

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

ФАКУЛЬТЕТ КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК ТА КІБЕРНЕТИКИ  
Кафедра дослідження операцій

«ЗАТВЕРДЖУЮ»  
Заступник декана з навчальної роботи  
Кашпур О.Ф.  
«26» жовтня 2018 року



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

ОПЕРАТОРНІ АЛГЕБРИ ТА ЗАСТОСУВАННЯ В КВАНТОВІЙ  
ТЕОРІЇ ІНФОРМАЦІЇ

для аспірантів

галузь знань	11 «Математика та статистика»
спеціальність	113 «Прикладна математика»
освітній рівень	третій (освітньо-науковий)
освітньо-наукова програма	«Прикладна математика»
вид дисципліни	вибіркова

Форма навчання	денна / заочна
Навчальний рік	2018/2019
Рік навчання	2
Кількість кредитів ECTS	4
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Форма заключного контролю	екзамен

Викладачі: доцент Проскурін Д.П., д.ф.-м.н.

Пролонговано: на 2019/2020 н.р.  
на 2020/2021 н.р.

Проскурін (прот. №9) «15» 04 2019 р.  
Проскурін (протокол №8) «30» 03 2020 р.

Розробник: **Проскурін Данило Павлович**, д.ф.-м.н., доцент кафедри дослідження операцій

Робочу програму дисципліни «ОПЕРАТОРНІ АЛГЕБРИ ТА ЗАСТОСУВАННЯ В КВАНТОВІЙ ТЕОРІЇ ІНФОРМАЦІЇ» затверджено на засіданні кафедри дослідження операцій

ЗАТВЕРДЖЕНО

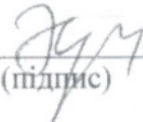
Завідувач кафедри дослідження операцій

\_\_\_\_\_  Іксанов О.М.  
(підпис)

Протокол №5 від «31» 01 2018 р.

Схвалено науково-методичною комісією факультету комп'ютерних наук та кібернетики

Протокол від «14» 02 2018 року № 6

Голова науково-методичної комісії \_\_\_\_\_  професор, д.ф.-м.н. Хусаїнов Д.Я.  
(підпис)

**1. Мета дисципліни:** Критичний аналіз проблем та методів математичного апарату теорії операторних алгебр та їх застосувань в теорії операторів: теорією комутативних  $C^*$ -алгебр, теорією аппроксимативно-скінченних  $C^*$ -алгебр, основами теорії алгебр фон Ноймана.

**2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни**

1. *Знати:* основи теорії унітарних просторів та спектральні теореми для нормальних, самоспряжених та унітарних операторів, поняття обмеженого оператора, гільбертового простору, основи топології.
2. *Вміти:* обчислювати спектр.

**3. Анотація навчальної дисципліни:** Дисципліна «Операторні алгебри та застосування в квантовій теорії інформації» належить до переліку дисциплін вільного вибору здобувача третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти. В даній дисципліні докладно розглянуто математичний апарат, що активно використовується в сучасній теоретичній фізиці, теорії квантових обчислень та теорії квантової інформації. Будуть розглянуті основні поняття теорії просторів Фока, досліджено універсальні  $C^*$ -алгебри, породжені ізометріями, побудовано узагальнення розкладу Вольда ізометричного оператора.

Навчальна дисципліна «Операторні алгебри та застосування в квантовій теорії інформації» є складовою освітньо-професійної програми підготовки фахівців за третім (освітньо-науковим) рівнем вищої освіти *галузі знань* 11 „Математика та статистика” зі *спеціальності* 113 „Прикладна математика”, *освітньо-наукової програми* „Прикладна математика”.

Викладається на другому році навчання **обсягом – 120 год.**

**4 кредити ECTS**, зокрема: *лекції – 18 год., практичні заняття – 4 год., консультації – 2 год., самостійна робота – 96 год.*

У курсі передбачено **2 змістовні частини** та **2 контрольні роботи**.

Завершується дисципліна – **іспитом**.

**4. Завдання (навчальні цілі):** набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у інформаційних технологіях відповідно науково-освітньої кваліфікації «Доктор філософії». Зокрема, розвивати здатність формулювати наукову проблему, робочі гіпотези досліджуваної проблеми, що передбачає глибоке переосмислення наявних та створення нових цілісних знань та/або професійної практики, оцінювати нові прикладні аспекти виконаних досліджень і виконувати їх можливу адаптацію для подальшого розвитку в прикладному напрямку.

**5. Результати навчання за дисципліною:**

Результат навчання (РН) (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність)	Результат навчання	Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код				
РН 1.1	Знати означення, факти, теореми та твердження теорії операторних алгебр, поняття з теорії лінійних операторів	Лекція, самостійна робота	Контрольна робота, 60% правильних відповідей, іспит	20%
РН 1.2	Знати основні теореми та принципи спектральної теорії	Лекція, самостійна робота		
РН 1.3	Знати основи теорії комутативних $C^*$ -алгебр, теорії	Лекція,		

	скінченновимірних $C^*$ -алгебр та теорії апроксимативно скінченних $C^*$ -алгебр	<i>самостійна робота</i>		
PH 1.4	Знати основи структурної теорії $C^*$ -алгебр, породжених ізометріями.	<i>Лекція, самостійна робота</i>		
PH 2.1	Вміти застосовувати методи операторних алгебр до класичних задач теорії операторів, будувати діаграми Брателі апроксимативно-скінченних $C^*$ -алгебр	<i>Лекція, самостійна робота</i>	<i>Контрольна робота, 60% правильних відповідей, захист проекту, іспит</i>	15%
PH 2.2	Вміти обчислювати впорядковані К-групи апроксимативно-скінченних $C^*$ -алгебр	<i>Практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>Контрольна робота, 60% правильних відповідей, захист проекту, іспит</i>	15%
PH 2.3	Вміти розв'язувати задачі, пов'язані із обчисленням спектру класів обмежених операторів на гільбертовому просторі	<i>Практичне заняття, самостійна робота</i>		15%
PH 3.1	Вільне компетентне спілкування в діалоговому режимі з фахівцями з теоретичної фізики, теорії квантових обчислень та теорії квантової інформації.	<i>Практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>Захист проекту, іспит</i>	20%
PH 4.1	Безперервний розвиток до самовдосконалення.	<i>Самостійна робота</i>	<i>Захист проекту, іспит</i>	15%

## 6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Результати навчання дисципліни	PH 1.1	PH 1.2	PH 1.3	PH 1.4	PH 2.1	PH 2.2	PH 2.3	PH 3.1	PH 4.1
<b>Програмні результати навчання</b>									
<b>ПРН-1.</b> Аналізувати сучасні передові концептуальні та методологічні знання в галузі науково-дослідницької та/або професійної діяльності і на межі предметних галузей знань.					+	+	+	+	+
<b>ПРН-9.</b> Знати, розуміти і застосовувати математичні концепції, методи системного аналізу і математичного моделювання.	+	+	+	+	+	+	+		

## 7. Схема формування оцінки.

### 7.1 Форми оцінювання аспірантів:

- семестрове оцінювання:

1. *Контрольна робота*: РН 1.1, РН 1.2, РН 1.3, РН 1.4, РН 2.1, РН 2.2., РН 2.3 –30 балів / 18 балів
2. *Підготовка проєкту за результатами самостійної роботи*:: РН 2.1, РН 2.2, РН 2.3, РН 3.1, РН 4.1– 30 балів / 18 балів

- **підсумкове оцінювання (у формі екзамену):**

*максимальна кількість балів, які можуть бути отримані студентом*: 40 балів

*результати навчання, які будуть оцінюватись*: РН 1.1, РН 1.2, РН 1.3, РН 1.4, РН 2.1, РН 2.2, РН 2.3, РН 3.1, РН 4.1.

*форма проведення*: письмова робота.

*види завдань*: 2 теоретичних запитання, 2 задачі.

### Критерії оцінювання на іспиті

Завдання	Тема завдання	Максимальний відсоток від 40 балів	Всього відсотків
Завдання 1	Письмове запитання з загальної теорії $C^*$ -алгебр	25%	25%
Завдання 2	Письмове запитання з теорії скінченновимірних, або апроксимативно скінченновимірних $C^*$ -алгебр	25%	25%
Завдання 3	Модельна задача з реалізації абстрактної $C^*$ -алгебри операторами	25%	25%
Завдання 4	Модельна задача з побудови розкладу Вольда, чи його застосувань.	25%	25%
			<b>100%</b>

### Запитання для підготовки до іспиту

1. Означення та приклади  $C^*$ -алгебр.
2. Комутативні  $C^*$ -алгебри: теорія характерів та канонічна реалізація.
3. Додатні лінійні функціонали та реалізація абстрактної  $C^*$ -алгебри операторами.
4. Скінченновимірні та апроксимативно скінченні  $C^*$ -алгебри. Діаграми Брателі та  $K$ -теорія.
5. Ізометричні оператори. Розклад Вольда.
6.  $C^*$ -алгебри, породжені ізометріями, та їх узагальнення.
7. Фоківський простір, фоківське зображення та узагальнений розклад Вольда.
8. Застосування в квантовій теорії інформації.

## 7.2. Організація оцінювання:

- **Терміни проведення оцінювання:**

*Контрольна робота* – до 6 тижня навчального періоду.

*Здача проєкту* – до 7 тижня навчального періоду.

Якщо аспірант з поважних причин, які підтверджено документально, був відсутній при написанні модульної контрольної роботи, він має право на одне перескладання з можливістю отримання максимальної кількості балів. Термін перескладання визначається викладачем.

У разі неякісного виконання домашньої роботи, викладач має право не зарахувати домашню роботу, або знизити за неї бали.

Здобувач третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти має право здавати домашні роботи після закінчення визначеного для них терміну, але з втратою одного балу за кожний тиждень, який пройшов з моменту закінчення терміну її здачі.

Якщо впродовж семестру аспірант не з'являвся на заняття (не залежно від причин), не має модульних оцінок, у відповідних графах „Відомості обліку успішності КМСОНП” виставляються „0”, а у графі іспиту – відмітка про недопуск.

Аспірант допускається до складання іспиту, якщо кількість набраних ним балів за семестр становить не менше 20 балів.

Іспит вважається не зданим, якщо сумарна кількість балів з дисципліни складає менше 60 балів

### 7.3. Шкала відповідності оцінок

Відмінно / Excellent	90-100
Добре / Good	75-89
Задовільно / Satisfactory	60-74
Незадовільно / Fail	0-59

### 8. Структура навчальної дисципліни. Тематичний план занять

№ п/п	Номер і назва теми	Кількість годин		
		Лекції	Практичні заняття	Самостійна робота
<b>Частина 1. Елементи загальної теорії <math>C^*</math>-алгебр</b>				
1	<b>Тема 1.</b> Аксиоми та елементарні властивості $C^*$ -алгебр. <i>Самостійна робота:</i> Означення та властивості ортогональних проекторів.	2		10
2	<b>Тема 2.</b> Спектральна теорія. Теореми про непустоту спектра та спектральний радіус. <i>Самостійна робота:</i> Означення та властивості ортогональних проекторів.	2		9
3	<b>Тема 3.</b> Комутативні $C^*$ -алгебри <i>Самостійна робота:</i> Спектральна теорема для компактного нормального оператора	2		9
4	<b>Тема 4.</b> Реалізація абстрактної $C^*$ -алгебри операторами. <i>Самостійна робота:</i> Спектральна теорема для компактного нормального оператора	2		9
5	<b>Тема 5.</b> Скінченновимірні та апроксимативно скінченні $C^*$ -алгебри. <i>Самостійна робота:</i> Раціональні некомутативні тори та їх розширення.	2		9
<b>Частина 2. <math>C^*</math>-алгебри, породжені ізометріями</b>				
6	<b>Тема 6.</b> Ізометричний оператор та розклад Вольда. <i>Самостійна робота:</i> Часткові ізометрії та їх властивості.	2		9

7	<b>Тема 7.</b> $C^*$ -алгебри, породжені ізометріями. <i>Самостійна робота:</i> Еквівалентність ортогональних проекторів по Мюррею-фон Нойману.	2		9
8	<b>Тема 8.</b> Побудова фоківського простору для алгебр породжених ізометріями та їх узагальнень. <i>Самостійна робота:</i> Еквівалентність ортогональних проекторів по Мюррею-фон Нойману.	2		9
9	<b>Тема 9.</b> Застосування в квантовій теорії інформації <i>Самостійна робота:</i> Властивості матричних алгебр.		2	11
10	<b>Тема 10.</b> Модельні задачі з спектральної теорії <i>Самостійна робота:</i> Властивості матричних алгебр.		2	6
11	<b>Тема 11.</b> Модельні задачі з $K$ -теорії. <i>Самостійна робота:</i> Властивості матричних алгебр.	1		6
	Контрольна робота	1		
	<b>Всього</b>	<b>18</b>	<b>4</b>	<b>96</b>

**Загальний обсяг – 120 год.,** в тому числі:

Лекцій - **18 год.**

Практичні заняття - **4 год.**

Консультації - **2 год.**

Самостійна робота - **96 год.**

### **9. Рекомендовані джерела**

1. J. Murphy,  $C^*$ -algebras and operator theory - Mathematical Surveys and Monographs, 131. Providence, RI, American Mathematical Society, 2006. - 410 p.  
<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.65.7544&rep=rep1&type=pdf>
2. K. Davidson,  $C^*$ -algebras by Examples- Singapore: World Scientific Publishing Company, 2005. - 348 p.
3. H. Wegge-Olsen,  $K$ -theory for  $C^*$ -algebras - Singapore: World Scientific, 1991. - 136 p.