин Г.Е., Ющенко Е.Л. Алгебра, языки, программирование. – К., 1978.
12. Ішмуратов А.Т. Вступ до філософської логіки. – К., 1997.
13. Капітонова Ю.В., Кривий С.Л., Летичевський О.А. та ін. Основи дискретної математики. – К., 2002.
14. Клини С. Введение в метаматематику. – М., 1957.
15. Лисовик Л.П., Редько В.Н. Алгоритмы и формальные системы. – К., 1981.
16. Мальцев А.И. Алгебраические системы. – М., 1970.
17. Непейвода Н.Н. Прикладная логика. – Новосибирск, 2000.
18. Нікітченко М.С., Шкільняк С.С. Основи математичної логіки. – К., 2006.
19. Роджерс Х. Теория рекурсивных функций и эффективная вычислимость. – М., 1972.
20. Справочная книга по математической логике / Под ред. Дж. Барвайса: В 4 т. – М., 1982–1983.
21. Успенский В.А., Семенов А.Л. Теория алгоритмов: основные открытия и приложения. – М., 1987.
22. Фейс Р. Модальная логика. – М., 1974.
23. Шенфилд Дж. Математическая логика. – М., 1975.
24. Лісовик Л.П., Шкільняк С.С. Теорія алгоритмів. – К., 2003.
25. Шкільняк С.С. Математична логіка. Електронний навчальний посібник // Репозитарій електронних ресурсів КНУ. – 2012. – <http://195.68.210.50/moodle>.
26. Belnap N., Steel T. The logic of questions and answers. – New Haven and London: Yale Univ. Press, 1976.

**ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ
З ЕЛЕМЕНТАМИ ДИСТАНЦІЙНОГО НАВЧАННЯ
З ДИСЦИПЛІНИ «МАТЕМАТИЧНА ЛОГІКА ТА ТЕОРІЯ АЛГОРИТМІВ»
на період з 24 січня до 28 лютого 2018 р.**

**для студентів 2 курсу першого (бакалаврського) рівня освітньої програми
«Прикладна математика»**

Викладач-лектор: доцент кафедри ТП, к.ф.-м.н., доц. Зубенко В.В. (електронна пошта zubenko@knu.ua).

Викладачі, що проводитимуть практичні заняття:

доцент кафедри ТП, к.ф.-м.н., доц. Зубенко В.В. (електронна пошта zubenko@knu.ua)

асистент кафедри. ТП, к.п.н. Русіна Н.Г. (електронна пошта rusina@knu.ua)

асистент кафедри. ТП Федорова М.В. (електронна пошта mfedorova@knu.ua)

Види та форми контрольних заходів з перевірки самостійної роботи студентів

- у січні-лютому – за допомогою електронних засобів (електронною поштою)
- у березні – шляхом проведення письмової контрольної роботи

Додаткові матеріали для самостійної роботи студентів розміщені за посиланнями:

На самостійну роботу студентів виноситься матеріал 2-го змістового модуля “**Формальні моделі алгоритмів та їхні нумерації**” (див. додаток 1).

Контроль у січні-лютому 2018 р. відбувається у два етапи.

Під час **першого етапу** (24 січня – 7 лютого 2018 р.) студенти мають ґрунтовно вивчити матеріал теми 9 “Формальні моделі алгоритмів. МНР-програми”, теми 10 “Обчислювальність за Тьюрінгом” та познайомитися з теоретичним матеріалом теми 11 “Системи Поста. Формальні граматики”. Для підтвердження засвоєння матеріалу студенти повинні надіслати відповіді на індивідуально запропоновані їм завдання викладачам, що проводять практичні заняття на їх електронні пошти за наведеними вище адресами. Завдання будуть розіслані студентам **05.02.2018**. Відповіді повинні бути надіслані не пізніше **07.02.2018**. Структура завдання 1 етапу: 3 теоретичні питання та 3 задачі (дві МНР-програми, одна МТ). Типовий приклад завдання 1 етапу наведено у **додатку 2**.

Щоб отримати оцінку «**зараховано**», потрібно дати відповіді на теоретичні питання та розв'язати принаймі 2 задачі. Якщо студент отримає оцінку «**незараховано**», то він отримує нове завдання 1 етапу одночасно із завданням 2 етапу 21.02.2018.

На **другому етапі** самостійної роботи (8 лютого – 20 лютого 2018 р.) студенти мають навчитись розв'язувати задачі за темою 11 “Системи Поста. Формальні граматики” та ґрунтовно вивчити матеріал теми 12 “Частково рекурсивні функції. Квазіарні ЧРФ. Примітивні програмні алгебри. Теза Чорча”. Для підтвердження засвоєння матеріалу студенти повинні надіслати відповіді на індивідуально запропоновані їм завдання викладачам, що проводять практичні заняття на їх електронні пошти за наведеними вище адресами. Завдання будуть розіслані студентам **21.02.2018**. Відповіді на завдання 2 етапу (а також на повторні завдання 1 етапу) повинні бути надіслані не пізніше **23.02.2018**.

Структура завдання 2 етапу: 2 теоретичні питання та 2 задачі (одна система Поста, один операторний терм алгебри ЧРФ). Типовий приклад завдання 2 етапу – в додатку 2.

Щоб отримати оцінку «**зараховано**», потрібно дати відповіді на 2 теоретичні питання та розв'язати принаймні одну задачу. Якщо студент отримує оцінку «**незараховано**», то до 26.02.2018 він отримує нове завдання 2 етапу, на яке повинен надіслати відповідь не пізніше **27.02.2018**.

Виконання завдань 1 та 2 етапу самостійної роботи є допуском до написання контрольної роботи у березні 2018 р. Якщо відповіді на завдання принаймні одного етапу не зараховані або не здані до 27.02.2018 без поважних причин, то студент втрачає можливість написання контрольної роботи та отримання відповідних модульних балів **без можливості перескладання**.

На контрольну роботу за підсумками самостійної роботи виносяться задачі зазначених вище тем 9-12 змістового модуля “Основи теорії алгоритмів”. Робота оцінюється максимум в **12 балів**. Типовий приклад контрольної роботи наведено у **додатку 2**. Контрольна робота проводиться для всього потоку на протязі першого тижня занять у березні 2018 р. Тривалість контрольної роботи – 1 академічна година.

Контрольні теоретичні питання 1 етапу

01. Алгоритми, характерні властивості алгоритмів. Алгоритмічно обчислювані функції.
02. Алгоритмічно перелічні, алгоритмічно розв'язні множини. Зв'язок між АПМ, АРМ.
03. Уточнення понять процедури та алгоритму.
04. Машини з натуральнозначними регістрами; конфігурація МНР.
05. Команди МНР. МНР-програми.
06. Стандартні МНР-програми. Конкатенація стандартних МНР-програм
07. МНР-обчислюваність функцій $f: N^n \rightarrow N$.
08. Машини Тьюрінга. Конфігурація МТ; початкова конфігурація, фінальна конфігурація.
09. Команди МТ. Як змінюється конфігурація МТ при виконанні певної команди МТ?
10. Як МТ задає вербальне відображення? Еквівалентні МТ.
11. МТ-обчислюваність функцій $f: N^n \rightarrow N$.
12. Системи Поста. Відношення виведення.
13. СП в алфавіті T та СП над алфавітом T . Множина, породжувана за Постом.
14. Обчислюваність за Постом функцій $f: N^n \rightarrow N$.
15. Різновиди систем Поста. Нормальні системи Поста. Системи Туе.
16. Формальні граматики.
17. Класифікація формальних граматик.
18. Зв'язок класів граматик та класів алгоритмічних машин

Контрольні теоретичні питання 2 етапу

1. Базові обчислювані n -арні функції на N . Примітивно рекурсивні, частково рекурсивні, рекурсивні функції.
2. Алгебри n -арних ЧРФ та ПРФ. Операторні терми цих алгебр.
3. Теореми про підсумовування.
4. Теореми про мультиплікацію.
5. Теорема про обмежену мінімізацію.
6. Примітивні програмні алгебри квазіарних функцій. Операції розгалуження, циклу.
7. Базові програмовані квазіарні функції на R . ППА програмованих квазіарних функцій на R .
8. Теза Чорча.
9. Обґрунтування Тези Чорча.

Задачі для самостійної роботи 1 етапу

1. Наведіть МНР-програми для таких функцій:

- 1) $f(x, y) = 3x + y + 1$;
- 2) $f(x, y) = x + 2y + 2$;
- 3) $f(x) = (x + 1) / 3$;
- 4) $f(x) = [x / 3]$;
- 5) $f(x, y) = 3y - x$;
- 6) $f(x, y) = 3x - y$;
- 7) $f(x, y, z) = (x - y) + z$;
- 8) $f(x, y, z) = x - (y + z)$;
- 9) $f(x, y) = \text{sg}(x + y)$;
- 10) $f(x, y) = \text{nsg}(x + y)$;
- 11) $f(x, y, z) = \text{sg}(x + y + z)$;
- 12) $f(x, y, z) = \text{nsg}(x + y + z)$;
- 13) $f(x, y, z) = \min(x, y) + z$;
- 14) $f(x, y) = \min(2x, y)$;
- 15) $f(x, y) = \max(x, 3y) + 2x$;
- 16) $f(x) = x!$;
- 17) $f(x, y) = x^y$.

2. Наведіть МНР-програми для таких предикатів:

- 1) " x – непарне число";
- 2) " x – парне число";
- 3) " $x \geq y$ ";
- 4) " $x \neq y$ ";
- 5) " $x > y$ ";
- 6) " $x < y$ ".

3. Наведіть МТ, яка:

- 1) кожне слово $x \in T^*$ переводить у слово xx^R , де x^R – дзеркальне відображення x .
- 2) кожне слово $x \in T^*$ переводить у слово x^R . (Див. вище).
- 3) кожне слово $x \in T^*$ переводить у слово xx .

4. Наведіть МТ для таких функцій:

- 1) $f(x, y) = x \div y$;
- 2) $f(x, y) = (x+1) - y$;
- 3) $f(x, y) = (x+2) \div y$;
- 6) $f(x, y) = x+2y$;
- 8) $f(x, y) = x - 2y$;
- 9) $f(x, y, z) = 2x+y+z$;
- 12) $f(x, y, z) = 2x - (y+z)$;
- 13) $f(x, y) = sg(x \cdot y)$;
- 14) $f(x, y) = nsg(x \cdot y)$;
- 15) $f(x) = x/2$;
- 16) $f(x) = x/3$;
- 17) $f(x) = [x/2]$;
- 18) $f(x) = [x/3]$;
- 19) $f(x, y) = \max(x, y)$;
- 20) $f(x, y) = \min(x, y)$;
- 21) $f(x, y) = [x/y]$;
- 22) $f(x, y) = \text{mod}(x, y)$;
- 23) $f(x) = 2^x$;
- 24) $f(x, y) = x^y$;
- 25) $f(x) = x!$.

5. Наведіть МТ для таких предикатів:

- 1) "x непарне";
- 2) "x = 3";
- 3) "x ≠ 3";
- 4) "x > y";
- 5) "x < y";
- 6) "x ≥ y";
- 7) "x ≠ y".
- 8) "x ≤ y".

Задачі для самостійної роботи 2 етапу

6. Наведіть системи Поста для таких предикатів:

- 1) "x парне";
- 2) "x кратне 3";
- 3) "x ≠ y";
- 4) "x > y";
- 6) "x ≤ y".

7. Наведіть системи Поста для таких функцій:

- 1) $f(x) = \text{nsg}(x)$;
- 2) $f(x) = \text{sg}(x)$;
- 3) $f(x, y) = \max(x, y)$;
- 4) $f(x, y) = \min(x, y)$;
- 5) $f(x, y) = \max(x+1, y)$;
- 6) $f(x, y) = x \div y$;
- 7) $f(x, y) = x - y^2$;
- 8) $f(x, y, z) = (2x+y) \cdot z$;
- 9) $f(x, y) = x^2 \cdot (y+1)$;
- 10) $f(x, y) = 3^x + 2^y$;
- 11) $f(x, y) = 2^x - 3^y$;
- 12) $f(x, y) = 2^x \cdot y$;
- 13) $f(x, y) = (x+1) \cdot 2^y$;
- 14) $f(x, y, z) = x \cdot y \cdot z$;
- 15) $f(x, y) = x^2 \cdot y$;
- 16) $f(x, y) = (x+1)^2 \cdot y$;
- 17) $f(x, y) = x^y$;
- 18) $f(x) = \lceil \log_2 x \rceil$;
- 19) $f(x) = \lfloor x\sqrt{2} \rfloor$;
- 20) $f(x, y) = \lfloor \sqrt[y]{x} \rfloor$.

8. Наведіть ОТ алгебри n -арних ЧРФ для функцій:

- 1) $f(x_1) = (x_1)!$;
- 2) $f(x_1, x_2) = x_1^{x_2}$;
- 3) $f(x_1, x_2) = (x_2 + 2)!$;
- 4) $f(x_1, x_2) = (x_1 + 1)^{x_2}$;
- 5) $f(x_1, x_2) = x_1^{x_2 + 3}$;
- 6) $f(x_1, x_2, x_3) = x_2^{2x_1 + x_3}$;
- 7) $f(x_1) = \lceil \log_2(x_1) \rceil$;
- 8) $f(x_1) = \lceil \log_3(x_1) \rceil$;
- 9) $f(x_1, x_2) = \lceil \log_3(x_1 + x_2) \rceil$;
- 10) $f(x_1) = \lfloor \sqrt[3]{x_1} \rfloor$;
- 11) $f(x_1) = \lfloor x_1 \sqrt{3} \rfloor$;
- 12) $f(x_1, x_2) = \lfloor \log_{x_1}(x_2) \rfloor$;
- 13) $f(x_1, x_2) = \lfloor \sqrt[x_1]{x_2} \rfloor$;
- 14) $f(x_1, x_2) = \lfloor (x_2 + 1) \sqrt{x_1} \rfloor$;
- 15) $f(x_1, x_2) = (2x_2)!!$;
- 16) $f(x_1, x_2) = (2x_2 + 1)!!$.

9. Доведіть, що наступні функції є ПРФ:

- 1) $nd(x)$ – кількість дільників числа x (беремо $nd(0) = 1$);
- 2) $\sigma(x)$ – сума дільників числа x (беремо $\sigma(0) = 0$);
- 3) $p(x)$ – x -ве просте число (беремо $p(0) = 2, p(1) = 3$ і т. д.);
- 4) $spd(x)$ – сума простих дільників числа x ; (тут беремо $spd(0) = 0$);
- 5) $kpd(x)$ – кількість простих дільників числа x (тут беремо $kpd(0) = 0$);
- 6) $ex(x, y)$ – степінь числа $p(x)$ у розкладі числа y на множники, які є степенями простих чисел (тут беремо $ex(x, 0) = 0$);
- 7) $HCD(x_1, x_2)$ (тут беремо $HCD(n, 0) = HCD(0, n) = 0$).
- 8) $HCK(x_1, x_2)$ (тут беремо $HCK(n, 0) = HCK(0, n) = 0$).

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ «ТЕОРІЯ АЛГОРИТМІВ ТА МАТЕМАТИЧНА ЛОГІКА» (Витяг)

для студентів 2 курсу першого (бакалаврського) рівня освітньої програми «Прикладна математика»

Теми змістовного модуля 2. «Формальні моделі алгоритмів та їхні нумерації», винесені на самостійну роботу з елементами дистанційного навчання.

Тема 6. Формальні моделі алгоритмів (14 год.).

Процедури та алгоритми, відносні алгоритми. Алгоритмічно обчислювані функції. Формальні моделі алгоритмів. МНР-програми, МНР-обчислюваність. Машина Тьюрінга, МТ-обчислюваність. Системи Поста, комбінаторні системи. Обчислюваність за Постом. Формальні граматики.

Тема 7. Частково рекурсивні функції. Програмовані функції. Теза Чорча (12 год.).

Квазіарні та фінарні ЧРФ, алгебри квазіарних та фінарних ЧРФ. Частково рекурсивні, рекурсивні, примітивно рекурсивні функції. Алгебри n -арних ЧРФ та ПРФ. Теореми про ПРФ. Програмовані функції. Примітивні програмні алгебри. Функція Гьоделя, елімінація примітивної рекурсії. Еквівалентність формальних моделей алгоритмів. Теза Чорча, її значення.

Тема 8. Нумерації. Універсальні функції (12 год.).

Нумерації n -арних ЧРФ та ПРФ Обчислювані та Гьодельові нумерації. s - m - n -теорема. Універсальні функції, їх зв'язок з нумераціями. Теореми про універсальні функції. Універсальні ЧРФ, МТ, МНР-програма.

Література.

1. Нікітченко М.С., Шкільняк С.С. Математична логіка та теорія алгоритмів. – К., 2008.
2. Шкільняк С.С. Теорія алгоритмів. Приклади й задачі. – К., 2012.

Типовий приклад завдання 1 етапу

1. Стандартні МНР-програми. Конкатенація стандартних МНР-програм
2. Команди МТ. Як змінюється конфігурація МТ при виконанні певної команди МТ?
3. Класифікація формальних граматик.
 4. МНР-програма для $f(x, y) = 3x - y$.
 5. МНР-програма для $f(x, y) = \max(x, 2y)$.
 6. Машина Тьюрінга для функції $f(x, y, z) = (x+y) - z$.

Типовий приклад завдання 2 етапу

1. Алгебра квазіарних ЧРФ. Операторні терми цієї алгебри.
2. Теорема про обмежену мінімізацію.
3. Система Поста для $f(x, y, z) = x \cdot y \cdot (z+1)$.
4. Вкажіть ОТ алгебри n -арних ЧРФ для $f(x_1) = [\sqrt[3]{x_1}]$.

Типове завдання контрольної роботи за результатами СР

1. МНР-програма для $f(x, y) = 2x + y$.
2. Машина Тьюрінга для функції $f(x) = sg(x \cdot y)$.
3. Система Поста для $f(x) = x^4 - 2x$.
4. Вкажіть ОТ алгебри n -арних ЧРФ для $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_3)^{x_2+1}$.