

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Факультет комп'ютерних наук та кібернетики
Кафедра прикладної статистики

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Заступник декана
з навчальної роботи

_____ Кашпур О. Ф.
«__» _____ 20__ року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ Теорія ймовірностей

для студентів

галузь знань	12 – Інформаційні технології
спеціальність	122 – Комп'ютерні науки
освітній рівень	бакалавр
освітня програма	Комп'ютерні науки
вид дисципліни	обов'язкова

Форма навчання	денна
Навчальний рік	2018/2019
Семестр	3
Кількість кредитів ECTS	3
Мова викладання, навчання та оцінювання	укр.
Форма заключного контролю	іспит

Викладачі: **д.ф.-м.н, проф. Лебедєв Є.О.**

Пролонговано: на 20__/20__ н.р. _____(_____) «__»____ 20__р.

на 20__/20__ н.р. _____(_____) «__»____ 20__р.

КИЇВ – 2018

Розробник: Лебедєв Є.О. докт. фіз.-мат. н., професор,
професор кафедри Прикладної Статистики

ЗАТВЕРДЖЕНО
Зав. кафедри Прикладної Статистики

_____ (Лебедєв Є.О.)

Протокол № __ від «__» _____ 20__ р.

Схвалено науково-методичною комісією факультету
комп'ютерних наук та кібернетики

Протокол від «__» _____ 20__ року №__

Голова науково-методичної комісії _____ (Хусаїнов Д.Я.)
(підпис)

«__» _____ 20__ року

1 Мета дисципліни – "Теорія ймовірностей" є глибоке вивчення методів математичного моделювання випадкових явищ та стохастичних експериментів, визначення та засвоєння ключових властивостей основних ймовірносних моделей. Отримання навичок творчого застосування отриманих знань до прикладних задач, які потребують ймовірносного аналізу.

2 Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни

Знати: основи математичного аналізу, дискретної математики та алгебри

Вміти: застосовувати знання з дискретної математики, математичного аналізу та алгебри

Володіти елементарними навичками: розв'язувати задачі з математичного аналізу та алгебри

3 Анотація навчальної дисципліни

Дисципліна має такі розділи: аксіоматика теорії ймовірностей, дискретні, неперервні та сингулярні випадкові величини, математичне сподівання, дисперсія, багатовимірні закони розподілу випадкових величин, закони великих чисел, центральні граничні теореми. Основним завданням є надати студентам базові знання про стохастичні експерименти, сформулювати вміння працювати з основними ймовірносними моделями, розвинути навички застосування отриманих знань до прикладних задач, які потребують ймовірсно-статистичного аналізу. Дисципліна є обов'язковою. Використовує поняття з математичного аналізу, дискретної математики та алгебри. Виступає базовою для дисциплін: актуарна математика, економетрика, фінансова математика, економіко-математичне моделювання, методи прийняття рішень. Викладається в 3-му семестрі, обсяг 90 год. (3 кредити ECTS), з них лекції – 22 год., семінари – 20 годин, самостійна робота – 48 год. Передбачено 2 змістових модулі, 2 модульні контрольні роботи та іспит.

4 Завдання (навчальні цілі)

набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) відповідно до освітньої кваліфікації бакалавра з комп'ютерних наук. Зокрема, розвивати:

- Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.
- Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.
- Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.
- Здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово.
- Здатність вчитися й оволодівати сучасними знаннями.
- Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.
- Здатність генерувати нові ідеї (креативність).
- Здатність працювати в команді.
- Здатність бути критичним і самокритичним.
- Здатність оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт.
- Здатність до математичного та логічного мислення, формулювання та досліджування математичних моделей, зокрема дискретних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп'ютерних наук, аналізу та інтерпретування.
- Здатність до виявлення закономірностей випадкових явищ, застосування методів статистичної обробки даних та оцінювання стохастичних процесів реального світу.
- Здатність до інтелектуального багатовимірного аналізу даних та їхньої оперативної аналітичної обробки з візуалізацією результатів аналізу в процесі розв'язування прикладних задач у галузі комп'ютерних наук.

5 Результати навчання за дисципліною

Результат навчання (РН) (1 – знати; 2 – вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність)		Форми викладання та навчання	Методи оцінювання	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання			

PH.1	Знати і розуміти основні розділи і задачі теорії ймовірностей. Володіти основними положеннями та методами теорії ймовірностей	Лекції, семінарські заняття	Модульна контрольна робота (МКР), іспит	40
PH.2	Вміти знаходити невідомі ймовірності подій, будувати функції розподілу випадкових величин та досліджувати їх характеристики			
PH.3	Демонструвати навички взаємодії з іншими людьми, вміння працювати в командах	Самостійна робота	МКР, іспит, поточне оцінювання (ПО)	50
PH.4.1	Уміти організувати власну діяльність та одержувати результат у рамках обмеженого часу	Самостійна робота	ПО	10
PH.4.2	Виявляти здатність до самонавчання та продовження професійного розвитку	Самостійна робота	ПО	

6 Співвідношення результатів навчання дисципліни з програмними результатами навчання

Програмні результати навчання	Результати навчання дисципліни				
	PH.1	PH.2	PH.4.1	PH.4.2	PH.3
<i>(з опису освітньої програми)</i>					
PP2. Використовувати сучасний математичний апарат неперервного та дискретного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, в професійній діяльності для розв'язання задач теоретичного та прикладного характеру в процесі проектування та реалізації об'єктів інформатизації за галузями.	+	+			
PP3. Демонструвати знання закономірностей випадкових явищ, їх властивостей та операцій над ними, моделей випадкових процесів та сучасних програмних середовищ для розв'язування задач статистичної обробки експериментальних даних і побудови прогнозних моделей.		+			

7 Схема формування оцінки

7.1 Форми оцінювання студентів:

- семестрове оцінювання:

Перший семестр

1. Модульна контрольна робота 1 та поточне оцінювання (PH.1, PH.2): 30 балів/15 балів.

2. Модульна контрольна робота 2 та поточне оцінювання (PH.1, PH.2): 30 балів/15 балів.

- підсумкове оцінювання (у формі екзамену):

- максимальна кількість балів які можуть бути отримані студентом: 40;

- результати навчання, які оцінюються: PH.1, PH.2, PH.3;

- форма проведення: письмова

- види завдань: два теоретичні питання (40%), три задачі (60%).

Студент допускається до екзамену, якщо в семестрі набрав не менше ніж 20 балів. Для отримання загальної позитивної оцінки з дисципліни оцінка за екзамен має бути не менше 20 балів.

7.2 Організація оцінювання

Терміни проведення оцінювання

Модульні контрольні роботи: № 1 – до 7 тижня, № 2 – до 13 тижня.

Студент має право один раз перескласти модульну контрольну роботу з можливістю отримати не більше 80% балів, призначених за роботу. Термін перескладання визначає викладач.

За відсутності студента з поважних причин перездача МКР здійснюється відповідно до «Положення про порядок оцінювання знань студентів при кредитно-модульній системі організації навчального процесу» від 1 жовтня 2010 року.

7.3 Шкала відповідності оцінок

Відмінно / Excellent	90-100
Добре / Good	75-89
Задовільно / Satisfactory	60-74
Незадовільно / Fail	0-59

8. Структура навчальної дисципліни. Тематичний план лекцій і практичних занять

№ п/п	Назва лекції	Кількість годин		
		лекції	семінари	С/Р
Змістовий модуль 1				
«Аксиоматика теорії ймовірностей та поняття дискретної випадкової величини»				
1	Поняття простору елементарних подій. Скінченна та зліченна ймовірнісна схема. Геометрична ймовірність.	2	2	4
2	Аксиоматика теорії ймовірностей. Умовна ймовірність. Поняття незалежності подій. Формули повної ймовірності та Байеса.	2	2	4
3	Дискретні випадкові величини. Схема Бернуллі. Закон розподілу дискретної випадкової величини. Математичне сподівання для дискретних випадкових величин та його властивості. Дисперсія та її властивості	2	2	5
4	Багатомірні закони розподілу дискретних величин. Нерівність Чебишова. ЗВЧ Чебишова. Граничні теореми в схемі Бернуллі.	2	1	4
	<i>Модульна контрольна робота 1</i>		2*	
Змістовий модуль 2				
«Випадкова величина в загальному сенсі. Граничні теореми»				
5	Теорема Каратеодорі. Абсолютно неперервні та сингулярні розподіли.	2	2	4
6	Функції від випадкових величин. Багатомірні розподіли (загальний випадок). Багатомірний нормальний розподіл. Незалежність випадкових величин (загальний випадок).	2	2	5
7	Знаходження функцій розподілу, щільностей суми, різниці, добутку та частки випадкових величин.	2	0	5
8	Математичне сподівання. Мультиплікативна властивість математичного сподівання. Формули обчислень математичного сподівання.	2	2	4
9	Нерівність Чебишова та ЗВЧ. Метод Монте Карло.	2	2	4
10	Гільбертів простір випадкових величин. Коваріація та коефіцієнт	2	2	4

* модульна контрольна робота проводиться викладачем на практичному занятті в обсязі 2 год.

	кореляції.			
11	Характеристичні функції. Метод характеристичних функцій доведення слабкої збіжності. Центральна гранична теорема та її застосування.	2	1	5
	Підсумкова модульна контрольна робота	1**		
	ВСЬОГО	22	20	48

Загальний обсяг 90 год.¹, в тому числі:

Лекцій – 22 год.

Семінари – 20 год.

Самостійна робота – 48 год.

Означити кілька понять, зв'язаних з циклами, рекурсією, масивами та вказівниками.

ПИТАННЯ НА ІСПИТ

1. Що є простір елементарних подій?
2. Як визначається ймовірність події в скінченній ймовірносній схемі?
3. Що є подією в зліченній ймовірносній схемі?
4. Дайте визначення геометричної ймовірності.
5. Які події називають незалежними?
6. Визначить поняття умовної ймовірності.
7. Поясніть сенс формули повної ймовірності.
8. Наведіть визначення дискретної випадкової величини.
9. Що є математичне сподівання та дисперсія дискретної випадкової величини?
10. Дайте визначення багатовимірного розподілу для дискретних випадкових величин.
11. Наведіть нерівність Чебишова та закон великих чисел у формі Чебишова.
12. Сформулюйте теореми Муавра-Лапласа та теорему Пуассона.
13. Дайте визначення випадкової величини загального типу.
14. Яку роль грає теорема Каратеодорі для визначення ймовірності довільної борелівської величини?
15. Дайте визначення багатовимірного розподілу.
16. Наведіть щільність багатовимірного нормального розподілу.
17. Дайте визначення математичного сподівання для випадкової величини загального типу.
18. Наведіть формулу для обчислення щільності суми двох незалежних випадкових величин.
19. Що розуміють під моментами випадкової величини, які їх властивості?
20. Визначте суть методу Монте Карло.
21. Що таке гільбертів простір випадкових величин, як виглядає нерівність Коші-Буняковського в цьому просторі?
22. Дайте визначення характеристичної функції, які властивості вона має.
23. Що розуміють під слабкою збіжністю послідовності випадкових величин?
24. Сформулюйте центральну граничну теорему.

5. Імітувати програму обробки масиву.

9. Рекомендовані джерела

а) основна:

1. Б.В. Гнеденко «Курс теории вероятностей» М., «Наука», 1969
2. И.И. Гихман, А.В. Скороход, М.Й. Ядренко «Теория вероятностей и математическая

** модульна контрольна робота проводиться лектором на лекції в обсязі 1 год. (півпару).

¹ Загальна кількість годин, відведених на дану дисципліну згідно навчального плану.

статистика», К., «Вища школа», 1979

3. А.А. Боровков «Теория вероятностей», М., «Наука», 1976
4. И.Н. Коваленко, А.А. Филипова «Теория вероятностей и математическая статистика», М.: Высш. шк., 1973
5. А.В. Скороход «Элементы теории вероятностей та випадкових процесів», К., «Вища школа», 1975
6. В. Феллер «Введение в теорию вероятностей и ее приложения», В 2т., М. «Мир» 1980
7. Є.О. Лебедев, М.М. Шарапов «Курс лекцій з теорії ймовірностей», К.:Норіта-плюс, 2007
8. Є.О. Лебедев, М.М. Шарапов «Вступ до теорії ймовірностей», К.:Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2010

б) додаткова:

9. А.Н. Ширяев «Вероятность», М., «Наука», 1980
10. Б.А. Севастьянов «Курс теории вероятностей и математической статистики», М., «Наука», 19

в) збірники задач:

11. Теория вероятностей: Збірник задач; За ред.А.В. Скорохода. К., «Вища школа», 1976
12. Є.О. Лебедев, О.А.Чечельницький, М.М. Шарапов, М.С. Братійчук «Збірник задач з теорії ймовірностей», Київський університет, 2006
11. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных процессов; Под ред. А.А. Свешникова, М., «Наука», 1970
12. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике, М., «Высшая школа», 1979.

10. Додаткові ресурси

- Використання онлайн програми для перевірки практичних знань Індекс <http://indexator.pp.ua>
- Використання усіх наявних авторських методичних матеріалів та електронних таблиць на сайті <http://teorver.pp.ua/ukr/ukr.php>

Типові завдання модульних контрольних робіт

Модульна контрольна робота № 1

Задача 1 Обчислити ймовірність того, що для даних тридцяти осіб з 12 місяців року на 6 місяців припадає по два дні народження, а на 6 – по 3 дні народження.

Задача 2 Симетрична монета підкидається до тих пір, доки вона не випаде два рази підряд однією стороною. Знайти ймовірність того, що число підкидань буде парним.

Задача 3 Значення α і β рівноможливі у квадраті $|\alpha| \leq 1$, $|\beta| \leq 1$. Знайти ймовірності наступних подій:

$A = \{\text{корені рівняння } x^2 + 2\alpha x + \beta = 0 \text{ є дійсними числами}\}$,

$B = \{\text{корені рівняння } x^2 + 2\alpha x + \beta = 0 \text{ є додатніми числами}\}$.

Задача 4 Серед N екзаменаційних білетів є n “щасливих”. За білетами студенти підходять один за одним. У кого більша ймовірність узяти щасливий білет: у того, хто підійшов першим, чи у того, хто підійшов другим?

Задача 5 Припустимо, що число пошкоджень транспортного засобу описується випадковою величиною v , яка має розподіл Паскаля з параметром $a > 0$. Звернення до страхової компанії за

відшкодуванням при цьому є незалежними подіями і мають ймовірність p . Показати, що число звернень буде мати розподіл Паскаля з параметром pa .

Задача 6 В схемі незалежних випробувань Бернуллі проводиться n дослідів з ймовірністю успіху в одному досліді p . Знайти найімовірнішу кількість успіхів.

Модульна контрольна робота № 2

Задача 1 Нехай майнові збитки описуються випадковою величиною ξ , яка має розподіл Парето з параметрами $\alpha > 0$ та $\lambda > 1$, щільність якого має вигляд:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\lambda}{\alpha} \left(\frac{\alpha}{x}\right)^{\lambda+1}, & x \geq \alpha \\ 0, & x < \alpha \end{cases}$$

Знайти математичне сподівання можливих збитків.

Задача 2 Довести, що $D\xi = M(\xi - M\xi)^2 = \min_a M(\xi - a)^2$

Задача 3 Знайти дисперсію випадкової величини, яка має рівномірний розподіл у проміжку $[a, b]$.

Задача 4 Сумісний розподіл випадкових величин ξ_1 та ξ_2 задається наступною щільністю:

$$f(x, y) = \begin{cases} 0, & (x, y) \notin [0, 1] \times [0, 1] \\ \frac{12}{13}(x^2 + 3xy), & (x, y) \in [0, 1] \times [0, 1] \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу суми $\xi_1 + \xi_2$.

Задача 5 Припустимо, що розмір одного кроку пішохода рівномірно розподілений в інтервалі від 70 см до 80 см і розміри різних кроків незалежні. Знайти ймовірність p_0 того, що за 10000 кроків пішохід пройде відстань не менше 7.49 км і не більше 7.51 км.