

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

**факультет комп'ютерних наук та кібернетики
кафедра інформаційних систем**

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Заступник декана

з навчальної роботи

_____ Кашпур О.Ф.

«___» _____ 20__ року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Елементи категорного аналізу

для студентів

галузі знань **12 – "Інформаційні технології"**

спеціальність **121 – "Інженерія програмного забезпечення"**

освітня програма **"Програмне забезпечення систем"**

КИЇВ – 2017

Робоча програма дисципліни «Елементи категорного аналізу» для студентів спеціальності 121– «Інженерія програмного забезпечення» за освітньою програмою «Програмне забезпечення систем»

«_____» _____ 20__ року

Розробник: професор Провотар О.І., д.ф.-м.н.

Робоча програма дисципліни «Елементи категорного аналізу» затверджена на засіданні кафедри інформаційних систем

Протокол № _____ від “_____” 20__ року

Завідувач кафедри

(Провотар О.І.)

(підпис)

«_____» _____ 20__ року

Схвалено науково-методичною комісією факультету

Протокол від «_____» _____ 20__ року № _____

Голова науково-методичної комісії _____ (Хусаїнов Д.Я.)

(підпис)

«_____» _____ 20__ року

Затверджено на засіданні Вченої ради факультету комп’ютерних наук та кібернетики

Протокол від «_____» _____ 20__ року № _____

Вступ

Дисципліна „Елементи категорного аналізу” є складовою освітньо-професійної програми підготовки фахівців за освітньо-кваліфікаційним рівнем «магістр» галузі знань «Інформаційні технології», спеціальності «Інженерія програмного забезпечення».

Дисципліна «Елементи категорного аналізу» є дисципліною за *спеціальністю «Інженерія програмного забезпечення»*. Вона викладається у **2 семестрі** магістратури в **обсязі – 90 год. (3 кредити ECTS)** зокрема: *лекції – 28 год., самостійна робота – 60 год., консультації – 2 год.* В курсі передбачено 1 *змістовний модуль* та 1 *модульна контрольна робота*. Завершується дисципліна – **іспитом**.

Метою і завданням дисципліни є опанування методами розв’язування задач з різних предметних областей засобами категорної математики.

Предмет навчальної дисципліни „Елементи категорного аналізу” включає в себе розгляд понять категорії, класифікатора підоб’єктів, стрілок та їх властивостей, логіки в топосі.

В результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати: основні поняття теорії категорій та методи доведення тверджень на внутрішній мові категорій.

вміти: розв’язувати задачі теорії алгоритмів, дискретної математики та математичної логіки засобами теорії категорій, зокрема, будувати класи відношення еквівалентності в категорній аксіоматизації, давати алгебраїчну інтерпретацію оберненого образу, обчислювати булеві функції в топосі.

Вимоги до знань та вмінь. Для засвоєння курсу студент повинен знати базові поняття дискретної математики, математичної логіки та теорії алгоритмів. Студент повинен вміти будувати рекурсивні програми, будувати класи відношення еквівалентності, вміти виконувати алгебраїчні перетворення логічних виразів на підставі логічних тотожностей.

Місце дисципліни (в структурно-логічній схемі підготовки фахівців відповідного напрямку). Нормативна навчальна дисципліна „Елементи категорного аналізу” є складовою циклу професійної підготовки фахівців освітньо-кваліфікаційного рівня „магістр”.

Зв’язок з іншими дисциплінами. Навчальна дисципліна „Елементи категорного аналізу” використовує матеріал нормативних курсів з дискретної математики, теорії алгоритмів та математичної логіки, які читаються на першому та другому курсі.

Контроль знань і розподіл балів, які отримують студенти.

Контроль здійснюється за модульно-рейтинговою системою.

У змістовний модуль (ЗМ1) входять теми 1 - 7. Обов’язковим для іспиту є написання модульної контрольної роботи і набирання не менше 60 балів за результатами виконання змістовного модуля.

Оцінювання за формами контролю

| | ЗМ1 | |
|----------------------------|------------------------|-----------------------|
| | <i>Min.</i> – 36 балів | <i>Max.</i> -60 балів |
| Модульна контрольна робота | 36 | 60 |

Для студентів, які набрали сумарно меншу кількість балів ніж *критично-розрахунковий мінімум* – 60 балів для одержання іспиту/заліку обов'язково виконання додаткового завдання.

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі МКР здійснюються у відповідності до „Положення про порядок оцінювання знань студентів при кредитно-модульній системі організації навчального процесу” від 1 жовтня 2010 року.

При простому розрахунку отримаємо:

| | Змістовий модуль | іспит | Підсумкова оцінка |
|-----------------|------------------|-----------|-------------------|
| <i>Мінімум</i> | 36 | 24 | 60 |
| Максимум | 60 | 40 | 100 |

При цьому, кількість балів:

- **1-34** відповідає оцінці «незадовільно» з обов'язковим повторним вивченням дисципліни;
- **35-59** відповідає оцінці «незадовільно» з можливістю повторного складання;
- **60-64** відповідає оцінці «задовільно» («достатньо»);
- **65-74** відповідає оцінці «задовільно»;
- **75 - 84** відповідає оцінці «добре»;
- **85 - 89** відповідає оцінці «добре» («дуже добре»);
- **90 - 100** відповідає оцінці «відмінно».

Шкала відповідності

| За 100–бальною шкалою | За національною шкалою | |
|-----------------------|------------------------|---------------|
| 90 – 100 | 5 | відмінно |
| 85 – 89 | 4 | добре |
| 75 – 84 | | |
| 65 – 74 | 3 | задовільно |
| 60 – 64 | | |
| 35 – 59 | 2 | не задовільно |
| 1 – 34 | | |

ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Змістовий модуль. Елементи категорного аналізу

Тема 1. Математика = теорія множин? – 4 год.

Категорія Set – класична математика. Теорія множин з точки зору теорії категорій. Чи є функції множинами? Композиції функцій. Визначення та приклади категорій. Особливості введеної абстракції – категорії, відмінної від Set . Зв'язок з програмуванням.

Тема 2. Стрілки замість відношення належності. – 9 год.

Основні поняття та визначення теорії категорій. Мономорфізми, епіморфізми, ізоморфізми. Початкові, кінцеві, ізоморфні об'єкти. Добуток та кодобуток об'єктів категорії. Порівнювачі та копорівнювачі. Границі та кограниці. Обернений образ та амальгами. Повнота, експоненціювання.

Тема 3. Що таке топоси? – 12 год.

Топоси. Підоб'єкти. Відношення включення для підоб'єктів. Класифікація підоб'єктів. Визначення топоса.

Тема 4. Будова топоса. – 14 год.

Мономорфізми як порівнювачі. Образи морфізмів. Екстенціональність і двозначність. Визначення мономорфності та епіморфності через елементи.

Тема 5. Логіка в топосі. – 21 год.

Поява логіки в топосі. Пропозиціональні числення. Булеві алгебри. Алгебраїчна семантика. Логічні функції як морфізми. \mathcal{T} -семантики.

Тема 6. Алгебра підоб'єктів. – 14 год.

Алгебра підоб'єктів – доповнення, перетин, об'єднання. $Sub(d)$ – ґратка. Булеві топоси. Перегляд принципу екстенціональності.

Тема 7. Арифметика. – 14 год.

Арифметика. Натурально-числові об'єкти. Цілий та раціональний об'єкти. Примітивна рекурсія. Аксиоми Пеано.

СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ

| № Лекції | Назва лекції | Кількість годин | | |
|---|---|-----------------|---------------------|-------------------|
| | | Лекції | Практич. заняття | Самост. робота |
| Змістовий модуль <i>Елементи категорного аналізу</i> | | | | |
| 1 | <i>Математика = теорія множин? Категорія Set – класична математика. Теорія множин з точки зору теорії категорій. Чи є функції множинами? Композиції функцій. Визначення та прикладі категорій. Особливості введеної абстракції – категорії, відмінної від Set. Зв'язок з програмуванням. [1].</i> | 2 | - | 2 |
| 2 | <i>Стрілки замість відношення належності. Основні поняття та визначення теорії категорій. Мономорфізми, епіморфізми, ізоморфізми. Початкові, кінцеві, ізоморфні об'єкти Стрілки замість відношення належності. Добуток та кодобуток об'єктів категорії. Порівнювачі та копорівнювачі. Границі та кограниці.</i> | 2 | - | 2 |
| 3 | <i>Стрілки замість відношення належності. Обернений образ та амальгами. Повнота, експоненціювання.</i> | 2 | - | 3 |
| 4 | <i>Що таке топоси? Топоси. Підоб'єкти. Відношення включення для підоб'єктів.</i> | 2 | - | 3 |
| 5 | <i>Що таке топоси? Класифікація підоб'єктів. Визначення топоса</i> | 2 | - | 5 |
| 6 | <i>Будова топоса. Мономорфізми як порівнювачі. Образи морфізмів.</i> | 2 | - | 5 |
| 7 | <i>Будова топоса. Екстенціональність і двозначність. Визначення мономорфності та епіморфності через елементи.</i> | 2 | - | 5 |
| 8 | <i>Логіка в топосі. Поява логіки в топосі. Пропозиціональні числення.</i> | 2 | - | 5 |
| 9 | <i>Логіка в топосі. Булеві алгебри. Алгебраїчна семантика.</i> | 2 | - | 5 |
| 10 | <i>Логіка в топосі. Логічні функції як морфізми. \mathcal{T}-семантики.</i> | 2 | - | 5 |
| 11 | <i>Алгебра підоб'єктів. Алгебра</i> | 2 | - | 5 |

| | | | | |
|----|--|-----------|----------|-----------|
| | <i>підоб'єктів – доповнення, перетин, об'єднання. Sub(d) – ґратка.</i> | | | |
| 12 | <i>Алгебра підоб'єктів. Булеві топоси. Перегляд принципу екстенціональності.</i> | 2 | - | 5 |
| 13 | <i>Арифметика. Натурально-числові об'єкти. Цілий та раціональний об'єкти.</i> | 2 | - | 5 |
| 14 | <i>Арифметика. Примітивна рекурсія. Аксиоми Пеано.</i> | 2 | - | 5 |
| | Модульна контрольна робота | | | |
| | Всього | 28 | - | 60 |

Загальний обсяг 90 годин, в тому числі:

Лекції – 28 год.,

Самостійна робота – 60 год.

Консультації – 2 год.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ

Елементи категорного аналізу

ТЕМА 1. Математика = теорія множин? – (4 год.)

Лекція 1. Категорія *Set* – класична математика. Теорія множин з точки зору теорії категорій. Чи є функції множинами? Композиції функцій. Визначення та приклади категорій. Особливості введеної абстракції – категорії, відмінної від *Set*. Зв'язок з програмуванням. – (2 год.)

Завдання для самостійної роботи (2 год.)

Опрацювання матеріалів лекції.

Опрацювання матеріалів на тему «Визначення та приклади категорій»

Контрольні запитання та завдання

Визначення категорії.

Рекомендована література: [1, 2].

ТЕМА 2. Стрілки замість відношення належності. – (4 год.)

Лекція 2. Основні поняття та визначення теорії категорій. Мономорфізми, епіморфізми, ізоморфізми. Початкові, кінцеві, ізоморфні об'єкти. Добуток та кодобуток об'єктів категорії. Порівнювачі та копорівнювачі. Границі та кограниці.

Завдання для самостійної роботи (2 год.)

Опрацювання матеріалів лекції.

Контрольні запитання та завдання

Доведення мономорфності, епіморфності, ізоморфності. Задачі на початкові та кінцеві об'єкти категорії. Задачі на добуток та кодобуток, порівнювачі та копорівнювачі об'єктів категорії.

Рекомендована література: [1, 2].

ТЕМА 2. Стрілки замість відношення належності. – (5 год.)

Лекція 3. Обернений образ та амальгами. Повнота, експоненціювання. – (2 год.)

Завдання для самостійної роботи (3 год.)

Опрацювання матеріалів лекції.

Контрольні запитання та завдання

Побудова оберненого образу, амальгами, експоненціалу.

Рекомендована література: [1, 2].

ТЕМА 3. Що таке топоси? – (5 год.)

Лекція 4. *Топоси. Підоб'єкти. Відношення включення для підоб'єктів.* – (2 год.)

Завдання для самостійної роботи

(3 год.)

Опрацювання матеріалів лекції.

Контрольні запитання та завдання

Задачі на підоб'єкти.

Рекомендована література: [1, 2].

ТЕМА 3. Що таке топоси? – (7 год.)

Лекція 5. *Класифікація підоб'єктів. Визначення топоса.* – (2 год.)

Завдання для самостійної роботи

(5 год.)

Опрацювання матеріалів лекції.

Контрольні запитання та завдання

Задачі на класифікатор підоб'єктів.

Рекомендована література: [1, 2].

ТЕМА 4. Будова топоса. – (7 год.)

Лекція 6. *Мономорфізми як порівнювачі. Образи морфізмів.* – (2 год.)

Завдання для самостійної роботи

(5 год.)

Опрацювання матеріалів лекції.

Контрольні запитання та завдання

Задачі на властивості мономорфізмів в топосі.

Рекомендована література: [1, 2].

ТЕМА 4. Будова топоса. – (7 год.)

Лекція 7. *Екстенціональність і двозначність. Визначення мономорфності та епіморфності через елементи.* – (2 год.)

Завдання для самостійної роботи (5 год.)
Опрацювання матеріалів лекції.

Контрольні запитання та завдання
Задачі на доведення в екстенціональних топосах.

Рекомендована література: [1, 2].

ТЕМА 5. Логіка в топосі. – (7 год.)

Лекція 8. *Поява логіки в топосі. Пропозиціональні числення.* – (2 год.)

Завдання для самостійної роботи (5 год.)
Опрацювання матеріалів лекції.

Контрольні запитання та завдання
Повторення логіки. Задачі булевої алгебри.

Рекомендована література: [1, 2].

ТЕМА 5. Логіка в топосі. – (7 год.)

Лекція 9. *Булеві алгебри. Алгебраїчна семантика.* – (2 год.)

Завдання для самостійної роботи (5 год.)
Опрацювання матеріалів лекції.

Контрольні запитання та завдання
Задачі булевої алгебри.

Рекомендована література: [1, 2].

ТЕМА 5. Логіка в топосі. – (7 год.)

Лекція 10. *Логічні функції як морфізми. \mathcal{T} -семантики.* – (2 год.)

Завдання для самостійної роботи (5 год.)
Опрацювання матеріалів лекції.

Контрольні запитання та завдання
Логічні задачі в категорній аксіоматизації.

Рекомендована література: [1, 2].

ТЕМА 6. Алгебра підоб'єктів. – (7 год.)

Лекція 11. Алгебра підоб'єктів – доповнення, перетин, об'єднання. $Sub(d)$ – гратка. – (2 год.)

Завдання для самостійної роботи (5 год.)
Опрацювання матеріалів лекції.

Контрольні запитання та завдання
Задачі на об'єднання, перетин, доповнення.

Рекомендована література: [1, 2].

ТЕМА 6. Алгебра підоб'єктів. – (7 год.)

Лекція 12. Булеві топоси. Перегляд принципу екстенсiональностi. – (2 год.)

Завдання для самостійної роботи (5 год.)
Опрацювання матеріалів лекції.

Контрольні запитання та завдання
Задачі в булевих топосах.

Рекомендована література: [1, 2].

ТЕМА 7. Арифметика. – (7 год.)

Лекція 13. Натурально-числові об'єкти. Цілий та раціональний об'єкти. – (2 год.)

Завдання для самостійної роботи (5 год.)
Опрацювання матеріалів лекції.

Контрольні запитання та завдання
Задачі в топосах з натурально-числовим об'єктом. Задачі на побудову цілих та раціональних об'єктів.

Рекомендована література: [1-3].

ТЕМА 7. Арифметика. – (7 год.)

Лекція 14. Примітивна рекурсія. Аксиоми Пеано. – (2 год.)

Завдання для самостійної роботи

(5 год.)

Опрацювання матеріалів лекції.

Контрольні запитання та завдання

Наслідки теорем Фрейда. Задачі на доведення в категорній аксіоматизації.

Рекомендована література: [1, 2].

Типове завдання модульної контрольної роботи

1. Якщо в **Set** f – інєктивна, то f – порівнювач.
2. Якщо $a \equiv b$ і a – кінцевий, то b – кінцевий. Довести.
3. Нехай $\{0,1,2,3,4\}$ – предпорядок. Знайти добуток 2×3 .
4. Якщо $a \equiv b$, то $a \times c \equiv b \times c$. Довести.

Контрольні запитання до змістового модуля

1. Визначення категорії.
2. Мономорфізми. Епіморфізми. Ізоморфізми.
3. Початкові та кінцеві об'єкти. Теореми про ізоморфізм.
4. Добуток об'єктів категорії. Теорема про ізоморфізм.
5. Функторний добуток та кодобуток.
6. Порівнювачі. Теореми про порівнювачі.
7. Границі та кограниці. Приклади.
8. Обернетиний образ. Лема про квадрати.
9. Експоненціювання. Теорема про декартово замкнуту категорію.
10. Підоб'єкти.
11. Класифікація підоб'єктів.
12. Структура топоса. Теорема про епі-моно-розклад.
13. Об'єкти топоса. Теорема про точковий топос.
14. Логічні функції в топосі. Теорема про логічні функції.

Рекомендована література

1. Голдблатт Р. Топосы. Категорный анализ логики. –М. –Мир. –1983.
2. Джонстон П. Теория топосов –М. –Мир. –1978.
3. А.Г. Куц. Топосы. Задания и методические указания /Омск. Ун-т, 1989, 35 с./

Додаткова література

4. Статті в журналах

**Завдання для самостійної роботи з елементами дистанційного навчання
з дисципліни «Елементи категорного аналізу»
на період з 24 січня до 28 лютого 2018 р.**

для студентів

1 курсу
першого (магістерського) рівня
освітньої програми «Програмне забезпечення систем»
викладач-лектор: д.ф.-м.н., проф. Проватар О.І. (електронна пошта –
arowata1@bigmir.net).

***Види та форми контрольних заходів з перевірки самостійної роботи студентів,
критерії оцінювання***

Контроль за виконанням самостійної роботи студентами здійснюється у двох формах: у січні-лютому за допомогою електронних засобів (електронною поштою), у березні – шляхом проведення письмової контрольної роботи.

Контроль у січні-лютому 2018 р. відбувається у два етапи. Під час **першого етапу** (24 січня – 6 лютого 2018 р.) студенти мають вивчити запропоновані питання визначених тем на базовому рівні. Для підтвердження виконання завдання студенти мають надіслати відповіді на 10 тестових завдань та розгорнуту повну відповідь на одне теоретичне питання лектору Кривому С.Л. на електронну пошту arowata1@bigmir.net). не пізніше **5 лютого 2018 р.** Викладач оцінює виконані завдання в категоріях «зараховано» або «не зараховано». Щоб отримати оцінку «зараховано» потрібно правильно відповісти на 7 і більше тестових питань та дати вичерпну відповідь на теоретичне питання. Якщо студент отримає оцінку «не зараховано», у нього є час до **10 лютого** переробити завдання та надіслати їх викладачу повторно. Також на першому етапі студенти мають обрати собі тему для написання реферату для виконання завдання другого етапу самостійної роботи. Завдання першого етапу, які мають бути виконані та надіслані на електронну пошту викладача, подано у **додатку 1**.

На **другому етапі** самостійної роботи (6 лютого – 20 лютого 2018 р.) кожен студент має опанувати одне з питань винесених на самостійну роботу тем на поглибленому рівні. Підтвердженням його роботи в межах цього етапу є написання **реферату** по одному з питань. Тема реферату погоджується з викладачем.

Реферат має включати наступні структурні елементи: титульний аркуш, зміст, основна частина, список використаних джерел та літератури. Оформлення реферату наступне: *інтервал* між рядками 1,5; *шрифт* Times New Roman; *кегель* 14; *вирівнювання тексту* – по ширині. Рекомендований обсяг реферату: 8-12 сторінок. Реферат має бути надісланий лектору на електронну пошту arowata1@bigmir.net). не пізніше **20 лютого 2018 р.** Викладач оцінює реферат в категоріях «зараховано» або «не зараховано». Викладач повідомляє студенту електронною поштою, чи зарахований його реферат. Якщо реферат не зарахований, викладач вказує недоліки та вимоги щодо доопрацювання реферату. **Не допускається написання реферату на одну й ту ж тему більш ніж двома студентами академічної групи.** Ідентичні за змістом реферати отримують оцінку «не зараховано», студенти мають повторно підготувати реферати. У разі не зарахування реферату у студента є час до **27 лютого** для його доопрацювання з урахуванням висловлених викладачем зауважень.

Виконання першого етапу самостійної роботи (тестові завдання та одне теоретичне питання) є допуском до другого етапу. **Виконання другого етапу самостійної роботи (написання реферату) є допуском до написання контрольної роботи у березні 2018 р.** Якщо відповіді на питання та реферат здані невчасно без поважних причин, або не

зараховані, студент втрачає можливість написання контрольної роботи та отримання відповідних модульних балів, без можливості перескладання.

На контрольну роботу за підсумками самостійної роботи виносяться всі зазначені нижче теоретичні питання. Робота оцінюється максимум в **10 балів**. Вона включає в себе 5 тестових питань з проблематики, винесеної на самостійну роботу, та одне теоретичне питання. Правильна відповідь на кожне тестове завдання оцінюється в 1 бал. За розгорнуту відповідь на теоретичне питання студент може отримати від 1 до 5 балів. Теоретичне питання на контрольному заході може не співпасти з тим, яке досліджував студент у рефераті.

Критерії оцінювання відповіді студента на теоретичне питання:

- повнота розкриття питання 1-2 бали;
- логіка викладення 1 бал;
- використання основної і додаткової літератури 1 бал;
- аналітичні міркування, вміння робити висновки 1 бал.

Контрольна робота проводиться на першому семінарському занятті з курсу у березні 2018 р. Її тривалість – 1 академічна година. Друга академічна година буде присвячена розгляду перших двох питань семінарської теми з курсу «Стрілки замість відношення належності». (див. *Додаток 2*).

Теми та питання для самостійного опрацювання

Для самостійного опанування студентами у період з **24.01** до **28.02.18 р.** виносяться наступні теми, передбачені робочою програмою навчальної дисципліни:

Тема 1. Категорія **Set** – класична математика.

Тема 2. Основні поняття та визначення теорії категорій.

Тема 3. Стрілки замість відношення належності.

Тема 4. Що таке топоси?

Опанування тем відбувається шляхом вивчення студентами наступних **питань**, винесених на самостійну роботу:

- з теми 1:

- 1) Теорія множин з точки зору теорії категорій.
- 2) Чи є функції множинами?
- 3) Визначення та приклади категорій.

- з теми 2:

- 4) Мономорфізми, епіморфізми, ізоморфізми.
- 5) Початкові, кінцеві, ізоморфні об'єкти. Добуток та кодобуток об'єктів категорії. Порівнювачі та копорівнювачі.

- з теми 3:

- 6) Обернений образ та амальгами.
- 7) Повнота, експоненціювання

- з теми 4:

- 8) Топоси. Підоб'єкти.
- 9) Відношення включення для підоб'єктів.

Список основної рекомендованої літератури для виконання самостійної роботи

5. Голдблатт Р. Топосы. Категорный анализ логики. –М. –Мир. –1983.
6. Джонстон П. Теория топосов –М. –Мир. –1978.
7. А.Г. Куц. Топосы. Задания и методические указания /Омск. Ун-т, 1989, 35 с.

Повний список рекомендованої літератури для написання реферату та підготовки до контрольної роботи можна знайти у робочій програмі з курсу «Елементи категорного аналізу». Цей список студенти отримали у друкованому вигляді.