

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

ФАКУЛЬТЕТ КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК ТА КІБЕРНЕТИКИ

Кафедра моделювання складних систем

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Заступник декана з навчальної роботи

_____ Кашпур О.Ф.

« ____ » _____ 2018 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ
для студентів

галузь знань	11 –«Математична статистика»
спеціальність	122 «Комп'ютерні науки»
освітній рівень	бакалавр
освітня програма	«Інформатика»
вид дисципліни	обов'язкова

Форма навчання	денна
Навчальний рік	2018/2019
Семестр	5
Кількість кредитів	6
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Форма заключного контролю	іспит

Викладач: доцент Харченко І.І.

Пролонговано: на 20 /20 н.р. () « » 20 р.
 на 20 /20 н.р. () « » 20 р.

КИЇВ – 2018

Розробники: доцент **Харченко І.І.**, к.т.н., доц. кафедри моделювання складних систем.

Робочу програму дисципліни «Диференціальні рівняння» затверджено на засіданні кафедри моделювання складних систем.

Протокол № від “.....” 2018 року

Завідувач кафедри

_____ (Гаращенко Ф.Г.)

(підпис)

« ____ » _____ 2018 року

Схвалено науково-методичною комісією факультету комп’ютерних наук та кібернетики

Протокол від « ____ » _____ 2018 року № ____

Голова науково-методичної комісії _____ (Хусаїнов Д.Я.)

(підпис)

« ____ » _____ 2018 року

Затверджено на засіданні Вченої ради факультету комп’ютерних наук та кібернетики

Протокол від « ____ » _____ 2018 року № ____

Декан факультету _____ (проф. Анісімов А.В.)

комп’ютерних наук та кібернетики

(підпис)

© Харченко І.І. 2018 рік

1. Мета дисципліни (обсяг до 300 символів): ознайомлення з методами розв'язання різних типів звичайних диференціальних рівнянь (ДР), рівнянь з частинними похідними, систем ДР, постановкою та розв'язуванням задач Коші, ознайомлення з методами моделювання динамічних систем та дослідженням їх стійкості, ознайомлення з основами варіаційного числення для розв'язування екстремальних задач.

2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни:

1. *Знати:* основні розділи з математичного аналізу, алгебри, аналітичної геометрії, фізики, механіки; знаходити похідні, обчислювати інтеграли, розв'язувати системи лінійних алгебраїчних рівнянь з параметрами, володіти методами матричної алгебри, користуватись основними законами фізики.
2. *Вміти:* формулювати та розв'язувати задачі побудови графіків функцій, розв'язувати системи алгебраїчних рівнянь, знаходити похідні та інтеграли, розв'язувати задачі на знаходження екстремуму функцій.
3. *Володіти:* навичками побудови, аналізу та застосування математичних моделей при розв'язанні прикладних задач.

3. Анотація навчальної дисципліни (обсяг до 700 символів): навчальна дисципліні «Диференціальні рівняння» є обов'язковою начальною дисципліною за освітньою програмою «Комп'ютерні науки».

В результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати: основні поняття та означення для інтегрування скалярних ДР та систем звичайних ДР, лінійних ДР з частинними похідними, підходи аналізу особливих точок на площині та дослідження стійкості автономних систем, постановки та методи розв'язування найпростіших варіаційних задач.

вміти: розв'язувати інтегровані скалярні ДР та системи звичайних ДР, лінійні ДР з частинними похідними, проводити дослідження особливих точок та якісних характеристик побудованих математичних моделей, аналізувати стійкість, асимптотичну стійкість, стійкість при постійно діючих збуреннях автономних систем, розв'язувати найпростіші варіаційні задачі. З іншої сторони, на основі теоретичних викладок, досліджувати задачі, які мають прикладний характер. Особлива увага надається вмінню розробці чисельних алгоритмів аналізу стійкості, отриманню оптимальних оцінок, створенню програмно-алгоритмічних комплексів для розв'язування прикладних задач.

4. Завдання (навчальні цілі) (обсяг до 500 символів) – слід вказати, зокрема, на досягнення яких компетентностей випускника спрямована дана дисципліна. Загальні компетенції вказуються у відповідності до переліку, затвердженого наказом МОНУ від 01.06.2016 р. за №600.

5. Результати навчання за дисципліною:

<i>Результат навчання</i> (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність)		<i>Форми</i> (та/або методи і технології) викладання і навчання	<i>Методи оцінювання</i> та пороговий критерій оцінювання (за необхідністю)	<i>Відсоток у</i> <i>підсумковій</i> <i>оцінці з</i> <i>дисципліни</i>
Код	Результат навчання (РН)			
1.1	Знати основні типи звичайних ДР рівня першого порядку. відносно похідної. Знати основи методу параметризації для неявних	Лекції, практичні заняття, самостійна	Модульна контрольна робота №1, усні відповіді	10%

	диференціальних рівнянь.	робота		
1.2	Вміти сформулювати постановку задачі Коші та розуміти теорему існування та єдиності розв'язку рівнянь. Уміти відокремити особливі розв'язки, вказаних вище типів ДР.	Лекції, практичні заняття, самостійна робота	Модульна контрольна робота №1, усні відповіді	5%
1.3	ДР з вищими похідними. Пониження порядку ДР з вищими похідними. Крайові задачі. Лінійні ДР n -го порядку. Фундаментальна сист. розв'язків. Формула Остроградського-Ліувілля. Неоднорідні лінійні ДР. Структура загального розв'язку неоднорідного ДР.	Лекції, практичні заняття, самостійна робота	Модульна контрольна робота №1, усні відповіді	10%
1.4	Системи звичайних ДР та методи їх розв'язання. Лінійні системи звичайних ДР. Однорідні лінійні системи ДР. Системи рівнянь з постійними коефіцієнтами та методи їх інтегрування.	Лекції, практичні заняття, самостійна робота	Модульна контрольна робота №2, усні відповіді	10%
1.5	Особливі точки ДР на площині. Поняття стійкості. Перший метод Ляпунова. Аналіз стійкості за першим наближенням. Другий метод Ляпунова для аналізу стійкості руху. Розв'язання прикладних задач на основі методів стійкості. Лінійні однорідні ДР першого порядку з частинними похідними. Лінійні неоднорідні ДР першого порядку з частинними похідними.	Лекції, практичні заняття, самостійна робота	Модульна контрольна робота №2, усні відповіді	10%
1.6	Основні поняття варіаційного числення (ВЧ). Необхідні умови пошуку екстремуму функціоналів. Рівняння Ейлера для різного типу функціоналів. Достатні умови слабого екстремуму функціоналів.	Лекції, практичні заняття, самостійна робота	Модульна контрольна робота №2, усні відповіді	10%
2.1	Розв'язувати задачі та вправи з теорії ДР. Дослідження та аналіз розв'язків методами теорії стійкості.	Практичні заняття, самостійна робота	Тестування знань студентів	10%
2.2	Дослідження рівнянь з частинними похідними. Розв'язувати задачі з теорії ВЧ. Постановка екстремальних задач та методи знаходження екстремуму функціоналів	Практичні заняття, самостійна робота	Тестування знань студентів	10%

3.1	Обґрунтовувати власний погляд на задачі дослідження стійкості та знаходження екстремуму функціоналів, спілкуватися з колегами з питань проектування та розробки моделей, які використовують ДР, застосування числових методів розв'язування задач, складати письмові звіти	Практичні заняття, самостійна робота	Реферат	5%
4.1	Організувати свою самостійну роботу для досягнення результату	Самостійна робота	Реферат	5%

6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Результати навчання дисципліни Програмні результати навчання	РН 1.1	РН 1.2	РН 1.3	РН 1.4	РН 1.5	РН 1.6	РН 2.1	РН 2.2	РН 3.1	РН 4.1
<i>(з опису освітньої програми)</i>										
ВПРН 1. Знати основні розділи прикладної математики та інформатики в обсязі, необхідному для освоєння загально-професійних математичних дисциплін, прикладних дисциплін та використання їх методів в обраній професії.	+	+	+	+						
ВПРН 2. Володіти знаннями фундаментальних основ математичного моделювання та оптимального керування, в обсязі, необхідному для освоєння загально-професійних прикладних дисциплін та використовувати відповідні знання в обраній професії.					+					
ВПРН 3. Вміти самостійно аналізувати предметну область та здійснювати розробку математичних та структурно-алгоритмічних моделей.									+	+
ВПРН 4. Вміти застосовувати професійні знання, вміння та навички в галузі прикладної математики та інформатики для досліджень реальних процесів різної природи.						+	+			
ВПРН 5. Вміти реалізувати автоматичні та автоматизовані системи, що реалізують побудовані математичні та комп'ютерні моделі, розроблені алгоритми.								+		

7. Схема формування оцінки.

7.1 Форми оцінювання студентів:

- семестрове оцінювання:

1. Контрольна робота 1: РН 1.1., РН 1.3 — 25/10 балів.

2. Контрольна робота 2: РН 1.4., РН 1.6 – 25/10 балів.

- підсумкове оцінювання у формі заліку:

- максимальна кількість балів, які можуть бути отримані студентом: 60 балів;

- результати навчання, які будуть оцінюватись: PH1.1, PH1.2, PH1.3, PH1.4, PH1.5, PH1.6, PH2.1, PH2.2, PH3.1, PH4.1;

- форма проведення і види завдань: усна.

Види завдань: 5 усних питань.

Запитання для підготовки до заліку

Контрольні запитання до змістового модуля I.

1. Поняття загального розв'язку ДР першого порядку. Загальний інтеграл. Частинний та особливий розв'язки ДР першого порядку.
2. Питання існування та єдиності розв'язку задач Коші ДР першого порядку. Теорема про достатні умови існування та єдиності розв'язку задач Коші (без доведення).
3. Геометрична інтерпретація звичайних ДР та їх розв'язків.
4. Інтегровані типи ДР першого порядку. Неповні рівняння. Рівняння з відокремлюваними змінними. Побудова загального розв'язку.
5. Однорідні ДР та звідні до них. Лінійні рівняння та звідні до них.
6. Метод варіації довільної сталої (метод Лагранжа).
7. Рівняння в повних диференціалах. Необхідні і достатні умови для перевірки того, що рівняння є повним диференціалом. Інтегрувальний множник. Випадки знаходження інтегрувального множника.
8. ДР першого порядку, не розв'язані відносно похідної. Основні поняття та означення. Рівняння Лагранжа і Клеро. Застосування методу параметризації.
9. Частинний та особливий розв'язки для ДР першого порядку, не розв'язаних відносно похідної. Теорема про достатні умови існування та єдиності розв'язку задачі Коші (без доведення).
10. Загальний метод введення параметра для ДР першого порядку, не розв'язаних відносно похідної.
11. Звичайні ДР вищих порядків. Основні поняття та означення. Динамічна інтерпретація ДР другого порядку.
12. ДР з вищими похідними, поняття загального, частинного і особливого розв'язків, першого та проміжного інтегралів.
13. Методи інтегрування та пониження порядку деяких ДР з вищими похідними.
14. Однорідні лінійні ДР n-го порядку. Властивості лінійного диференціального оператора. Властивості розв'язків.
15. Необхідні та достатні умови лінійної незалежності розв'язків однорідного ДР n-го порядку. Формула Остроградського-Ліувілля.
16. Фундаментальна система розв'язків ДР n-го порядку. Існування фундаментальної системи. Загальний розв'язок. Число лінійно незалежних розв'язків.
17. Лінійні ДР n-го порядку з постійними коефіцієнтами. Побудова загального розв'язку однорідних рівнянь.
18. Знаходження частинного розв'язку неоднорідних рівнянь методом невизначених коефіцієнтів.
19. ДР зі змінними коефіцієнтами. Рівняння, що зводяться до них. Структура загального розв'язку.
20. Метод варіації довільної сталої для знаходження розв'язків для неоднорідних рівнянь зі змінними коефіцієнтами.
21. Знаходження частинного розв'язку лінійного неоднорідного рівняння методом Коші.

Контрольні запитання до змістового модуля II.

1. Системи звичайних ДР. Основні поняття і означення. Постановка задачі Коші.
2. Теореми про достатні умови існування і єдиності розв'язку задачі Коші для систем звичайних ДР. Геометрична інтерпретація
3. Теореми про лінійно незалежні та залежні розв'язки. Фундаментальні системи розв'язків. Загальний розв'язок системи.

- 4.Визначник Вронського. Формула Якобі. Фундаментальна матриця.
- 5.Лінійні системи ДР. Запис систем ДР у векторно-матричній формі.
- 6.Однорідні лінійні системи ДР зі сталими коефіцієнтами. Випадки інтегрованості в квадратурах.
7. Матричний метод інтегрування однорідних стаціонарних систем. Структура фундаментальної системи розв'язків однорідних систем зі сталими коефіцієнтами.
- 8.Інтегрування однорідних лінійних систем методом Ейлера.
- 9.Неоднорідні системи лінійних ДР. Структура загального розв'язку.
- 10.Неоднорідні системи лінійних ДР. Структура загального розв'язку. Метод варіації довільної сталої.
11. Особливі точки ДР на площині. Поведінка розв'язків ДР в околі особливих точок на площині.
12. Основні поняття і означення стійкості та асимптотичної стійкості розв'язків ДР.
13. Дослідження стійкості на основі першого методу Ляпунова. Стійкість за першим наближенням.
14. Другий метод Ляпунова. Функції Ляпунова. Геометрична інтерпретація умов стійкості.
15. Стійкість розв'язку лінійних стаціонарних систем. Критерій Гурвіця.
16. Лінійні однорідні ДР першого порядку з частинними похідними, їх зв'язок з системами звичайних ДР в симетричній формі. Загальний розв'язок ДР першого порядку з частинними похідними.
17. Постановка та алгоритм розв'язування задачі Коші для ДР першого порядку з частинними похідними.
18. Неоднорідні лінійні ДР першого порядку з частинними похідними.
19. Поняття функціонала.
20. Варіація функціонала. Постановка задачі про знаходження екстремуму функціонала.
21. Приклади та класифікація задач варіаційного числення.
22. Найпростіша задача варіаційного числення.
23. Необхідні умови екстремуму деяких функціоналів.
24. Рівняння Ейлера-Лагранжа.
25. Про достатні умови екстремуму функціоналів.

Студент допускається до складання заліку, якщо кількість набраних ним балів за семестр становить не менше 20 балів. Студент допускається до заліку за умови виконання 50% передбачених планом практичних робіт.

7.2 Організація оцінювання:

Терміни проведення форм оцінювання:

1. *Контрольна робота (тест): до 7 тижня семестру.*
2. *Контрольна робота (тест): до 15 тижня семестру.*

Студент має право на одне перескладання кожної контрольної роботи із можливістю отримання максимально 80% початково визначених за цю контрольну роботу балів. Термін перескладання визначається викладачем.

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі контрольних робіт здійснюються у відповідності до „Положення про порядок оцінювання знань студентів при кредитно-модульній системі організації навчального процесу” від 1 жовтня 2010 року.

7.3 Шкала відповідності оцінок

Відмінно / Excellent	90-100
Добре / Good	75-89
Задовільно / Satisfactory	60-74
Незадовільно / Fail	0-59
Зараховано / Passed	60-100
Не зараховано / Fail	0-59

8. Структура навчальної дисципліни. Тематичний план лекцій і практичних занять

№ п/п	Назва лекції	Кількість годин		
		лекц ії	практ ичні	С/Р
Змістовий модуль 1. Приклади застосування ДР та принципи побудови динамічних математичних моделей. Постановка задачі Коші. Рівняння першого порядку та вищих порядків, їх розв'язування.				
1	Проблеми математичного моделювання та інформатики, їх зв'язок з методами та теорією диференціальних рівнянь. Приклади та проблеми побудови динамічних моделей. Основні поняття та означення загальної теорії ДР. Задача Коші та її геометрична інтерпретація.	2		4
2	ДР першого порядку, розв'язані відносно похідної. Лінійні ДР. Метод варіації довільної сталої. Інтегровані типи ДР першого порядку.	2	4	6
3	Рівняння Ріккати. Рівняння в повних диференціалах. Інтегровальний множник.	2	2	4
4	ДР першого порядку, не розв'язані відносно похідної. Типи рівнянь, які розв'язуються в квадратурах. Метод параметризації.	2	2	4
5	Звичайні ДР вищих порядків. Поняття загального, частинного і особливого розв'язків. Методи інтегрування та пониження порядку ДР.	2	2	4
6	Лінійні однорідні ДР n-го порядку. Фундаментальна система розв'язків. Формула Остроградського-Ліувілля.	2	2	4
7	Лінійні диференціальні рівняння з постійними коефіцієнтами та змінними коефіцієнтами.	2	2	4
8	Неоднорідні лінійні ДР n-го порядку. Методи інтегрування: невизначених коефіцієнтів, варіації довільної сталої, Коші.	2	2	4
9	Крайові задачі. Методи розв'язування крайових задач. Рівняння другого порядку зі змінними коефіцієнтами.	2	2	
	<i>Модульна контрольна робота 1</i>	2		
	ВСЬОГО	20	20	
Змістовий модуль 2. Системи звичайних ДР та методи їх розв'язання. Дослідження стійкості розв'язків систем звичайних ДР Розв'язування рівнянь з частинними похідними. Основні поняття варіаційного числення. Дослідження функціоналів на екстремум.				
10	Системи звичайних ДР. Основні поняття і означення. Лінійні системи звичайних ДР	2	2	4
11	Однорідні лінійні системи звичайних ДР. Поняття загального, часткового та особливого розв'язків. Лінійні системи ДР.	2	2	4
12	Матричний метод та метод Ейлера розв'язування лінійних систем. Методи інтегрування неоднорідних систем.	2	2	4
13	Особливі точки диференціальних рівнянь на площині. Поняття	2	2	4

	стійкості. Перший метод Ляпунова.			
14	Аналіз стійкості за першим наближенням. Другий метод Ляпунова	2	2	4
15	Теорема Ляпунова для аналізу нестійкості руху. Розв'язання прикладних задач на основі методів стійкості.	2	2	4
16	Лінійні однорідні диференціальні рівняння першого порядку з частинними похідними, алгоритми для знаходження їх загального розв'язку та розв'язування задачі Коші. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння першого порядку з частинними похідними	2	2	4
17	Основні поняття варіаційного числення. Приклади та класифікація.	2	2	4
18	Необхідні умови екстремуму функціоналів	2	2	4
19	Рівняння Ейлера для різного типу функціоналів.	2	2	4
20	Достатні умови слабого екстремуму функціоналів	2	2	4
	<i>Модульна контрольна робота 2</i>	2		
	ВСЬОГО	44	42	94

Загальний обсяг 180 год., в тому числі:

Лекцій – 44 год.,

Практичні заняття – 42 год.,

Самостійна робота – 94 год.

9. Рекомендовані джерела:

Основні:

1. Гаращенко Ф.Г., Матвієнко В.Т. Диференціальні рівняння: Навч. посіб. для студентів факультету кібернетики (спеціальність "Інформатика"). – К.: ВПЦ "Київський університет", 2002. – 176 с.
2. Гаращенко Ф.Г., Харченко І.І. Збірник задач і вправ з диференціальних рівнянь. – К.: ВПЦ "Київський університет", 2004. – 162 с.
3. Гудименко Ф.С., Павлюк І.А., Волкова В.О. Збірник задач з диференціальних рівнянь. – К.: Вища школа, 1972. – 156 с.
4. Еругин Н.П. и др. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. – К.: Вища школа, 1974. – 472 с.
5. Боярчук А.К., Головач Г.П. Справочное пособие по высшей математике. Том 5. Дифференциальные уравнения в примерах и задачах. – М.: Изд-во "УРСС", 1998. – 384 с.
6. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Сборник задач по обыкновенным дифференциальным уравнениям: Учебное пособие для втузов. – М.: Высшая школа, 1978. – 287 с.
7. Перестюк М.О., Свіщук М.Я. Збірник задач з диференціальних рівнянь: Навчальний посібник. – К.: Либідь, 1997. – 192 с.
8. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1992. – 128 с.
9. Хусаїнов Д. Я., Бичков О.С. Диференціальні рівняння: Навчальний посібник. – К.: ВПЦ "Київський університет", 2001. – 132 с.
10. Гаращенко Ф.Г., Матвієнко В.Т., Харченко І.І. Диференціальні рівняння для інформатиків. Підручник [з грифом МОН України]. – ВПЦ „Київський університет”, К., 2008. – 351 с.

Додаткові:

11. Ляшко І.І., Боярчук О.К., Гай Я.Г., Калайда О.Ф. Диференціальні рівняння. – К.: Вища школа, 1981. – 504 с.
12. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. – Минск: Высшая школа, 1974. – 766 с.
13. Матвеев Н.М. Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – Минск: Высшая школа, 1970. – 358 с.
14. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. – М.: Наука, 1969. – 424 с.
15. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк Н.А. Дифференциальные уравнения. Примеры и задачи. – К.: Вища школа, 1984. – 408 с.

Интернет-ресурси