

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
факультет комп'ютерних наук та кібернетики

ПРОГРАМА

вступного іспиту до аспірантури за спеціальністю

113

Прикладна математика

Затверджено вченою радою
факультету комп'ютерних наук
та кібернетики

(протокол № 8 від «30» березня 2020 р.)

Київ – 2020

1. МАТЕМАТИЧНІ ОСНОВИ ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ

Теорія множин. Алгебраїчні системи. Основні операції над множинами; основні співвідношення. Прямий добуток. Потужність множин; порівняння множин; теорема Кантора-Бернштейна-Шредера. Бінарні відношення; основні класи бінарних відношень: еквівалентності, часткові та лінійні порядки, функціональні відношення. Основні операції над бінарними відношеннями: теоретико-множинні операції, добуток, інверсія, замкнення. Частково-впорядковані множини; основні класи: лінійно впорядковані, повністю впорядковані множини, повні решітки, решітки, піврешітки. Трансфінітна індукція.

Основи функціонального аналізу. Топологічні, метричні та лінійні нормовані простори. Збіжність і повнота. Банахів простір. Гільбертів простір. Лінійні оператори та функціонали, їх властивості. Теорема Ріса про зображення лінійного неперервного функціоналу. Теорема Хана-Банаха. Теорема Банаха про обернений оператор. Нелінійні функціонали. Варіація за Лагранжем, похідна за напрямком, похідна Фреше, Гато. Необхідні умови екстремуму.

Опуклий аналіз і теорія багатозначних відображень. Опуклі множини. Основні властивості Теорема розділення. Опуклі функції. Екстремальні властивості опуклих функцій. Опорні функції, функція Мінковського. Похідні за напрямком, субдиференціали. Метрика Хаусдорфа. Неперервні багатозначні відображення.

Оптимізація у скінченновимірних просторах. Постановка задачі математичного програмування. Необхідні і достатні умови екстремуму. Правило множників Лагранжа. Теорема Куна-Таккера. Двоїстість в математичному програмуванні. Теорема про мінімакс.

Звичайні диференційні рівняння. Задача Коші та крайова задача. Теорема існування та єдиність розв'язку задачі Коші. Неперервність і диференційованість розв'язків за параметрами і початковими даними. Структура загального розв'язку лінійної системи звичайних диференційних рівнянь. Фундаментальна матриця. Формула Коші. Стійкість, перший і другий методи Ляпунова, критерій Гурвіца, теорема Ляпунова, Барбашина-Красовського та Четаєва.

Рівняння математичної фізики. Класифікація квазілінійних диференційних рівнянь. Постановка основних крайових задач для лінійних диференційних рівнянь другого порядку. Проблема коректності.

Теорія ймовірностей та математична статистика. Аксиоматика Колмогорова теорії ймовірностей. Основні дискретні розподіли: біноміальний, геометричний, негативний біноміальний, пуассонівський. Основні неперервні розподіли: рівномірний, нормальний, показниковий. Ланцюги Маркова з дискретним часом та класифікація його станів. Пуассонівський процес. Броунівський рух. Вибірка та емпірична функція розподілу. Методи найбільшої вірогідності та метод моментів побудови оцінок невідомих параметрів. Властивості оцінок: незміщеність та слухність, асимптотична нормальність. Довірчі інтервали. Перевірка гіпотез.

ЛІТЕРАТУРА

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. - М.: Наука. 1989.
2. Моклячук М.П. Варіаційне числення. Екстремальні задачі. Підручник. - 2004.- 384 с.
3. Бейко І.В., Зінко П.М., Наконечний О.Г. Задачі, методи та алгоритми оптимізації. – К.: ВПЦ "Київський університет", 2012. – 799 с.
4. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. М.: Физматлит, 2005. - 384 с.

5. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. - М.: Факториал Пресс, 2002. -824 с.
6. Александров П.С. Введение в теорию множеств и общую топологию. - М.: Наука. 1977.
7. Гаращенко Ф.Г., Матвієнко В.Т., Пічкур В.В., Харченко І.І. «Диференціальні рівняння, варіаційне числення та їх застосування» - К., ВПЦ «Київський університет», 2015. – 271 с.
8. Гаращенко Ф.Г., Пічкур В.В. Прикладні задачі теорії стійкості. -К.: ВПЦ «Київський університет», 2014. - 142 с.
9. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. Учебник для вузов. — 2-е изд., стереотип. — М.: Физматлит, 2004. — 400 с.
10. Благодатских В.И. Введение в оптимальное управление. - М.: Высшая школа, 2001. - 239 с.
11. Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Оптимизация: теория, примеры, задачи. -- М.: Эдиториал УРСС, 2000. - 320 с.
12. Моклячук М.П. Негладкий аналіз та оптимізація. К.: Київ. нац. ун-т ім. Т. Шевченка, 2008. — 399 с.
13. Половинкин Е.С., Балашов М.В. Элементы выпуклого и сильно выпуклого анализа. -М.: Физматлит, 2004. -416 с.
14. Ширяев А.Н. Вероятность. – В. 2-х томах, М.:МЦНМО, 2007.
15. Крамер Г. Математические методы статистики. М.:Мир,1975.

2. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

1. Фізичне та математичне моделювання. Детерміновані, евристичні, імітаційні та ймовірнісні моделі. Внутрішні та зовнішні збурення.
2. Математичні моделі динамічних процесів із зосередженими параметрами. Дискретні та неперервні процеси. Адекватність моделей.
3. Математичні моделі динамічних процесів з розподіленими параметрами. Коректність моделей.
4. Методи ідентифікації параметрів математичних моделей.
5. Методи статистичного оцінювання параметрів моделей.
6. Методи перевірки гіпотез.
7. Методи оцінювання фазового стану при неповних спостереженнях. Задача фільтрації. Фільтр Калмана.

ЛІТЕРАТУРА

1. Стоян В.А. Моделювання та ідентифікація динаміки систем з розподіленими параметрами. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2008.
2. Стоян В.А. Математичне моделювання лінійних, квазілінійних і нелінійних динамічних систем. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2011.
3. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. 2-е изд., испр. – М.: Физматлит, 2002. –320 с.
4. Розенвассер Е.Н., Юсупов Р.М. Чувствительность систем управления. – М.: Наука, 1981.
5. Мышкис А.Д. Элементы теории математических моделей. М: КомКнига, 2007. — 192 с.
6. Хусаїнов Д.Я., Харченко І.І., Шатирко А.В. Основи моделювання динамічних систем. Навч. посібник. — К.: Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 2010. — 130 с.

3. СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ

1. Основні поняття системного аналізу і теорії систем. Означення системи. Цілісність систем. Принципи системного підходу. Класифікація задач і процедур системного аналізу.
2. Розкриття невизначеностей у задачах системного аналізу. Задачі та методи розкриття невизначеностей цілей. Розкриття ситуаційної невизначеності. Розкриття невизначеності в

задачах взаємодії. Розкриття невизначеності у задачах конфлікту стратегій. Задачі і методи розкриття системної невизначеності.

3. Математичне формулювання задач взаємодії і протидії коаліцій. Загальна стратегія розв'язання задач системної взаємодії або системної протидії коаліції.

4. Інформаційний аналіз системних задач. Аналіз кількісних та якісних характеристик інформації. Формалізація характеристик і показників інформованості особи, що приймає рішення (ОПР).

5. Основні процедури системного аналізу. Алгоритми проведення декомпозиції системи, агрегування. Основні типи агрегаторів.

6. Системна методологія передбачення. Сценарно-прецедентний аналіз як методологічна основа передбачення.

7. Математичні основи моделей і методів аналізу ієрархій. Модифіковані методи аналізу ієрархій.

8. Моделі багаторівневих ієрархічних систем. Модель ієрархії шарів, стратифіковані та багатошарові моделі систем. Узагальнена структура дворівневих ієрархічних систем. Декомпозиція підсистем.

9. Координація в дворівневих ієрархічних системах. Постулат сумісності. Поняття принципів координації.

10. Моделі ієрархічних систем керування. Алгоритми розв'язування задач оптимального керування для дворівневих систем. Моделі розподілу ресурсів в ієрархічних системах.

ЛІТЕРАТУРА

1. Перегудов Ф.И., Тарасенко Ф.П. Введение в системный анализ. – М.: Высшая школа, 1989.- 368 с.

2. Згуровский М.З., Панкратова Н.Д. Основы системного анализа. - К.: Вид.група ВНУ, 2007. – 544с.

3. Волкова В.Н., Денисов А.А. Основы теории систем и системного анализа. - СПб: "СПбГТУ", 2001.-370 с.

4. Месарович У., Такахара И. Теория многоуровневых иерархических систем. М.: Мир. – 1982.

5. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа. М.: Наука.- 1986.

6. Пономаренко О.І., Пономаренко В.О. Системні методи в економіці, менеджменті та бізнесі: Навчальний посібник. - К.: Либідь, 1995. - 240 с.

7. Панкратова Н.Д., Недашківська Н.І. Моделі і методи аналізу ієрархій. Теорія. Застосування. - К.: НТТУ "КПІ", 2010. – 372 с.

8. Лямец В.И., Тевяшев А.Д. Системный анализ. Вводный курс. - Харьков: ХНУРЭ, 2004.-448 с.

9. Герасимов Б.М. та інші. Інтелектуальні системи підтримки прийняття рішень. – К.: В-во "Європ. ун-т", 2007. – 335 с.

4. МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ

1. Лінійне програмування. Теорема двоїстості. Симплекс-метод.

2. Методи безумовної оптимізації і їх класифікація (методи градієнтного спуску, Ньютона, спряжених градієнтів, квазіньютонівські).

3. Методи умовної оптимізації (зовнішніх та внутрішніх штрафів; можливих напрямків; проекції градієнтів, умовного градієнту).

4. Методи дискретної оптимізації.

5. Методи стохастичного програмування.

6. Методи негладкої оптимізації.

7. Поняття ефективного розв'язку багатокритеріальних задач оптимізації та його узагальнення. Методи багатокритеріальної оптимізації.

ЛІТЕРАТУРА

1. Бейко І.В., Зінько П.М., Наконечний О.Г. Задачі, методи та алгоритми оптимізації. – К.: ВПЦ "Київський університет", 2012. – 799 с.
2. Сергиенко И.В. Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации. - К.: Наукова думка. 1985.
3. Васильев Ф.П., Иваницкий А.Ю. Линейное программирование. –М.: Факториал Пресс, 2008.– 328с.
4. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. - М.: Наука. 1982.
5. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. - М.: Факториал Пресс, 2002. -824 с.
6. Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. Курс методов оптимизации. -М.: Физматлит, 2005. -368 с.
7. Поляк Б.Т. Введение в оптимизацию. М.: ЛЕНАНД, 2014. – 392 с.
8. Нестеров Ю.Е. Методы выпуклой оптимизации. М.: Издательство МЦНМО, 2010. - 281 с.
9. Измаилов А.Ф., Солодов М.В. Численные методы оптимизации. -М.: Физматлит, 2005. — 304 с.

5. ТЕОРІЯ ІГОР

1. Матричні ігри. Чисті та змішані стратегії.
2. Теореми про мінімакс, сідлова точка. Оптимальні стратегії, їх властивості.
3. Неперервні ігри, функції розподілу. Ігри з опуклою функцією виграшу.
4. Ігри N осіб. Парето-оптимальні розв'язки. Рівновага за Нешем.
5. Диференційні ігри, ігри переслідування та втечі.

ЛІТЕРАТУРА

1. Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Шевкопляс Е.В. Теория игр. СПб.: БХВ-Петербург, 2012 — 432 с.
2. Жуковский В.И., Чикрий А.А. Линейно-квадратичные дифференциальные игры. — К. : Наук.думка, 1994. — 319с.

6. ВАРІАЦІЙНЕ ЧИСЛЕННЯ, ТЕОРІЯ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ

1. Задачі варіаційного числення. Необхідні умови екстремуму. Рівняння Ейлера.
2. Достатні умови екстремуму (поле екстремалей, умови Якобі, функція Вейерштраса).
3. Керованість і спостережуваність в лінійних системах керування. Критерії керованості і спостережуваності.
4. Множина досяжності системи керування. Диференціальні включення та їх зв'язок з задачами керування.
5. Задача оптимального керування. Принцип максимуму Понтрягіна і його застосування.
6. Оптимальне за швидкодією керування лінійною системою.
7. Метод динамічного програмування в задачах оптимального керування. Диференційне рівняння Белмана. Достатні умови оптимальності.
8. Існування розв'язків у задачах оптимального керування.
9. Задачі середньоквадратичного оцінювання розв'язків стохастичних рівнянь та фільтр Калмана - Б'юсі.
10. Задачі керування стохастичними системами при неповній інформації. Теореми розділення.
11. Наближені методи знаходження оптимальних керувань.
12. Керування системами з розподіленими параметрами.

ЛІТЕРАТУРА

1. Александров В.В., Болтянский В.Г., Лемак С.С., Парусников Н.А., Тихомиров В.М. Оптимальное управление движением. - М.: Физматлит, 2005. - 276 с.
2. Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р. Математическая теория конструирования систем управления. -- М.: Высшая школа, 2003. -- 614 с.
3. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. М.: Физматлит, 2005. - 384 с.
4. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. - М.: Факториал Пресс, 2002. -824 с.
5. Благодатских В.И. Введение в оптимальное управление. -- М.: Высшая школа, 2001. - 239 с.
6. Егоров А.И. Основы теории управления. -- М.: Физматлит, 2004. - 504 с.
7. Флеминг У., Ришел Р. Оптимальное управление детерминированными и стохастическими системами. - М.: Мир, 1978. - 316 с.
8. Острем К.Ю. Введение в стохастическую теорию управления. М.: Мир, 1973. - 324 с.
9. Башняков О.М., Пічкур В.В. Задача синтезу в теорії керування: Навчальний посібник. - К.: Сталь, 2012. - 116 с.
10. Бублик Б.Н., Кириченко Н.Ф. Основы теории управления. – Киев: Наукова думка, 1975.

7. ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ

1. Методи інтерполяції. Сплайни.
2. Методи чисельного інтегрування.
3. Методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Метод Гауса. Метод квадратних коренів. Метод ортогоналізації. Однокрокові ітераційні процеси (простої ітерації, Гауса-Зейделя, верхньої релаксації).
4. Алгебраїчна проблема власних значень і методи її розв'язання.
5. Узагальнені розв'язки систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Псевдообернені матриці. Сингулярне розкладання матриць. Методи А.Н. Тихонова, сингулярного розкладання, псевдообернення матриць.
6. Ітераційні методи розв'язування нелінійних рівнянь і систем нелінійних рівнянь.
7. Однокрокові методи чисельного інтегрування задачі Коші. Явний і неявний методи Ейлера, Рунге - Кутти. Методи Ейлера — Коші.
8. Багатокрокові методи чисельного інтегрування задачі Коші. Збіжність і стійкість багатокрокових методів.
9. Числові методи розв'язування диференціальних рівнянь в частинних похідних. Проекційні методи. Метод Гальборкіна. Сіткові методи.

ЛІТЕРАТУРА

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Бинوم. Лаборатория знаний, 2003. - 632 с.
2. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы математической физики. - М.: Научный мир, 2000 - 358 с.
3. Савула Я.Г. Числовий аналіз задач математичної фізики варіаційними методами. - Львів: видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2004. - 228 с.
4. Гаврилюк І.П., Макаров В.Л. Методи обчислень. Частина 1. - К.: Вища шк., 1995. — 367 с.
5. Гаврилюк І.П., Макаров В.Л. Методи обчислень. Частина 2. - К.: Вища шк., 1995. — 431 с.

8. МАТЕМАТИЧНА ЛОГІКА ТА ТЕОРІЯ АЛГОРИТМІВ

1. Алгебра логіки: булеві функції та їхня реалізація формулами; нормальні форми; теорема Поста про повноту системи булевих функцій.

2. Пропозиційна логіка (логіка висловлень): мова, поняття тавтології; пропозиційне числення (числення висловлень), його коректність та повнота.
3. Логіки першого порядку, їх мови та інтерпретації; істинність, виконуваність формул; відношення логічного наслідку й логічної еквівалентності.
4. Аксиоматичні системи логік першого порядку (теорії першого порядку), приклади; поняття несуперечливості, повноти; теорема дедукції; теорема Геделя про повноту. Формальна арифметика; теореми Геделя про неповноту.
5. Алгоритми, їх характерні властивості. Формальні уточнення понять алгоритму та обчислюваної функції: машини Тьюрінга, нормальні алгоритми Маркова; функції, обчислювані на машинах з необмеженими регістрами).
6. Примітивно рекурсивні, частково рекурсивні, рекурсивні функції, їх властивості.
7. Рекурсивні та рекурсивно перелічні множини, їх властивості; рекурсивні та частково рекурсивні предикати, їх властивості.
8. Алгоритмічні проблеми: розв'язні, частково розв'язні, нерозв'язні; нерозв'язність проблем зупинки і самозастосовності. Теореми Райса, Райса-Шапіро.

ЛІТЕРАТУРА

1. Нікітченко М.С., Шкільняк С.С. Математична логіка та теорія алгоритмів. Підручник. – К.: ВПЦ Київський університет, 2008. – 528 с.
2. Клини С. Математическая логика. – М.: Наука, 1973.
3. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. – М.: Наука, 1976.
4. Катленд Н. Вычислимость. Введение в теорию рекурсивных функций. – М.: Мир, 1983.
5. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции. – М.: Наука, 1965.

9. МЕТОДИ ПРОГРАМУВАННЯ

1. Операційні системи.
2. Засоби програмування (процедурно та об'єктно-орієнтовані).
3. Інформаційні системи. Пакети програм і системи підтримки прийняття рішень.
4. Основи машинної графіки. Комп'ютерний зір.
5. Бази даних і системи керування базами даних.
6. Інтелектуальні, експертні системи.
7. Технологія обчислювального експерименту в науковому дослідженні. Планування експериментів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Андон Ф. И., Коваль Г. И., Коротун Т. М., Суслов В. Ю. Основы инженерии качества программных систем. – К.: Академперіодика, 2002.
2. Якобсон А., Буч Г., Рамбо Дж. Унифицированный процесс разработки программного обеспечения: Пер. с англ. – СПб.: Питер, 2002.
3. Шафрин Ю. Информационные технологии. - М., 2000.
4. Дейт К. Введение в системы баз данных. 6-е изд. – К.: Диалектика, 1998.
5. Роджерс Д., Адамс Дж. Математические основы машинной графики. – М.: Наука, 2001.
6. Тыгу Э.Х. Концептуальное программирование. - М.: Наука, 1984.
7. Форсайт Д., Понс Ж. Компьютерное зрение. Современный поход. Пер. С англ. - М: Вильямс, 2004.

10. ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ВІДНОВЛЕННЯ

1. Основні поняття теорії ймовірностей.
2. Типи збіжності послідовностей випадкових величин.
3. Елементарна теорема відновлення. Стаціонарний процес відновлення.
4. Теорема Блекуелла.
5. Ключова теорема відновлення.
6. Узагальнені процеси відновлення. Рівняння відновлення.
7. Регенеративні процеси.
8. Випадкові блукання з бар'єром.
9. Збурені випадкові блукання.
10. Гратка Бернуллі.

ЛІТЕРАТУРА

1. Іксанов О.М. Елементи теорії відновлення. Електронний навчальний посібник. – КНУ ім. Т.Шевченка, 2012-2017. Доступний за адресою <http://do.unicyb.kiev.ua/index.php/uk/2011-01-03-10-24-53/11-2011-01-03-10-44-09>
2. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Том 2. –М.: Мир,1984.
3. Durrett, R. Probability theory and examples. -- Cambridge: Cambridge University Press, 4th edition, 2010.
4. Resnick, S.I. Adventures in stochastic processes.--4rd printing.~--Boston: Birkhauser, 4rd printing, 2005.

11. ТЕОРІЯ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ

1. Моделі систем масового обслуговування.
2. Системи масового обслуговування в умовах великого навантаження.
3. Граничні теореми для потоків рідкісних подій.
4. Асимптотичне укрупнення складних систем.
5. Ймовірнісне моделювання.

ЛІТЕРАТУРА

1. Анисимов В.В., Закусило О.К., Донченко В.С. Элементы теории массового обслуживания и асимптотического анализа. –К.: Вища школа, 1987.
2. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. –М.: ПКИ, 2007.

12. ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ НАДІЙНОСТІ

1. Ймовірнісні методи в теорії надійності. Основні характеристики надійності.
2. Основні розподіли теорії надійності: Вейбулла-Гнеденка, Ерланга, гамма розподіл, нормальний, логарифмічно нормальний, суміш розподілів, ЗФІ-та СФІ- розподіли.
3. Асимптотичний розподіл та моменти залишкового часу життя.
4. Статистичні оцінки характеристик надійності. Метод найбільшої вірогідності для цензурованих випробувань. Методи квантилів та моментів.
5. Послідовне та паралельне з'єднання елементів.
6. Метод статистичного моделювання Монте-Карло. Приклади застосування.
7. Теореми Хінчина та Грігеліоніса та їх застосування.
8. Марковські моделі в аналізі надійності систем.
9. Моделювання випадкових векторів та процесів.
10. Моделювання процесу загибелі та розмноження.
11. Напівмарковські процеси. Приклади застосування.

ЛІТЕРАТУРА

1. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности. – М.: Либроком, 2013.
2. Барлоу Р., Прошан Ф. Статистическая теория надежности и испытания на безопасность. – М.: Наука, 1984.
3. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Статистическое моделирование. – М.:Наука, 1982.
4. Ермаков С.М., Метод Монте-Карло и смежные вопросы. – М.:Наука, 1971.

Програму склали:

Завідувач кафедри
дослідження операцій

О.М. Іксанов

Завідувач кафедри теорії
та технологій програмування

М.С. Нікітченко

Професор кафедри
обчислювальної математики

В.В. Семенов

Професор кафедри системного
аналізу та теорії прийняття рішень

Є.В. Івохін

Доцент кафедри моделювання
складних систем

В.В. Пічкур