

**П И Т А Н Н Я**  
**на вступні іспити до магістратури для спеціальності «прикладна математика»**  
**на 2021 р.**  
**Затверджено протоколом Вченої ради №9 від 18.01.2021.**

**Математичний аналіз, диференціальні рівняння та методи обчислень**

1. Числова послідовність та її границя.
2. Нерерервна функція. Властивості неперервної функції на компактї.
3. Похідна. Формула Тейлора функції однієї змінної.
4. Локальний екстремум функції одної змінної. Необхідні та достатні умови екстремуму.
5. Інтеграл та його застосування. Критерій інтегрованості за Рїманом.
6. Функції багатьох змінних. Диференціал та частинні похідні.
7. Локальний екстремум функції багатьох змінних. Умовний екстремум. Необхідні та достатні умови екстремуму.
8. Числові ряди. Функціональні ряди. Ознаки збіжності.
9. Невласні інтеграли. Ознаки збіжності.
10. Кратні інтеграли. Формула заміни змінної.
11. Криволїнійні інтеграли. Формули Гріна.
12. Поверхневі інтеграли. Формули Стокса та Остроградського.
13. Міра. Вимірні множини. Міра Лебега на прямїй.
14. Інтеграл Лебега на прямїй.
15. Класифікація розв'язків диференціального рівняння першого порядку (частинний, особливий, загальний розв'язки, загальний інтеграл). Інтеграл диференціального рівняння першого порядку. Задача Коші. Теорема Пікара.
16. Диференціальні рівняння першого порядку (з розділеними змінними, лїнійні, однорїдні, Бернуллі, в повних диференціалах).
17. Лїнійні диференціальні рівняння n-го порядку зі сталими коефіцієнтами. Побудова загального розв'язку.
18. Однорїдні системи лїнійних диференціальних рівнянь n-го порядку Структура загального розв'язку. Фундаментальна матриця. Системи зі сталими коефіцієнтами. Побудова загального розв'язку.
19. Методи розв'язування лїнійних неоднорїдних систем диференціальних рівнянь n-го порядку. Формула Коші.
20. Теорїя стїйкостї. Стїйкїсть лїнійних стаціонарних систем. Критерїй Гурвіца. Перший і другий методи Ляпунова. Теореми Ляпунова.
21. Класифікація фазових портретів системи лїнійних диференціальних рівнянь на площинї.
22. Комплексна площина. Сфера Рїмана.
23. Умови диференційованостї функції комплексної змінної.
24. Конформні вїдображення. Зв'язок мїж аналітичними функціями та конформними вїдображеннями.
25. Інтегральна теорема Коші. Інтеграл типу Коші.
26. Інтегральні лишки. Лема Жордана.
27. Поняття аналітичного продовження. Принципи аналітичних продовжень (теореми Рїмана-Шварца, теореми про неперервнїсть аналітичного продовження).
28. Оператор Гамїльтона (набла), оператор Лапласа. Властивостї.
29. Диференційні рівняння з частинними похідними. Класифікація рівнянь другого порядку. Каноничні форми рівнянь.
30. Постановка основних задач математичної фізики. Крайовї умови I, II, III роду. Крайовї, початковї, початково-крайовї задачі. Задача Дїрїхле, задача Неймана,

задача Коші. Коректність постановки задачі.

31. Метод відокремлення змінних (метод Фур'є) розв'язання задач математичної фізики.
32. Метод функції Гріна розв'язання задач математичної фізики..
33. Теорія потенціалу. Граничні інтегральні рівняння. Сингулярні інтегральні рівняння.
34. Класифікація інтегральних рівнянь. Інтегральні рівняння Вольтера, Абеля, Фредгольма. Методи розв'язування.
35. Пряма та обернена задача теорії похибок.
36. Чисельні методи розв'язання нелінійних рівнянь та систем. Методи ділення проміжку навпіл, простої ітерації, релаксації, Ньютона, оцінки збіжності.
37. Чисельні методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Методи Гаусса, квадратних коренів, прогонки; ітераційні методи Якобі, Зейделя, верхньої релаксації.
38. Чисельні методи розв'язання задач на власні значення.
39. Методи інтерполювання. Формули Лагранжа, Ньютона та Ерміта, похибка інтерполювання; сплайни, алгоритм побудови кубічного інтерполяційного природнього сплайну; задача оберненої інтерполяції.
40. Методи чисельного диференціювання.
41. Наближення функцій в лінійних нормованих просторах. Середньоквадратичне наближення, рівномірне наближення.
42. Методи чисельного інтегрування. Формули середніх прямокутників, трапецій, Сімпсона, складені квадратурні формули, апріорна та апостеріорна похибки квадратурних формул; формули Ньютона-Котеса, обчислювальна стійкість квадратурних формул; формули Гауса та їх властивості; обчислення невластивих інтегралів.
43. Чисельні методи розв'язання задачі Коші. Однокрокові методи та їх точність, формули Рунге-Кутти; багатокрокові методи, формули Адамса, метод невизначених коефіцієнтів.
44. Різницеві схеми. Сітки. Шаблони. Апроксимація, стійкість, збіжність.
45. Проекційні та варіаційні методи розв'язання крайових задач.

#### Література

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – М., Наука, Т.1, 1966. – 607 с., Т.2, 1966. – 800 с., Т.3, 1966. – 656 с.
2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М., Наука, 1972. – 544 с.
3. Гаращенко Ф.Г., Матвієнко В.Т., Харченко І.І. Диференціальні рівняння для інформатиків. - К., ВПЦ „Київський університет”, 2008. - 351 с.
4. Гаращенко Ф.Г., Харченко І.І. Збірник задач і вправ з диференціальних рівнянь. -К.: ВПЦ «Київський університет», 2004. - 162 с.
5. Ляшко И.И., Гай Я.Г., Головач Г.П., Боярчук А.К. Справочное пособие по высшей математике. Том 5. Дифференциальные уравнения в примерах и задачах. -М.: Едиториал УРСС, 2001. - 384 с.
6. Филиппов А.Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений. - М.: УРСС, 2004. - 240 с.
7. Ляшко И.И., Макаров В.Л., Скоробогатько А.А. Методы вычислений. – К., Наукова думка, 1976.
8. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. – М., Наука, 1989.
9. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.Н. Численные методы. – М., БИНОМ, 2011.
10. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. -М.: «Наука».- 1977. -736с.
11. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексной переменной. – М.: Наука, 1967. – 444 с.
11. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. – М.: Наука, 1969. – 576 с.

## Алгебра, геометрія та дослідження операцій

1. Основні рівняння прямої та площини у просторі.
2. Критерій сумісності системи лінійних рівнянь.
3. Лінійна залежність та ранг системи векторів, методи обчислення рангів.
4. Лінійні оператори скінченно-вимірних просторів та їх матриці.
5. Власні вектори та власні числа лінійних операторів.
6. Лінійні оператори простої структури.
7. Лінійні оператори дійсних евклідових просторів.
8. Зведення квадратичних форм до канонічного вигляду.
9. Основна теорема про подільність многочленів.
10. Жорданові нормальні форми матриць.
11. Задача лінійного програмування. Її властивості.
12. Критерій оптимальності базисного розв'язку задачі ЛП.
13. Двоїсті задачі лінійного програмування. Теореми двоїстості.
14. Задача опуклого програмування. Теорема Куна-Такера.
15. Метод найшвидшого спуску.
16. Оптимальні чисті стратегії у матричній грі. Теорема про мінімакс.

### Література

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М., Наука, 1965. – 471 с.
2. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. – М., Наука, 1964. – 304 с.
3. Попов Ю.Д., Тюптя В.І., Шевченко В.І., Методи оптимізації. – Київ, Абрис, 1999. – 217 с.
4. Морозов В.В., Сухарев А.Г., Федоров В.В. Исследование операций в задачах и упражнениях. – М., Высшая школа, 1986. – 286 с.

## Дискретна математика, теорія алгоритмів та математична логіка, програмування

1. Операції над множинами (об'єднання, перетин, різниця, доповнення, булеан множини, декартів добуток, декартів степінь). Рівність, включення та строге включення множин. Основні теоретико-множинні тотожності. Розбиття множини.
2. Відношення між множинами та їх властивості (всюди визначеність, функціональність, ін'єктивність, сюр'єктивність). Функції, відображення, бієкції. Обернене відношення. Композиція відношень.
3. Бінарні відношення та їх властивості (рефлексивність, антирефлексивність, симетричність, антисиметричність, транзитивність). Транзитивне та рефлексивно-транзитивне замикання відношень. Відношення еквівалентності, класи еквівалентності та фактор-множина. Відношення часткового порядку. Строгий та лінійний порядки. Конструкції прямого добутку порядків та лексикографічного порядку.
4. Рівнопотужність множин. Порівняння потужностей. Злічені, континуальні та незлічені множини. Теореми Кантора.
5. Правило суми та правило добутку. Сполуки, перестановки, розміщення (без повторень та з повтореннями). Біном Ньютона. Поліноміальна теорема. Принцип включень і виключень. Метод рекурентних співвідношень. Метод твірних.
6. Булеві функції, канонічні (нормальні) форми булевих функцій. Повнота і замкненість систем булевих функцій. Теорема (критерій) Поста.
7. Графи, типи графів. Вершини та ребра, степінь вершини, суміжність. Ізоморфізм графів. Операції над графами (об'єднання, пряма сума, доповнення, вилучення ребра,

- вилучення вершини). Повні, двочасткові та повні двочасткові графи. Маршрути в графах, різновиди маршрутів (ланцюг, простий ланцюг, цикл, простий цикл). Зв'язність графів, компоненти зв'язності неорієнтованих графів. Відстань між вершинами. Радіус та діаметр зв'язного неорієнтованого графа. Плоскі та планарні графи, формула Ейлера. Древа, ліси та їх властивості. Кістякові дерева та ліси.
8. Формальні моделі алгоритмів та алгоритмічно обчислюваних функцій. Теза Чорча. Універсальні функції. Універсальна ЧРФ, універсальна машина Тьюрінга.
  9. Рекурсивні та рекурсивно перелічні множини, рекурсивні та частково рекурсивні предикати, їх властивості.
  10. Алгоритмічна розв'язність та нерозв'язність масових проблем. Нерозв'язність проблем зупинки та самозастосовності, наслідки.
  11. Логіка предикатів 1-го порядку, мови 1-го порядку. Мова арифметики. Істинність та виконуваність, логічний наслідок та логічна еквівалентність.
  12. Теорії 1-го порядку, секвенцій ні числення.
  13. Теорема дедукції. Несуперечливість, повнота, розв'язність теорій 1-го порядку.
  14. Теорема Гьоделя про повноту та її наслідки.
  15. Мови програмування та їх класифікація.
  16. Типи даних. Стандартні типи даних (арифметичний та символічний). Структуровані дані та їх типи. Масиви. Файли.
  17. Процедури та функції як засоби структуризації програм. Виклики процедур та функцій.
  18. Первинні оператори. Оператор присвоєння. Структурні оператори (складені, умовні, циклічні). Оператор вводу-виводу.
  19. Поняття про функціональне програмування.
  20. Поняття про структурне програмування.
  21. Поняття про об'єктно-орієнтоване програмування. Основні парадигми програмування.
  22. Основні концепції об'єктно-орієнтованого програмування.
  23. Типи даних C++.
  24. Класи.
  25. Статичний поліморфізм.
  26. Динамічний поліморфізм.
  27. Успадкування.
  28. Шаблонні функції і класи.
  29. Метапрограмування. Основні задачі і принципи.
  30. Бібліотека STL. Принципи і структура.
  31. Бібліотека STL. Ітератори.
  32. Бібліотека STL. Контейнери.
  33. Бібліотека STL. Алгоритми.
  34. Бібліотека STL. Функтори.
  35. Стандарти C++11 і C++14.

#### Література

1. Капітонова Ю.В., Кривий С.Л. та ін. Основи дискретної математики. – К.: Наукова думка, 2002.
2. Лавров И.А. Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. – М.: Физматлит, 2001.
3. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
4. Карнаух Т.О., Ставровський А.Б. Вступ до дискретної математики: Навчальний посібник. – К.: ВПЦ "Київський університет", 2006.
5. Карнаух Т.О., Ставровський А.Б. Теорія графів у задачах: Навчальний посібник. - К.: ВПЦ "Київський університет", 2004.

6. Карнаух Т.О. Комбінаторика. – К.: ВПЦ "Київський університет", 2011.
7. Катленд Н. Вычислимость. Введение в теорию рекурсивных функций. – М., Мир, 1983. – 256 с.
8. Лісовик Л.П., Шкільняк С.С. Теорія алгоритмів. Навчальний посібник. – К., ВПЦ Київського університету, 2003. – 163 с.
9. Нікітченко М.С., Шкільняк С.С. Математична логіка. Навчальний посібник. – К., ВПЦ Київського університету, 2003. – 120 с.
10. Шкільняк С.С. Математична логіка. Приклади і задачі. Навчальний посібник. – К., ВПЦ Київського університету, 2002. – 56 с.
11. Шкільняк С.С. Теорія алгоритмів. Приклади і задачі. Навчальний посібник. – К., ВПЦ Київського університету, 2003. – 95 с.
12. Кнут Д. Искусство программирования. Т. 1-3. — 3-е изд. — М.: Издательский дом “Вильямс”, 2000.
13. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р., Штайн К. Алгоритмы: построение и анализ. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2006.
14. Страуструп Б. Язык программирования C++. Специальное издание. — СПб: Невский диалект, 2002.
15. Шилдт Г. Полный справочник по C++. — М.: Издательский дом “Вильямс”, 2003.
16. Вандервурд Д., Джосаттис Н. Шаблоны C++: справочник разработчика. — М.: Издательский дом “Вильямс”, 2003. — 544 с.
17. Джосаттис Н. Стандартная библиотека C++. - М.: Издательский дом “Вильямс”, 2014. — 544 с.
18. Ключин Д.А. Полный курс C++. Профессиональная работа. — М.: Издательский дом “Вильямс”, 2004.

### **Теорія ймовірностей та математична статистика. Теорія керування**

1. Аксиоматичне означення ймовірностей. Формула повної ймовірності та формула Байеса.
2. Випадкові величини. Властивості функцій розподілу.
3. Нерівність Чебишева. Закон великих чисел.
4. Основні типи дискретних та неперервних розподілів.
5. Центральна гранична теорема для однаково розподілених незалежних випадкових величин.
6. Поняття випадкового процесу. Вінерівський та Пуассонівський процеси.
7. Випадкове середнє та дисперсія. Емпірична функція розподілу. Теореми Глівенка та Колмогорова.
8. Перевірка статистичних гіпотез. Критерії Колмогорова та Пірсона.
9. Повна керованість лінійних систем. Критерії повної керованості.
10. Повна спостережуваність лінійних систем. Критерії повної спостережуваності.
- Принцип двоїстості.
11. Принцип максимуму Понтрягіна.
12. Метод динамічного програмування. Принцип оптимальності Белмана. Алгоритм методу динамічного програмування.
13. Диференціальне рівняння Белмана. Достатні умови оптимальності.
14. Задача стабілізації. Модальне керування.
15. Найпростіша задача варіаційного числення. Необхідні умови екстремуму (рівняння Ейлера).
16. Достатні умови екстремуму для найпростішої задачі варіаційного числення.

### **Література**

1. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. – М., Наука, 1965. – 400 с.
2. Боровиков А.А. Курс теории вероятности. – М., Наука, 1976. – 352 с.

3. Гихман И.И., Скороход А.В., Ядренко М.И. Теория вероятности и математическая статистика - К., Вища школа, 1979. – 408 с.
4. Бублик Б.Н., Кириченко Н.Ф. Основы теории управления. - К.: Вища школа, 1975. - 328 с.
5. Александров В.В., Болтянский В.Г., Лемак С.С., Парусников Н.А., Тихомиров В.М. Оптимальное управление движением. - М.: Физматлит, 2005. - 276 с.
6. Башняков О.М., Пічкур В.В. Задача синтезу в теорії керування: Навчальний посібник. - К.: Вид-во „Сталь”, 2012. - 116 с.
7. Эльсгольц Л.Э. Вариационное исчисление. –М., URSS, 2019. – 208 с.
8. Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Оптимизация: теория, примеры, задачи. - М.: Эдиториал УРСС, 2000. - 320 с.

### **Архітектура обчислювальних систем**

1. Особливості архітектури CISC та RISC процесорів.
2. Адресність процесорів. Приклади програм з різною кількістю операндів.
3. Комп'ютерна арифметика. Арифметика чисел з фіксованою точкою та з плаваючою точкою. Рекомендації IEEE 754
4. Адресація оперативної пам'яті. Лінійна адресація. Неявна базована адресація. Явна базована адресація. Сегментна адресація. Сторінкова організація пам'яті. Сегментносторінкова організація пам'яті. Віртуальна пам'ять.
5. Конвеєр команд в процесорі. Оцінка ефективності конвеєра.

#### Література.

1. Столлингс В. Структурная организация и архитектура компьютерных систем. Вильямс, 2002. – 896 с.
2. Хамахер К., Враженич З., Заки С. Организация ЭВМ. –Питер, 2003. –843 с.
3. Таненбаум Э. Архитектура компьютера. –Питер, 2003. –698 с.