

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Факультет комп'ютерних наук та кібернетики

«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Заступник декана/директора
з навчальної роботи

«__» _____ 20__ року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Метрична теорія нерухомих точок

для студентів

галузь знань	математика та статистика
спеціальність	113 Прикладна математика
освітній рівень	бакалавр
освітня програма	Прикладна математика
спеціалізація	бакалавр
вид дисципліни	нормативна

Форма навчання	стаціонарна
Навчальний рік	2017/2018
Семестр	8
Кількість кредитів ECTS	2
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Форма заключного контролю	залік

Викладачі: проф. Семенов В.В.

Пролонговано: на 20__/20__ н.р. _____ (____)» _____» _____ 20__ р.
(підпис ,ПІБ, дата)

20__/20__ н.р. _____ (____)» _____» _____ 20__ р.
(підпис ,ПІБ, дата)

КИЇВ – 2017

Розробники: Семенов Володимир Вікторович, професор кафедри обчислювальної математики

«ЗАТВЕРДЖЕНО»

Зав. кафедри _____

_____ (_____) (підпис) (прізвище та ініціали)

Протокол № ____ від « ____ »

_____ 20__ р.

Схвалено науково-методичною комісією факультету комп'ютерних наук та кібернетики

Протокол від « ____ » _____ 20__ року № ____

Голова науково-методичної комісії _____ (_____) (підпис) (прізвище та ініціали)

1. Мета дисципліни

Оволодіння студентами знаннями основних принципів метричної теорії нерухомих точок та теорії варіаційних нерівностей.

2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни:

1. Знати відомості з функціонального аналізу
2. Знати відомості з теорії диференціальних рівнянь

3. Анотація навчальної дисципліни:

Теореми про нерухомі точки є одним з основних методів дослідження багатьох задач чистої та прикладної математики. Дана дисципліна покликана забезпечити оволодіння студентами знаннями основних принципів метричної теорії нерухомих точок та теорії варіаційних нерівностей. Ці знання є елементом фундаментальної математичної підготовки, яка очікується від випускників класичних університетів. Вони допоможуть застосовувати сучасні методи для розв'язання задач оптимального керування, дослідження операцій, створення математичних моделей. Студент, що опанував курс, буде орієнтуватись в сучасній науковій літературі, що присвячена розглянутому колу питань.

4. Завдання (навчальні цілі):

Закласти основи фундаментальної фахової підготовки, яка очікується від випускників класичних університетів із спеціальності “113 Прикладна математика”. Студенти повинні знати: основні факти метричної теорії нерухомих точок, відповідну алгоритміку, техніку дослідження збіжності ітераційних методів, теорію монотонних операторів, методи дослідження варіаційних нерівностей. Вміти: застосовувати вивчені методи та результати при дослідженні типових питань, пов'язаних з аналізом математичних моделей: існування, коректність, побудова наближеного методу тощо.

5. Результати навчання за дисципліною:

Результат навчання (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання			
1	Знання основних фактів метричної теорії нерухомих точок	Семінарські заняття	Модульні контрольні	50%
2	Уміння самостійно розв'язувати задачі	Семінарські заняття	Модульні контрольні	50%

6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання (необов'язково для вибіркового дисциплін які не входять до блоків спеціалізації)

Результати навчання дисципліни (код)	1.1	1.2	2.1	4.1	4.2
Програмні результати навчання (назва)					

7. Схеми формування оцінки.

7.1. Форми оцінювання студентів:

Семестрове оцінювання:

3 модульні контрольні роботи по 10 балів

Презентація та доповідь – 20 балів

Поточний контроль – 10 балів

Підсумкове оцінювання (у формі заліку): 40 балів

Умови допуску до підсумкового заліку: більше 30 балів за семестр та відвідування більше 50% занять

7.2 Організація оцінювання: (обов'язково зазначається порядок організації передбачених робочою навчальною програмою форм оцінювання із зазначенням орієнтовного графіку оцінювання).

Оцінювання за формами контролю:

	Дата	Оцінка
Модульна контрольна робота	2 березня	10
Модульна контрольна робота	9 квітня	10
Модульна контрольна робота	21 травня	10

7.3 Шкала відповідності оцінок

Відмінно / <i>Excellent</i>	90-100
Добре / <i>Good</i>	75-89
Задовільно / <i>Satisfactory</i>	60-74
Незадовільно / <i>Fail</i>	0-59
Зараховано / <i>Passed</i>	60-100
Не зараховано / <i>Fail</i>	0-59

8. Структура навчальної дисципліни. Тематичний план 14 занять

№ п/п	Номер і назва теми *	Кількість годин		
		семінари		самостійна робота
1	Стискаючі оператори	2		4
2	Теореми Брауера та Шаудера	2		4
3	Нерозтягуючі оператори	2		4
4	Теореми для багатозначних операторів	2		4
5	Метод Красносельського-Манна	2		4
6	Метод Гальперна	2		4
7	Ергодичні теореми	2		4
8	Методи пошуку спільної точки	2		4
9	Метод Дугласа-Речфорда	2		4
10	Варіаційні нерівності	2		4
11	Застосування в математичному програмуванні	2		4

12	Застосування до теорії диференціальних рівнянь	2		4
13	Презентації студентів	2		4
14	Презентації студентів	2		4
	Консультація	2		
	Залік		2	
	Всього	30	2	56

Загальний обсяг 88 год., в тому числі:

Семінарські заняття – 28 год.

Консультації — 2 год.

Залік — 2 год.

Самостійна робота — 56 год.

9. Рекомендовані джерела:

Базові:

1. Bauschke Н.Н., Combettes P.L. Convex Analysis and Monotone Operator Theory in Hilbert Spaces. – Springer, 2011.
2. Goebel K., Kirk W.A. Topics in metric fixed point theory. – Cambridge University Press, 1990.
3. Васин В.В., Еремін І.І. Операторы и итерационные процессы фейеровского типа. (Теория и приложения). – Москва-Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2005.
4. Киндерлерер Д., Стампацька Г. Введение в вариационные неравенства и их приложения. – Москва: Мир, 1983.
5. Обен Ж.-П., Экланд И. Прикладной нелинейный анализ. – М.: Мир, 1988.

Додаткові:

1. Mainge P.-E. Strong convergence of projected subgradient methods for nonsmooth and nonstrictly convex minimization // Set-Valued Analysis. – 2008. – Vol. 16. – P. 899-912.
2. Nadezhkina N., Takahashi W. Strong convergence theorem by a hybrid method for nonexpansive mappings and Lipschitz-continuous monotone mappings // SIAM J. Optim. – 2006. – Vol. 16, No. 4. – P. 1230-1241.
3. Takahashi W., Takeuchi Y., Kubota R. Strong convergence theorems by hybrid methods for families of nonexpansive mappings in Hilbert spaces // J. Math. Anal. Appl. – 2008. – 341. – P. 276-286.
4. Xu H. K. Viscosity approximation methods for nonexpansive mappings // J. Math. Anal. Appl. – 2004. – 298. – P. 279-291.
5. Апостол Р.Я., Гриненко А.А., Семенов В.В. Ітераційні алгоритми для монотонних дворівневих варіаційних нерівностей // Журнал обчислювальної та прикладної математики. – 2012. – № 1 (107). – С. 3-14.
6. Войтова Т.А., Денисов С.В., Семенов В.В. Сильно збіжний модифікований варіант методу Корпелевич для задач рівноважного програмування // Журнал обчислювальної та прикладної математики. – 2011. – № 1 (104). – С. 10-23.
7. Малицкий Ю.В., Семенов В.В. Схема внешних аппроксимаций для вариационных неравенств на множестве неподвижных точек фейеровских операторов // Доповіді НАН України. – 2013. – № 7. – С. 47-52.

8. Маліцький Ю.В., Семенов В.В. Нові теореми сильної збіжності проксимального методу для задачі рівноважного програмування // Журнал обчислювальної та прикладної математики, № 3 (102). – 2010. – С. 79-88.
9. Семенов В.В. Об одной принципиальной схеме вычисления обобщенной проекции // Доповіді НАН України. – 2013. – № 6. – С. 41-46.

10. Додаткові ресурси:

Персональна сторінка проф. Семенова В.В.. <http://om.univ.kiev.ua/ua/user-5>.

**Завдання для самостійної роботи з елементами дистанційного навчання
з дисципліни «Метрична теорія нерухомих точок»
на період з 24 січня до 28 лютого 2018 р.**

для студентів

4 курсу

першого (бакалаврського) рівня

освітньої програми «124 Прикладна математика»

викладач: д.ф.-м.н., проф. Семенов В.В. (електронна пошта – semenov.volodya@gmail.com)

***Види та форми контрольних заходів з перевірки самостійної роботи студентів,
критерії оцінювання***

Контроль за виконанням самостійної роботи студентами здійснюється у двох формах: у січні-лютому за допомогою електронних засобів (електронною поштою), у березні – шляхом проведення письмової контрольної роботи.

Контроль у січні-лютому 2018 р. відбувається у п'ять етапів відповідно до кількості тем. Під час кожного етапу (24 січня – 20 лютого 2018 р.) студенти мають вивчити запропоновані питання визначених тем на базовому рівні. Для підтвердження виконання завдання по кожній темі студенти мають надіслати розгорнуті повні відповіді на два теоретичні питання викладачу – **Семенову В.В.** на електронну пошту semenov.volodya@gmail.com не пізніше **31 січня, 7 лютого, 14 лютого, 21 лютого і 28 лютого 2018 р.** відповідно. Викладач оцінює виконані завдання в категоріях «зараховано» або «не зараховано». Щоб отримати оцінку «зараховано» потрібно дати відповіді на теоретичні питання. Завдання, які мають бути виконані та надіслані на електронну пошту викладача, подано у додатку 1.

Виконання самостійної роботи є допуском до написання контрольної роботи у березні 2018 р. Якщо відповіді на питання здані невчасно без поважних причин, або не зараховані, студент втрачає можливість написання контрольної роботи та отримання відповідних модульних балів, без можливості перескладання.

На контрольну роботу за підсумками самостійної роботи виносяться всі зазначені нижче теоретичні питання. Робота оцінюється максимум в **10 балів**. Вона включає в себе два теоретичні питання із переліку запропонованих. За розгорнуту відповідь на теоретичне питання студент може отримати від 1 до 5 балів.

Критерії оцінювання відповіді студента на теоретичне питання:

- повнота розкриття питання 1-2 бали;
- логіка викладення 1 бал;
- використання основної і додаткової літератури 1 бал;
- аналітичні міркування, вміння робити висновки 1 бал.

Контрольна робота проводиться на першому семінарському занятті з курсу у березні 2018 р. Її тривалість – 1 академічна година. Друга академічна година буде присвячена розгляду методу Гальперна (див. додаток 2).

Теми та питання для самостійного опрацювання

Для самостійного опанування студентами у період з 24.01 до 28.02.18 р. виносяться наступні теми, передбачені робочою програмою навчальної дисципліни:

Тема 1. Стискаючі оператори

Тема 2. Теореми Брауера та Шаудера

Тема 3. Нерозтягуючі оператори

Тема 4. Теореми для багатозначних операторів

Тема 5. Метод Красносельського-Манна

Опанування тем відбувається шляхом вивчення студентами наступних **питань**, винесених на самостійну роботу.

Тема 1. Стискаючі оператори

1. Принцип стискаючих відображень Банаха.
2. Теорема Карісті.
3. Теорема Бессаги.
4. Варіаційний принцип Екланда.

Тема 2. Теореми Брауера та Шаудера

1. Триангуляція.
2. Лема Шпернера.
3. Лема ККМ.
4. Теорема Брауера.
5. Теорема Шаудера.

Теми 3. Нерозтягуючі оператори

1. Теорема Браудера.
2. Ергодична теорема Байона.
3. Нормальна структура.
4. Теорема Кірка-Гьоде-Браудера.

Тема 4. Теореми для багатозначних операторів

1. Теорема Какутані.
2. Нерівність Кі Фаня.
3. Метрика Хаусдорфа.
4. Теорема Надлера.

Тема 5. Метод Красносельського-Манна

1. Метод Красносельського-Манна.
2. Проксимальний метод.
3. CQ-метод.
4. Лема Опяла.

Список основної рекомендованої літератури для виконання самостійної роботи

1. Bauschke Н.Н., Combettes P.L. Convex Analysis and Monotone Operator Theory in Hilbert Spaces. – Springer, 2011.
2. Goebel K., Kirk W.A. Topics in metric fixed point theory. – Cambridge University Press, 1990.
3. Васин В.В., Еремін І.І. Операторы и итерационные процессы фейеровского типа. (Теория и приложения). – Москва-Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2005.
4. Киндерлерер Д., Стампацька Г. Введение в вариационные неравенства и их приложения. – Москва: Мир, 1983.
5. Обен Ж.-П., Экланд И. Прикладной нелинейный анализ. – М.: Мир, 1988.

Повний список рекомендованої літератури для розв'язання задач та написання реферату та підготовки до контрольної роботи можна знайти у робочій програмі з курсу «Метрична теорія нерухомих точок», яка розміщена на сайті факультету комп'ютерних наук та кібернетики.

**Завдання самостійної роботи студента
напрямку підготовки «Прикладна математика»
4 курсу, першого (бакалаврського) рівня
з обов'язкової дисципліни «Метрична теорія нерухомих точок»
(24.01.2018 – 6.02.2018)**

Всі матеріали розміщені на сторінці проф. В.В. Семенова <http://om.univ.kiev.ua/ua/user-5>.

Тема 1. Стискаючі оператори (до 31 січня 2018 р.)

Опрацювати другий розділ книги [2]. Опрацювати перший параграф другого розділу книги [5].

1. Принцип стискаючих відображень Банаха.
2. Теорема Карісті.
3. Теорема Бессаги.
4. Варіаційний принцип Екланда.

Тема 2. Теореми Брауера та Шаудера (до 7 лютого 2018 р.)

Опрацювати другий параграф другого розділу книги [5]. Опрацювати вісімнадцятий розділ книги [2]. Розв'язати вправи до першого розділу книги [4].

1. Триангуляція.
2. Лема Шпернера.
3. Лема ККМ.
4. Теорема Брауера.
5. Теорема Шаудера.

Тема 3. Нерозтягуючі оператори (до 14 лютого 2018 р.)

Опрацювати третій розділ книги [2]. Опрацювати другий параграф п'ятого розділу книги [5]. Опрацювати третій та четвертий розділи книги [1].

1. Теорема Браудера.
2. Ергодична теорема Байона.
3. Нормальна структура.
4. Теорема Кірка-Гьоде-Браудера.

Тема 4. Теореми для багатозначних операторів (до 21 лютого 2018 р.)

Опрацювати параграфи 3 та 4 шостого розділу книги [5]. Опрацювати розділ 15 книги [2]. Опрацювати параграфи 1, 2 та 5 шостого розділу книги [5].

1. Теорема Какутані.
2. Нерівність Кі Фаня.
3. Метрика Хаусдорфа.
4. Теорема Надлера.

Тема 5. Метод Красносельського-Манна (до 28 лютого 2018 р.)

Опрацювати перший розділ книги [3]. Опрацювати статті [7, 8].

1. Метод Красносельського-Манна.
2. Проксимальний метод.
3. CQ-метод.
4. Лема Опяла.

План першого семінарського заняття (у березні 2018 р.)
з дисципліни “Метрична теорія нерухомих точок”
на тему: “Метод Гальперна”

1. Метрична проекція.
2. Принцип демізамкненості Браудера.
3. Метод Гальперна.
4. Асимптотична регулярність.
5. Метод Ямади.

Література

1. Bauschke H.H., Combettes P.L. Convex Analysis and Monotone Operator Theory in Hilbert Spaces. – Springer, 2011.
2. Xu H. K. Viscosity approximation methods for nonexpansive mappings // J. Math. Anal. Appl. – 2004. – 298. – P. 279-291.

Список студентів 4-го курсу (бакалаври)
Освітня програма “Прикладна математика”
Дисципліна “Метрична теорія нерухомих точок”

Група ОМ

1. Бодров Юрій Володимирович
2. Гаврилко Євгеній Дмитрович
3. Довгань Олег Володимирович
4. Колесников Валерій Андрійович
5. Ладижець Віктор Іванович
6. Лаптева Поліна Сергіївна
7. Лосєва Єлизавета Андріївна
8. Мелконян Аркадій Рубенович
9. Михайлюк Владислав Юрійович
10. Мороз Максим Ігорович
11. Расторгуєв Денис Анатолієвич
12. Роговченко Тетяна Миколаївна
13. Самойлова Ольга Миколаївна
14. Сучков Валентин Іванович
15. Тимоханов Дмитро Олександрович
16. Токар Костянтин Сергійович
17. Цинцеус Гліб Олегович
18. Шавлюк Анастасія Юріївна
19. Штик Яна Валеріївна