

**Міністерство освіти і науки України  
Київський національний університет імені Тараса Шевченка**

**ШИШАЦЬКА Олена Володимирівна**

УДК 004.652

**ФОРМАЛЬНІ МОДЕЛІ БАЗ ДАНИХ ТА  
БАГАТОЗНАЧНІ ЛОГІКИ**

01.05.03 – математичне та програмне забезпечення  
обчислювальних машин і систем

**АВТОРЕФЕРАТ**  
дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата фізико-математичних наук

Київ-2019

Дисертацією є рукопис.

Роботу виконано на кафедрі теорії та технології програмування факультету комп'ютерних наук та кібернетики Київського національного університету імені Тараса Шевченка, МОН України.

**Науковий керівник** – доктор фізико-математичних наук, професор  
**Буй Дмитро Борисович.**

**Офіційні опоненти:** доктор фізико-математичних наук  
**Песчаненко Володимир Сергійович,**  
Херсонський державний університет,  
професор кафедри інформатики, програмної інженерії та  
економічної кібернетики;

кандидат фізико-математичних наук  
**Лисенко Ірина Миколаївна,**  
Ніжинський державний університет імені Миколи Гоголя,  
Навчально-науковий інститут точних наук і економіки,  
доцент кафедри інформаційних технологій та аналізу даних.

Захист відбудеться 30 травня 2019 р. о 14.00 год. на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.001.09 Київського національного університету імені Тараса Шевченка за адресою: 03680, м. Київ, проспект академіка Глушкова, 4-Д, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, ауд. 01.

З дисертацією можна ознайомитись у Науковій бібліотеці ім. М. Максимовича Київського національного університету імені Тараса Шевченка за адресою: 01601, м. Київ, вул. Володимирська, 58, зал № 12.

Автореферат розісланий 26 квітня 2019 р.

Учений секретар  
спеціалізованої вченої ради



В.П. Шевченко

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми дослідження.** Розвиток інформаційних технологій та охоплення ними різноманітних сфер людської діяльності актуалізують задачу створення ефективних і надійних інформаційних систем. Одним із підходів до розв'язання цієї задачі в галузі інформаційних технологій є застосування формальних методів розробки програмних систем. Дослідження і розробка таких методів є предметом багатьох наукових досліджень як зарубіжних (Abrial J., Bryant R., Codd E., Clarke E., Manna Z., Hoare T. та інші), так і вітчизняних (Анісімов А.В., Буй Д.Б., Дорошенко А.Ю., Єршов С.В., Жолткевич Г.М., Кривий С.Л., Летичевський О.А., Нікітченко М.С., Проватар О.І., Редько В.Н., Чеботарьов А.М. та інші) вчених.

Застосування формальних методів розробки програмних систем базується на використанні формальних моделей цих систем на усіх етапах їх життєвого циклу. Для перевірки таких моделей може бути застосований апарат математичної логіки.

Труднощі застосування формальних моделей в практичному програмуванні пов'язані, зокрема, з тим, що використовувані моделі є недостатньо адекватними предметній області. Зазначена вимога адекватності набуває особливого значення при формальній розробці інформаційних систем, оскільки їх фундаментальною компонентою є інформаційна модель предметної області. Такі моделі зазвичай подаються базами даних, що можуть містити неповну, невизначену, неоднозначну та іншу інформацію. Подання та опрацювання такої інформації ускладнює застосування класичної бівалентної логіки та потребує розробки нових логік, основою яких є, зокрема, багатозначність. Особливістю багатозначних логік є використання спеціальних істиннісних значень, що вказують на помилки, відсутність чи невизначеність інформації.

Існують різні підходи до розробки багатозначних логік (Hahnle R. Avron A., Jones C., Gries D., Schneider F. та інші). Проте питання використання таких логік для побудови моделей інформаційних систем адекватних предметній області залишається відкритим.

Тому актуальною є побудова нових класів програмно-орієнтованих логічних формалізмів які дозволяють адекватно формалізувати специфікації моделей баз даних. Природною основою побудови та дослідження таких формалізмів може виступати спільний для логіки та програмування композиційно-номінативний підхід, який започаткований та розвивається на кафедрі теорії та технології програмування Київського національного університету імені Тараса Шевченка (Редько В.Н., Буй Д.Б., Нікітченко М.С., Шкільняк С.С.).

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Дисертаційна робота є складовою частиною наукових робіт, проведених в рамках фундаментальних тем: "Розробка конструктивних математичних формалізмів для інтелектуальних систем прийняття рішень, обробки знань,

еталонування мов сучасних СУБД та CASE-засобів" (№ДР011U007052, 2006-2010 рр.), "Формальні специфікації та методи розробки надійних програмних систем" (№ДР011U007052, 2011-2015 рр.), "Розробка логіко-алгоритмічних методів дослідження формальних моделей природних мов" (№ДР0116U004780, 2016-2018 рр.), "Теорія і методи розробки інтелектуальних інформаційних технологій та систем" (№ДР0116U006378, 2016-2018 рр.).

Робота виконувалася на кафедрі теорії та технології програмування, НДЛ "Високопродуктивних систем обробки інформації" та НДС "Проблем програмування" факультету комп'ютерних наук та кібернетики Київського національного університету імені Тараса Шевченка.

**Мета і задачі дисертаційного дослідження.** *Метою* дисертаційної роботи є аналіз, побудова та дослідження багатозначних логік для адекватної формалізації специфікації моделей баз даних.

Мета роботи визначає необхідність розв'язання наступних *задач*:

– аналіз та систематизація наявних підходів та проблемних питань до представлення невизначеної інформації в базах даних;

– формалізація моделі UML/OCL – об'єктної моделі в нотації UML з обмеженнями цілісності засобами OCL-виразів (моделі UML/OCL); побудова синтаксичних та семантичних структур мови об'єктних обмежень OCL (мови OCL);

– дослідження та обґрунтування еволюційної лінії багатозначних логік в контексті їх використання в базах даних, зокрема, дослідження багатозначних логік мови OCL;

– дослідження тризначних логік Кліні та їх використання в базах даних;

– побудова та дослідження багатозначних логік (логічних формалізмів) для моделей баз даних;

– застосування побудованих логічних формалізмів для розширення логіки мови OCL.

*Об'єктом* дослідження є формальні моделі баз даних.

*Предметом* дослідження є багатозначні логіки специфікацій моделей баз даних.

**Методи дослідження.** У роботі використано логіко-алгебраїчні та теоретико-множинні методи; абстрактний та семантико-синтаксичний методи подання формальних моделей і опису синтаксису та семантики мов; композиційно-номінативні методи; метод редукції проблеми виконуваності в композиційно-номінативних логіках до проблеми виконуваності у класичних логіках.

**Наукова новизна одержаних результатів.** Результати дисертаційної роботи розширюють сферу практичного використання апарату композиційно-номінативних логік для роботи з невизначеною інформацією при побудові формальних моделей баз даних. Вперше запропоновано та досліджено новий

клас програмно-орієнтованих логічних формалізмів – пропозиційні п'ятизначні логіки та логіки п'ятизначних квазіарних предикатів, що дозволяють адекватно формалізувати специфікації моделей баз даних. На основі побудованих логічних формалізмів розширено логіку моделі UML/OCL до п'ятизначної логіки. Побудовано розширену граматику мови OCL. Побудовано семантичні структури мови OCL з використанням апарату багатозначних логік. Програмно реалізовано прототип синтаксичного аналізатора розширеної мови OCL.

**Теоретичне і практичне значення одержаних результатів.** Дисертація має теоретико-прикладну спрямованість. Отримані результати розширюють сферу практичного використання апарату композиційно-номінативних логік для роботи з невизначеною інформацією при побудові моделей баз даних.

Результати роботи впроваджено у навчальний процес за спеціальністю 122 "Комп'ютерні науки" (освітня програма "Інформатика") на факультеті комп'ютерних наук та кібернетики Київського національного університету імені Тараса Шевченка (нормативні курси: "Теорія програмування", "Прикладна логіка", спеціальні курси: "Формальні методи розробки програмних систем", "Прикладні та композиційні логіки").

**Особистий внесок здобувача.** Основні результати роботи отримані здобувачем самостійно. Статті [1, 10] написані у співавторстві з науковим керівником, якому належить загальна постановка проблеми, вибір методів дослідження та обговорення результатів. У роботах [3-5] здобувачем означено поняття моделі бази даних та її компонентів; наведено класифікацію обмежень цілісності для моделей баз даних; [6] – виявлено зв'язок між операціями слабкої диз'юнкції (кон'юнкції) алгебри часткових предикатів і операціями диз'юнкції (кон'юнкції) слабкої тризначної логіки Кліні; [9] – обґрунтовано, побудовано та досліджено новий клас програмно-орієнтованих логічних формалізмів – пропозиційні п'ятизначні логіки та логіки п'ятизначних квазіарних предикатів.

Із праць, виконаних зі співавторами, на захист виносяться лише результати, отримані особисто здобувачем.

**Апробація результатів дослідження.** Основні положення та висновки дисертаційного дослідження обговорені на наукових семінарах кафедри теорії та технології програмування Київського національного університету імені Тараса Шевченка, наукових семінарах "Програмологія та її застосування" і "Логіка та її застосування".

Результати дисертаційного дослідження оприлюднені у доповідях і повідомленнях на Міжнародних наукових конференціях та семінарах: XIII-th International Conference "Knowledge-Dialogue-Solution" (Sofia, Bulgaria, 2007); IX International Conference "Dynamic system modeling and stability investigation (DSMSI-2007)" (Kyiv, Ukraine, 2007); The Fourth International Conference "Theoretical and Applied Aspects of Program Systems Development (TAAPSD'2007)" (Berdynsk, Ukraine, 2007); XIII-th International Conference "Knowledge-Dialogue-

Solution" (Sofia, Bulgaria, 2007); International Scientific Conference "Computer Science and Engineering (CSE 2008)" (Stara Lesna, Slovakia, 2008); International Conference "Theoretical and Applied Aspects of Program Systems Development (TAAPSD'2008)" (Kyiv, Ukraine, 2008); Науково-технічній конференції "Гарантоздатні (надійні та безпечні) системи, сервіси та технології (DESSERT 2010)" (Кіровоград, Україна, 2010); VII Міжнародній науково-практичній конференції з програмування УкрПРОГ'2010 (Київ, Україна, 2010); International conference "Theoretical and Applied Aspects of Program Systems Development (TAAPSD'2012)" (Kyiv, Ukraine, 2012); VII Міжнародній науково-практичній конференції "Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте" (Коломна, Росія, 2013); International conference "Theoretical and Applied Aspects of Program Systems Development: international conference (TAAPSD'2013)" (Yalta, Ukraine, 2013); VII Міжнародній школі-семінарі "Теорія прийняття рішень" (Ужгород, Україна, 2014); XV Міжнародній науково-технічній конференції "Штучний інтелект та інтелектуальні системи (AIPS'2015)" (Київ, Україна, 2015); Міжнародному науково-практичному семінарі "Комбінаторні конфігурації та їх застосування" (Кіровоград, Україна, 2016); Четвертій конференції "Компьютерное моделирование в наукоемких технологиях (КМНТ-2016)" (Харьков, Украина, 2016); XII International Conference "Perspective Technologies and Methods in MEMS Design (MEMSTECH)" (Lviv, Ukraine, 2016); 1<sup>st</sup> World Logic, Day Workshop "Logic and its Applications" (Kyiv, Ukraine, 2019).

**Публікації.** Результати дисертації опубліковані у 21 науковій праці, з них: 9 – статті у виданнях з Переліку наукових фахових видань України [1-9], 10 – праці та тези міжнародних наукових конференцій та семінарів [11-21]; 1 – стаття у науковому періодичному виданні іншої держави з напряму, з якого підготовано дисертацію [10], 1 – публікація у виданні, що індексується в наукометричних базах Scopus та Web of Science [20].

**Структура та обсяг дисертації.** Дисертаційна робота складається з анотації, вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків. Загальний обсяг дисертації становить 203 сторінки: основний зміст викладено на 119 сторінках і містить 8 рисунків та 22 таблиці; список використаних джерел складається з 210 найменувань на 19 сторінках; 7 додатків на 53 сторінках.

## **ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ**

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми дисертаційного дослідження, визначено об'єкт, мету та завдання дисертаційної роботи, методи дослідження, наукову новизну одержаних результатів та їх теоретико-практичне значення, відображено апробацію та публікації результатів дисертаційного дослідження.

**Перший розділ "Формальні моделі баз даних. Представлення невизначеної інформації в базах даних"** присвячено аналізу та систематизації наявних підходів до представлення невизначеної інформації в базах даних.

Побудовано формальний синтаксис та семантику моделі UML/OCL. На прикладі мови OCL продемонстровано еволюцію багатозначної логіки.

У підрозділі 1.1 "**Моделі баз даних та їх основні характеристики**" формально означено поняття моделі даних як множини наступних компонентів: заданої множини даних (носія структури); скінченної сукупності відношень (зв'язків), в яких знаходяться елементи множини даних; множини операцій над даними; обмежувальних умов (аксіом структури). Наведено основні поняття моделей даних, їх основні типи та характеристики.

У підрозділі 1.2 "**Представлення невизначеної інформації в базах даних**" досліджено проблеми представлення невизначеної інформації на різних рівнях моделі баз даних. Наведено приклади систем багатозначних логік, що використовуються для представлення невизначеної інформації в базах даних. Описано методики та засоби представлення такої інформації в системах керування базами даних.

У підрозділі 1.3 "**Модель даних UML/OCL**" визначено та описано формальний синтаксис і семантику моделі UML/OCL.

Стисло описано уніфіковану мову моделювання UML та мову об'єктних обмежень OCL, їх використання при формальній специфікації баз даних. Наведено проблеми формалізації UML. Побудовано формальний синтаксис та семантику об'єктної моделі даних. Синтаксис об'єктної моделі задано як структуру, на якій означено компоненти: класи, атрибути, операції, структурні відношення між класами (асоціації), рольові імена, множинність, ієрархія узагальнення; наведено повний опис класу згідно стандарту OMG (Object Management Group); визначено обмеження (множину обмежувальних умов), що накладаються на структуру. Семантично об'єкти, зв'язки та атрибути зі значеннями задають стан системи в конкретний момент часу; дана система знаходиться в різних станах, дискретно змінюючись у часі. Побудовано синтаксис та семантику мови OCL в контексті формальної об'єктної моделі.

На прикладі типових задач, що виникають при специфікації моделей баз даних і природним чином індукують багатозначні логіки, проілюстровано еволюцію використання багатозначної логіки на прикладі версій мови OCL. Розглянуто спеціальні значення OCL –  $\epsilon$  (null-значення або невизначене) та  $\perp$  (недійсне значення), які задають множину істиннісних значень тризначної (до версії 2.3) та чотиризначної (починаючи з версії 2.3) логіки OCL. Досліджено основні відмінності синтаксичних та семантичних структур версій мови.

**Другий розділ "Багатозначні логіки"** присвячено побудові багатозначних логік шляхом застосування загальнозначної конструкції розповсюдження операцій з елементів на множини елементів в термінах повного образу.

У підрозділі 2.1 "**Тризначні логіки Кліні**" продемонстровано виникнення відомих тризначних (сильної та слабкої) логік Кліні та відповідних

їм алгебраїчних структур. Проілюстровано компактне задання бінарних операцій алгебр логік Кліні.

У п.2.1.1 "Сильна тризначна логіка Кліні" побудовано алгебру сильної логіки Кліні.

До алгебри класичної двозначної логіки застосуємо конструкцію розширення (в термінах повного образу) її сигнатурних операцій на булеан істиннісних значень.

Схема розширення операцій: 1) нехай  $[f]$  унарна всюди визначена операція на булеані  $P(D)$  універсуму  $D$  (індукована частковою операцією  $f$  на універсумі):  $[f](X) \stackrel{def}{=} f[X]$ , тоді  $f[X] \stackrel{def}{=} \{y \mid \exists x(x \in X \wedge y \simeq f(x))\}$  – повний образ множини  $X$  відносно операції  $f$ , де  $\simeq$  – узагальнена рівність; 2) аналогічно,  $F$  – бінарна часткова операція на  $D$ ; яка також породжує бінарну тотальну операцію  $[F]$  на булеані універсуму  $D$ , і  $[F](X, Y) \stackrel{def}{=} F[X \times Y]$ .

Результат застосування вказаної схеми розширення до сигнатурних операцій кон'юнкції і заперечення алгебри стандартної логіки  $\langle \{T, F\}; \wedge, \vee, \neg \rangle$ , де  $\{T, F\}$  – логічні значення істини і хибності відповідно на булеан  $P(\{T, F\})$ , наведено в таблицях 2.1, 2.2 (розширення диз'юнкції будується аналогічно).

Таблиця 2.1.

Операція  $[\wedge]$  на булеані  $P(\{T, F\})$

	$\emptyset$	$\{T\}$	$\{F\}$	$\{T, F\}$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\{T\}$	$\emptyset$	$\{T\}$	$\{F\}$	$\{T, F\}$
$\{F\}$	$\emptyset$	$\{F\}$	$\{F\}$	$\{F\}$
$\{T, F\}$	$\emptyset$	$\{T, F\}$	$\{F\}$	$\{T, F\}$

Таблиця 2.2.

Операція  $[\neg]$  на булеані  $P(\{T, F\})$

аргумент	$\emptyset$	$\{T\}$	$\{F\}$	$\{T, F\}$
значення	$\emptyset$	$\{F\}$	$\{T\}$	$\{T, F\}$

Задавши відображення  $\psi: \{T, F, \omega\} \rightarrow P(\{T, F\})$ , де  $\omega$  – третє логічне значення логік Кліні (змістовно інтерпретується як невизначеність):  $\psi(T) = \{T\}$ ,  $\psi(F) = \{F\}$ ,  $\psi(\omega) = \{T, F\}$  ( $\psi$  – ін'єктивне, але не сюр'єктивне), отримуємо та доводимо наступне твердження:

**Твердження 2.1** (побудова алгебри сильної логіки Кліні). Відображення  $\psi$  – однозначний гомоморфізм алгебри сильної логіки Кліні



$\langle \{T, F, \omega\}; \wedge_k, \vee_k, \neg_k \rangle$  в алгебру  $\langle P(\{T, F\}); [\wedge], [\vee], [\neg] \rangle$  (відображення  $\psi$  є вкладенням алгебри сильної логіки Кліні в алгебру  $\langle P(\{T, F\}); [\wedge], [\vee], [\neg] \rangle$ ).

Проілюстровано компактне задання операцій сильної логіки Кліні. Ідея полягає в переході від алгебри  $\langle \{T, F, \omega\}; \wedge_k, \vee_k \rangle$  до відповідної структури

(гратки) за стандартною процедурою, поклавши  $x \leq_k y \stackrel{def}{\Leftrightarrow} x = x \wedge_k y$  (або, в

еквівалентній формі,  $x \leq_k y \stackrel{def}{\Leftrightarrow} y = x \vee_k y$ ). Точні грані двохелементних

множин цієї структури знаходяться за формулами:  $\inf\{x, y\} = x \wedge_k y$ ,  $\sup\{x, y\} = x \vee_k y$ . Загальний результат для комутативних ідемпотентних півгруп наведено у наступних твердженнях:

**Твердження 2.2** (критерій лінійності порядку півструктури, побудованої по комутативній ідемпотентній півгрупі). Нехай  $\langle D, + \rangle$  – комутативна ідемпотентна півгрупа, а  $\leq$  – частковий порядок відповідної нижньої півструктури, тобто  $x \leq y \stackrel{def}{\Leftrightarrow} x = x + y$ . Порядок  $\leq$  лінійний (тобто  $\langle D, \leq \rangle$  є ланцюгом) тоді і тільки тоді, коли  $x + y \in \{x, y\}$  для всіх  $x, y \in D$ .

**Твердження 2.3** (компактне задання бінарних операцій алгебри сильної логіки Кліні). Відношення  $\leq_k$  перетворює множину  $\{T, F, \omega\}$  в ланцюг (а, значить, і в структуру), причому  $x \wedge_k y$  є найменшим (відповідно,  $x \vee_k y$  – найбільшим) з елементів  $x, y$  для всіх  $x, y \in \{T, F, \omega\}$  згідно цього (лінійного) порядку.

У п.2.1.2 "Слабка тризначна логіка Кліні" розглянуто слабку логіку Кліні, де операція кон'юнкції  $\wedge_\omega$  відмінна від сильної кон'юнкції Кліні та задана наступним чином: у випадках, коли хоч один із аргументів дорівнює третьому (новому) значенню  $\omega$ , результатом буде саме це значення, в усіх інших випадках операція веде себе як операція кон'юнкції стандартної логіки. Тоді групоїди  $\langle \{T, F, \omega\}; \wedge_\omega \rangle$  та  $\langle \{T, F, \omega\}; \vee_\omega \rangle$  (де операція  $\vee_\omega$  є розширенням стандартної операції диз'юнкції та зберігає третє логічне значення  $\omega$ ) – комутативні ідемпотентні півгрупи. Визначено два взаємоінверсні відношення  $x \leq (\vee_\omega) y \stackrel{def}{\Leftrightarrow} x = x \vee_\omega y$  та  $x \preceq (\vee_\omega) y \stackrel{def}{\Leftrightarrow} y = x \vee_\omega y$  та застосовано загальну процедуру побудови за кожним з цих відношень півструктур (верхньої чи нижньої). Кожне з цих відношень є порядком, а множина  $\{T, F, \omega\}$  з порядком  $\leq (\vee_\omega)$  (з порядком  $\preceq (\vee_\omega)$ ) є нижньою (верхньою) півструктурою, причому  $\inf_{\leq} \{x, y\} = x \vee_\omega y$  (відповідно  $\sup_{\preceq} \{x, y\} = x \vee_\omega y$ ).

**Твердження 2.4** (структури, індуковані слабкою кон'юнкцією та слабкою диз'юнкцією). Відношення  $\leq (\wedge_\omega)$  та  $\preceq (\wedge_\omega)$  перетворюють множину  $\{T, F, \omega\}$  в

ланцюг (а, значить, і в структуру), причому  $x \wedge_{\omega} y$  є найменшим (найбільшим) з елементів  $x, y$  згідно порядку  $\leq (\wedge_{\omega})$  (відповідно  $\geq (\wedge_{\omega})$ ) для всіх  $x, y \in \{T, F, \omega\}$ .

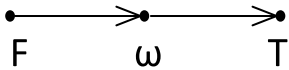
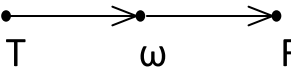
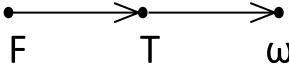
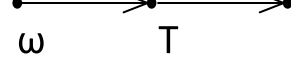

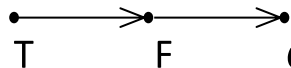
Відношення  $\leq (\vee_{\omega})$  та  $\geq (\vee_{\omega})$  також перетворюють множину  $\{T, F, \omega\}$  в ланцюг (а, значить, і в структуру),  $x \vee_{\omega} y$  є найменшим (найбільшим) з елементів  $x, y$  згідно порядку  $\leq (\vee_{\omega})$  (відповідно  $\geq (\vee_{\omega})$ ) для всіх  $x, y \in \{T, F, \omega\}$ .

Доведено, що для алгебри  $\langle \{T, F, \omega\}; \wedge_{\omega}, \vee_{\omega} \rangle$  на множині  $\{T, F, \omega\}$  не існує порядку  $\triangleleft$ , який перетворює її в структуру, причому для довільних  $x, y$  виконуються рівності  $x \wedge_{\omega} y = \inf_{\triangleleft} \{x, y\}$ ,  $x \vee_{\omega} y = \sup_{\triangleleft} \{x, y\}$  (або, що еквівалентно, двоїсті рівності  $x \wedge_{\omega} y = \sup_{\triangleleft} \{x, y\}$ ,  $x \vee_{\omega} y = \inf_{\triangleleft} \{x, y\}$ ).

Отже, на множині істиннісних значень  $\{T, F, \omega\}$  існує 3! можливих лінійних порядків, зв'язок яких з операціями диз'юнкції та кон'юнкції двох розглянутих логік наведено в таблиці 2.3: порядок 1 (інверсний йому порядок 2) відповідає одночасно диз'юнкції і кон'юнкції сильної логіки Кліні (порядки структури, асоційованої з алгеброю сильної логіки Кліні); порядок 3 (інверсний йому порядок 4) відповідає диз'юнкції, але не кон'юнкції слабкої логіки Кліні; дуально, порядок 5 (інверсний йому порядок 6) – відповідає кон'юнкції, але не диз'юнкції слабкої логіки Кліні (порядки напівструктур, асоційованих з двома напівгрупами слабкої логіки Кліні).

Таблиця 2.3.

Лінійні порядки на  $\{T, F, \omega\}$  та їх зв'язок з логіками Кліні

1.	 $x \wedge_k y = \min(x, y)$ $x \vee_k y = \max(x, y)$	2.	 $x \wedge_k y = \max(x, y)$ $x \vee_k y = \min(x, y)$
3.	 $x \vee_{\omega} y = \max(x, y)$	4.	 $x \vee_{\omega} y = \min(x, y)$
5.	 $x \wedge_{\omega} y = \min(x, y)$	6.	 $x \wedge_{\omega} y = \max(x, y)$

У п.2.1.3 "Алгебри часткових предикатів, індуковані тризначними логіками Кліні" розглядаються операції диз'юнкції і кон'юнкції часткових

предикатів, індуковані операціями диз'юнкції і кон'юнкції слабкої та сильної тризначної логіки Кліні.

Показаний і уточнений зв'язок між операціями сильної (слабкої) диз'юнкції (кон'юнкції) предикатів і операціями диз'юнкції (кон'юнкції) сильної (слабкої) тризначної логіки Кліні.

Алгебри часткових предикатів, сигнатури яких містять кон'юнкцію і диз'юнкцію, будуються на основі тризначних сильної і слабкої логік Кліні.

У підрозділі 2.2 "Багатозначні логіки, отримані розширенням сигнатурних операцій сильної логіки Кліні" схема розширення операцій з елементів на множини елементів в термінах повного образу застосована до сигнатурних операцій алгебри сильної логіки Кліні  $\langle \{T, F, \omega\}; \wedge_k, \vee_k, \neg_k \rangle$ , де  $\{T, F, \omega\}$  – логічні значення істини, хиби та невизначеності відповідно. Відображення  $\xi: \{T, F, \omega, u1, u2, u3, u4\} \rightarrow P(\{T, F, \omega\})$ , де  $T, F, \omega, u1, u2, u3, u4$  – логічні значення,  $\xi(T) = \{T\}$ ,  $\xi(F) = \{F\}$ ,  $\xi(\omega) = \{\omega\}$ ,  $\xi(u1) = \{T, F\}$ ,  $\xi(u2) = \{T, \omega\}$ ,  $\xi(u3) = \{F, \omega\}$ ,  $\xi(u4) = \{T, F, \omega\}$  є вкладенням алгебри  $\mathfrak{S} = \langle \{T, F, \omega, u1, u2, u3, u4\}; \wedge_*, \vee_*, \neg_* \rangle$  в алгебру  $\langle P(\{T, F, \omega\}); [\wedge_k], [\vee_k], [\neg_k] \rangle$ . Описано структуру алгебри  $\mathfrak{S}$  та її підалгебри.

У третьому розділі "Семантичні властивості п'ятизначних логік" запропоновано та досліджено новий клас програмно-орієнтованих логічних формалізмів – пропозиційні п'ятизначні логіки та логіки п'ятизначних квазіарних предикатів, які дозволяють адекватно формалізувати специфікації моделей баз даних.

У підрозділі 3.1 "Онтологічне обґрунтування п'ятизначної логіки" наведені приклади прикладних задач, що природним чином індукують відповідні п'ятизначні логіки. Зокрема розглянуто ситуації, що виникають при обчисленні простого виразу  $x/y < z$ . Операції  $/$  та  $<$  стандартно визначені на множині дійсних чисел і множиною результатів є істиннісні (логічні) значення.

Усі можливі набори значень  $x, y, z$  та результати виразу на цих наборах:

1. Всі змінні визначені,  $y \neq 0$ ,  $x/y < z$ . Тоді вираз приймає значення  $T$  ("істина").

2. Всі змінні визначені,  $y \neq 0$ ,  $x/y \geq z$ . Тоді вираз приймає значення  $F$  ("хиба").

3. Всі змінні визначені,  $y = 0$ . Оскільки операція ділення на нуль не визначена, то і результат виразу невизначений. Цей результат позначаємо спеціальним істиннісним значенням  $\{e\}$ , яке трактуємо як "помилка, виняткова ситуація" (*error, expection*).

4. Хоча б одна змінна невизначена, а якщо змінна  $y$  визначена, то  $y \neq 0$ . Результатом вважаємо спеціальне значення  $\{u\}$ . Трактуємо його як "невизначеність значення змінної, недостатньо інформації" (*undefined value*).

5. Хоча б одна зі змінних  $x, y$  невизначена, а  $y=0$ . Результатом вважаємо спеціальне значення  $\{eu\}$ , яке трактуємо як “*та/або виняткова ситуація і недостатньо інформації*”.

Даний приклад природним чином індукує п'ятизначну множину істиннісних значень  $EU = \{T, F, e, u, eu\}$  і є належною передумовою побудови і дослідження п'ятизначних  $EU$ -логік.

У підрозділі 3.2 “Пропозиційна п'ятизначна  $EU$ -логіка” визначена  $EU$  - логіка пропозиційного рівня  $L^{P, EU}$ .

Базовими логічними зв'язками вважаємо *диз'юнкцію*  $\vee$  та *заперечення*  $\neg$ .

*Заперечення* визначаємо як класичне визначення для значень істинності  $T$  і  $F$ , тобто  $\neg T = F$  і  $\neg F = T$ ; для значення  $e$ , яке означає “помилку”, заперечення не може усунути помилку, тому  $\neg e = e$ ; для значення  $u$ , яке означає “невизначеність змінної”, заперечення не може надати змінній визначеності, тому  $\neg u = u$ ; з аналогічних міркувань  $\neg eu = eu$ .

*Диз'юнкцію* для п'ятизначної логіки  $L^{P, EU}$  визначаємо, спираючись на онтологічні тлумачення введених істиннісних значень, таким чином: у випадку, коли аргументи приймають значення із множини  $\{T, F\}$ , значення диз'юнкції визначаються класично; в усіх інших випадках, коли хоча б один аргумент приймає значення з множини  $\{e, u, eu\}$ , керуємось пріоритетністю  $T$  перед іншими значеннями, далі пріоритетність має  $eu$ , а значення  $e$  та  $u$  незалежні і мають пріоритет над  $F$ .

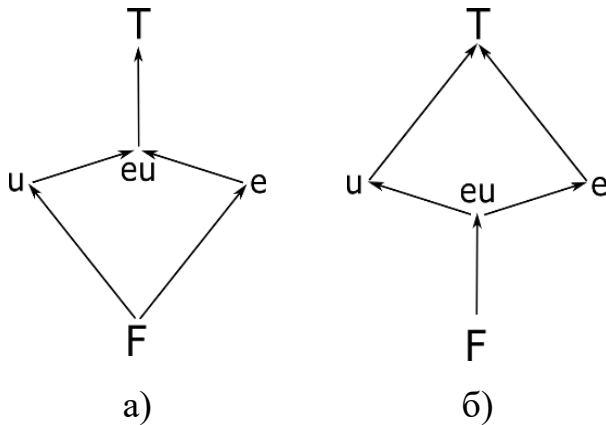


Рисунок – 3.1. Часткові порядки на множині  $EU = \{T, F, e, u, eu\}$   
а) щодо диз'юнкції; б) щодо кон'юнкції

виконуються наступні твердження:

**Твердження 3.1.** Множина  $EU$  з бінарними операціями  $\vee$  та  $\wedge$  є *квазіграткою*.

На множині  $EU$  задається частковий порядок (Рис. 3.1а), відносно якого диз'юнкція є операцією супремуму (множина  $EU$  є верхньою напівграткою).

Традиційно означена кон'юнкція  $p \wedge q = \neg(\neg p \vee \neg q)$  імплікує інший частковий порядок на множині  $EU$  (Рис. 3.1б), відносно якого кон'юнкція буде операцією інфімуму ( $EU$  – нижня напівгратка).

Семантичною основою пропозиційної логіки  $L^{P, EU}$  є алгебра  $AP = \langle EU; \vee, \wedge, \neg \rangle$ , оскільки

**Твердження 3.2.** Множина  $EU$  з раніше введеними бінарними операціями  $\vee$  та  $\wedge$  і унарною операцією заперечення  $\neg$  є квазіграткою де Моргана.

Зазначимо, що операції (зв'язки) алгебри  $AP$  є  $S$ -розширюючими, тобто при звуженні на істиннісні значення  $T$  та  $F$  отримуємо класичні операції.

Для розбудови логіки  $L^{P, EU}$  як мову обрано мову класичної пропозиційної логіки, яка задається множиною формул, побудованих з пропозиційних змінних (пропозиційних символів) множини  $Ps$  за допомогою зв'язок  $\vee$ ,  $\wedge$  та  $\neg$ . Зазначимо, що для п'ятизначних логік тлумачення формул відрізняється від класичного, наприклад, формула  $\Phi \leftrightarrow \Psi$  з похідною зв'язкою  $\leftrightarrow$  зовсім не говорить про традиційну еквівалентність формул  $\Phi$  та  $\Psi$ .

Інтерпретацією (оцінкою, розподілом) пропозиційних змінних є тотальна функція  $I: Ps \rightarrow EU$ . Значення формули  $\Phi$  в інтерпретації  $I$  позначається  $\Phi_I$ .

Визначено еквівалентність формул, логічну істинність (тавтологічність) та відношення логічного наслідку.

Еквівалентність вводиться звичайним чином: формули  $\Phi$  та  $\Psi$  еквівалентні, якщо для будь-якої інтерпретації пропозиційних змінних  $I$  значення  $\Phi$  та  $\Psi$  співпадають (тобто  $\Phi_I = \Psi_I$ ).

Рівності, які задають властивості алгебри  $AP$ , породжують еквівалентні формули. Для заданої формули  $\Phi$  її дуальною є формула  $\Phi^*$ , яка отримується з  $\Phi$  заміною  $\wedge$  на  $\vee$ , та навпаки,  $\vee$  на  $\wedge$ .

**Твердження 3.3.** Формули  $\neg\Phi^*(P_1, \dots, P_n)$  та  $\Phi(\neg P_1, \dots, \neg P_n)$  еквівалентні, тобто  $\neg\Phi^*(P_1, \dots, P_n) \sim \Phi(\neg P_1, \dots, \neg P_n)$ .

На основі твердження 3.3 доводиться наступний принцип дуальності.

**Твердження 3.4.** Для довільних формул  $\Phi$  та  $\Psi$  маємо:  $\Phi \sim \Psi$  тоді і тільки тоді, коли  $\Psi^* \sim \Phi^*$ .

У логіці  $L^{P, EU}$  поняття тавтології та логічного наслідку є складнішим за класичне визначення тавтології.

**Твердження 3.5.** Логіка  $L^{P, EU}$  не є тавтологічною, тобто множина тавтологій порожня; класичне відношення логічного наслідку також є порожнім.

Це означає, що жоден закон класичної пропозиційної логіки не виконується в  $EU$ -логіці. Звідси випливає, що  $EU$ -логіки, щоб бути застосовними, мають використовувати інші відношення логічного наслідку.

Серед різних відношень логічного наслідку виокремлено відношення логічного наслідку за істиною  $|\models_T$ , за хибою  $|\models_F$  та за істиною-хибою  $|\models_{TF}$ , які мають практичне застосування у програмних логіках. А саме:

–  $\Phi |\models_T \Psi$ , якщо для будь-якої інтерпретації  $I$ , з того, що  $\Phi_I = T$ , випливає, що  $\Psi_I = T$ ;

–  $\Phi |\models_F \Psi$ , якщо для будь-якої інтерпретації  $I$ , з того, що  $\Psi_I = F$ , випливає, що  $\Phi_I = F$ ;

–  $\Phi \models_{TF} \Psi$  означає, що виконуються  $\Phi \models_T \Psi$  та  $\Phi \models_F \Psi$ .

Уведені відношення логічного наслідку є нетривіальними та можуть застосовуватись в  $EU$ -логіках, зокрема, доведено, що принцип дуальності виконується в логіці  $L^{P, EU}$  для логічного наслідку  $\models_{TF}$ , який є слабкішим, ніж принцип дуальності для еквівалентних формул.

**Твердження 3.6.** Для довільних формул  $\Phi$  та  $\Psi$  маємо:  $\Phi \models_{TF} \Psi$  тоді і тільки тоді, коли  $\Psi^* \models_{TF} \Phi^*$ .

У підрозділі 3.3 " $EU$ -логіка п'ятизначних квазіарних предикатів" формально визначено  $EU$ -логіку п'ятизначних квазіарних предикатів  $L^{Q, EU}$ .

У п.3.3.1 "Алгебра п'ятизначних квазіарних предикатів та її властивості" досліджені властивості алгебр виду  $APrEU(V, A)$ , які слугують семантичною основою логіки  $L^{Q, EU}$ .

Нехай  $V$  позначає множину предметних змінних (імен),  $A$  – множину предметних значень (атомів). Множина  ${}^V A$  – це множина наборів іменованих значень (оцінок, розподілів предметних змінних). Елементи з  ${}^V A$  називаємо номінативними множинами, або просто даними. Такі елементи (дані) подаємо у вигляді  $d = [v_1 \mapsto a_1, \dots, v_n \mapsto a_n]$ . Множину  ${}^V A$  можна тлумачити як множину часткових функцій з  $V$  в  $A$ . Основними операціями на  ${}^V A$  є параметрична операція перейменування  $r_{x_1, \dots, x_n}^{v_1, \dots, v_n}$  та операція накладання за однією змінною  $\nabla$ .

Множину тотальних п'ятизначних предикатів позначаємо як  $PrEU(V, A) = {}^V A \rightarrow EU$ .

Визначення логічних операцій (композицій) першого порядку на множині предикатів  $PrEU(V, A)$  отримуємо на підставі визначень зв'язок на  $EU$ . Використовуємо для композицій предикатів ті ж символи зв'язок, що і на пропозиційному рівні, але у разі потреби зв'язки на  $EU$  позначаємо символами  $\vee_{EU}$  та  $\neg_{EU}$ .

Визначаємо композиції диз'юнкції  $\vee$ , заперечення  $\neg$  та реномінації  $R_{x_1, \dots, x_n}^{v_1, \dots, v_n}$  наступними формулами: 1)  $(p \vee q)(d) = p(d) \vee_{EU} q(d)$ ; 2)  $(\neg p)(d) = \neg_{EU} (p(d))$ ; 3)  $R_{x_1, \dots, x_n}^{v_1, \dots, v_n} (p) = p(r_{x_1, \dots, x_n}^{v_1, \dots, v_n} (d))$ . Тут і далі  $p, q \in PrEU(V, A)$ ,  $d \in {}^V A$ .

Для визначення квантора існування попередньо введемо множину даних  $d^x$ , яка використовується для обчислення значення композицій квантифікації за змінною  $x$ , та повний образ  $p[d^x]$  предиката  $p$  на множині  $d^x$  наступними формулами: 1)  $d^x = \{ d \nabla x \mapsto a \mid a \in A \}$ ; 2)  $p[d^x] = \{ p(d) \mid d \in d^x \}$ .

Тоді композиція існування  $\exists x$  задається формулою  $(\exists x (p))(d) = \vee_{EU} p[d^x]$ , де  $\vee_{EU} p[d^x]$  є диз'юнкцією всіх елементів з  $p[d^x]$ .

Похідні композиції – кон'юнкцію предикатів та універсальну квантифікацію – визначаємо у традиційний спосіб: 1)  $p \wedge q = \neg(\neg p \vee \neg q)$ ; 2)  $\forall x p = \neg \exists x (\neg p)$ .

Таким чином, семантичною основою логіки  $L^{Q,EU}$  є алгебра п'ятизначних квазіарних предикатів  $APrEU(V, A) = \langle PrEU(V, A); \vee, \wedge, \neg, R_{\bar{x}}^{\bar{v}}, \exists x, \forall x \rangle$ .

Основні властивості пропозиційних композицій цієї алгебри наступні: композиції  $\vee$  та  $\wedge$  ідемпотентні, асоціативні, комутативні; композиція  $\neg$  є інволюцією; виконуються закони де Моргана. Звідси отримуємо наступне твердження.

**Твердження 3.7.** Множина  $PrEU(V, A)$  з раніше введеними бінарними композиціями  $\vee$  та  $\wedge$  і унарною композицією заперечення  $\neg$  є квазіґраткою де Моргана.

Властивості композиції реномінації:

$$R_{\vee} R_{\bar{x}}^{\bar{v}}(p \vee q) = R_{\bar{x}}^{\bar{v}}(p) \vee R_{\bar{x}}^{\bar{v}}(q);$$

$$R_{\neg} R_{\bar{x}}^{\bar{v}}(\neg p) = \neg R_{\bar{x}}^{\bar{v}}(p);$$

$$RR) R_{\bar{x}}^{\bar{v}}(R_{\bar{y}}^{\bar{w}}(p)) = \neg R_{\bar{x}}^{\bar{v}} \circ \bar{w}_{\bar{y}}(p);$$

$$R) R(p) = p;$$

$$RI) R_{z, \bar{x}}^{z, \bar{v}}(p) = R_{\bar{x}}^{\bar{v}}(p);$$

$$R\exists R) R_{\bar{v}, \bar{y}}^{\bar{u}, x}(\exists x p) = R_{\bar{v}}^{\bar{u}}(\exists x p).$$

Для усунення проблеми невиконуваності деяких традиційних властивостей композицій квантифікації у класі квазіарних предикатів введено поняття неістотної змінної, а саме: змінна  $x$  неістотна для предиката  $p$ , якщо для довільного даного  $d$  значення  $p(d)$  співпадає із значенням  $p(d')$ , де  $d'$  відрізняється від  $d$  лише значенням предметної змінної  $x$  або його відсутністю. У цьому випадку додатково отримуємо такі властивості:

$$RU) R_{y, \bar{x}}^{z, \bar{v}}(p) = R_{\bar{x}}^{\bar{v}}(p), \text{ якщо } z \text{ неістотна для } p.$$

$$Ren) \exists y p = \exists z R_z^y(p), \text{ якщо } z \text{ неістотна для } p.$$

Для побудови пренексної форми формули використовуємо наступні властивості:

$$1) \neg \forall x p = \exists x \neg p, \neg \exists x p = \forall x \neg p;$$

$$2) \exists x p \vee q = \exists x (p \vee q) \quad \forall x p \vee q = \forall (p \vee q), \text{ якщо } x \text{ неістотна для } q;$$

$$3) p \vee \exists x q = \exists x (p \vee q), \quad p \vee \forall x q = \forall x (p \vee q), \text{ якщо } x \text{ неістотна для } p.$$

У п.3.3.2 "Мова п'ятизначних квазіарних предикатів та її властивості" визначено мову логіки  $L^{Q,EU}$ .

Кортеж  $\Sigma = (Ps, V, U)$ , де  $Ps$  – множина предикатних імен,  $V$  – множина предметних змінних (імен),  $U$  – множина неістотних змінних, називатимемо сигнатурою.

Множину формул (мова логіки  $L^{Q,EU}$ ) сигнатури  $\Sigma$  визначаємо індуктивно: атомарні формули мають вигляд  $P$  ( $P \in Ps$ ); якщо  $\Phi$  та  $\Psi$  – формули, то  $\Phi \vee \Psi$ ,  $\Phi \wedge \Psi$ ,  $\neg \Phi$ ,  $R_{\bar{x}}^{\bar{v}}(\Phi)$ ,  $\exists x \Phi$ ,  $\forall x \Phi$  – складені формули.

Для  $L^{Q,EU}$  інтерпретація  $I$  – це кортеж  $I = (APrEU(V, A), I^{Ps}, d)$ , де  $I^{Ps}: Ps \rightarrow PrEU(V, A)$  – відображення інтерпретації предикатних символів,  $d \in {}^V A$  – інтерпретація предметних змінних.

В алгебрах виду  $APrEU(V \cup U, A)$  формули інтерпретуємо традиційним чином, однак предметні змінні з  $U$  мають бути *неістотними*. Визначення еквівалентних формул та логічного наслідку такі ж, як і для пропозиційного рівня.

У п.3.3.3 "**Принцип дуальності та нормальні форми**" конструктивно побудовано нормальні форми для довільної формули, застосування яких дозволяє спростити перевірку виконуваності та спростовності формул логіки  $L^{Q,EU}$ .

Для заданої формули  $\Phi$  логіки  $L^{Q,EU}$  її *дуальною* є формула  $\Phi^*$ , яка отримується з  $\Phi$  заміною  $\wedge$  на  $\vee$ ,  $\vee$  на  $\wedge$ ,  $\exists x$  на  $\forall x$ ,  $\forall x$  на  $\exists x$ . Сформульовано і доведено твердження:

**Твердження 3.8.** Для довільної формули  $\Phi$  логіки  $L^{Q,EU}$  з предикатними змінними  $P_1, \dots, P_n$  маємо  $\neg\Phi^*(P_1, \dots, P_n) \sim \Phi(\neg P_1, \dots, \neg P_n)$ .

На основі твердження 3.8 доводяться наступні *принципи дуальності*.

**Твердження 3.9.** Для довільних формул  $\Phi$  та  $\Psi$  логіки  $L^{Q,EU}$  маємо:  $\Phi \sim \Psi$  тоді і тільки тоді, коли  $\Psi^* \sim \Phi^*$ ;  $\Phi \models_{TF} \Psi$  тоді і тільки тоді, коли  $\Psi^* \models_{TF} \Phi^*$ .

Спираючись на доведені раніше еквівалентні перетворення, отримуємо наступні твердження.

**Твердження 3.10.** За довільною формулою  $\Phi$  логіки  $L^{Q,EU}$  можна конструктивно побудувати її *пренексну форму*.

Формула  $\Phi$  логіки  $L^{Q,EU}$  називається *реномінативно-атомарною*, якщо всі реномінації у  $\Phi$  застосовуються лише до атомарних формул, тобто до предикатних змінних.

**Твердження 3.11.** За довільною формулою  $\Phi$  логіки  $L^{Q,EU}$  можна конструктивно побудувати її *реномінативно-атомарну форму*.

Формула  $\Phi$  логіки  $L^{Q,EU}$  називається *квазікласичною*, якщо вона є реномінативно-атомарною та всі її реномінації мають однаковий список верхніх змінних.

**Твердження 3.12.** За довільною формулою  $\Phi$  логіки  $L^{Q,EU}$  можна конструктивно побудувати її *квазікласичну форму*.

Уведені форми дозволяють спростити перевірку виконуваності та спростовності формул логіки  $L^{Q,EU}$ , звівши спочатку проблему виконуваності та спростовності до логіки  $n$ -арних п'ятизначних предикатів, а далі – до класичної (бівалентної) логіки предикатів.

Наведені твердження дозволяють будувати програмні системи для роботи з логікою квазіарних п'ятизначних предикатів.

У четвертому розділі "**Розширення моделі UML/OCL для п'ятизначної EU-логіки**" на основі побудованих логічних формалізмів розширено логіку моделі UML/OCL до п'ятизначної EU-логіки.

Побудовано розширену граматику мови OCL. Побудовано семантичні процедури окремих конструкцій мови OCL для включення в програму



граматичного розбору. Створено прототип синтаксичного аналізатора мови OCL. Інструментом розробки обрані генератор синтаксичних аналізаторів CUP 0.11b (реалізує LALR(1)-розбір – модифікацію одного з основних методів висхідного розбору – LR(k)-розбору) та генератор лексичних аналізаторів JFlex.

## ВИСНОВКИ

Головним результатом дисертаційної роботи є побудова нового класу програмно-орієнтованих логічних формалізмів – пропозиційних п'ятизначних логік та логік п'ятизначних квазіарних предикатів, які дозволяють адекватно формалізувати специфікації моделей баз даних.

У роботі отримано наступні результати:

1. Проаналізовано та систематизовано наявні підходи до представлення невизначеної інформації в базах даних. Одним з підходів до подання та опрацювання такої інформації є застосування багатозначних логік. На сьогодні найбільш використовуваними логіками є двозначні та тризначні, зустрічаються чотиризначні, однак майже не представлена робота з логіками, основою яких є більше чотирьох істиннісних значень. В роботі показано, що використання останніх призводить до підвищення рівня адекватності побудови формальних моделей деяких класів інформаційних систем предметній області.

2. Досліджено та формально описано модель UML/OCL (об'єктну модель у нотації UML з обмеженнями цілісності засобами OCL-виразів). Уточнено синтаксичні та семантичні структури мови об'єктних обмежень OCL.

3. Для типових задач, що виникають при специфікації моделей баз даних і природним чином індукують багатозначні логіки, досліджено еволюцію використання багатозначної логіки на прикладі версій мови OCL. Досліджено основні відмінності синтаксичних та семантичних структур версій мови для оптимального вибору представлення невизначеної інформації в моделях баз даних.

4. Для побудови нових багатозначних логік використано конструкцію повного образу, що дозволяє природним чином поширити операції на певній множині елементів на її булеан. Продемонстровано виникнення сильної та слабкої тризначних логік Кліні. Досліджено відповідні структури алгебри цих логік. Конструкцію повного образу застосовано до сильної тризначної логіки Кліні.

5. Визначено передумови побудови п'ятизначних логік (*EU*-логік), які дозволяють адекватно моделювати предметну область при формальній розробці інформаційних систем. Наведено приклади п'ятизначних функцій та предикатів, які індукують відповідні п'ятизначні логіки.

6. Побудовано і досліджено п'ятизначні логіки: логіку пропозиційного рівня та логіку квазіарних предикатів. Визначено та доведено їх основні властивості. Конструктивно побудовано нормальні форми (пренексну, реномінативно-атомарну та квазікласичну) для довільної формули п'ятизначної

логіки квазіарних предикатів, застосування яких дозволяє ефективно проводити перевірку виконуваності та спростовності цих формул, звівши спочатку проблему виконуваності та спростовності формул до логіки  $n$ -арних п'ятизначних предикатів, а далі – до класичної (бівалентної) логіки предикатів.

7. На основі побудованих логічних формалізмів розширено логіку моделі UML/OCL до п'ятизначної логіки. Отримані результати застосовані та апробовані при програмній реалізації прототипу синтаксичного аналізатора розширеної мови OCL.

## СПИСОК ПРАЦЬ, ОПУБЛІКОВАНИХ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Статті у фахових виданнях України та наукових періодичних виданнях інших держав:

1. Шишацька О.В. UML – сучасна універсальна мова моделювання: історія, специфікація, бібліографія / Д.Б. Буй, О.В. Шишацька // Вісник Київського університету. Серія: фізико-математичні науки. – 2007. – Вип.№ 1. – С. 122-128.
2. Шишацька О.В. Трьохзначні логіки Кліні та трьохелементні ланцюги / О.В. Шишацька // Вісник Київського університету. Серія: фізико-математичні науки. – 2007. – Вип.№ 4. – С. 230-236.
3. Шишацька О.В. Класифікація моделей даних / С.А. Поляков, Л.М. Сільвейструк, О.В. Шишацька // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія: фізико-математичні науки. – 2012. – Вип.№ 3. – С. 223-226.
4. Шишацька О.В. Уніфікована модель даних на основі підходу “сутність-зв’язок” / С.А. Поляков, Л.М. Сільвейструк, О.В. Шишацька // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія: фізико-математичні науки. – 2012. – Вип.№ 4. – С. 185-190.
5. Шишацька О.В. Обмеження атрибутів в моделях даних / Л.М. Сільвейструк, О.В. Шишацька // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія: фізико-математичні науки. – 2013. – Вип.№ 3. – С. 288-291.
6. Шишацкая Е. В. Логика частичных предикатов, индуцированные трехзначными логиками Клини / Д.Б. Буй, Е.В. Шишацкая, К.Д. Мухаммед, Ф. Санмейд // Штучний інтелект. – 2015. – № 3-4. – С. 84-88.
7. Шишацкая Е.В. Математические основания алгоритмов линеаризации: рефлексивно-транзитивное замыкание бинарных отношений / Д.Б. Буй, Е.В. Шишацкая, К.Д. Мухаммед, Ф. Санмейд // Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна. Серія: Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління. – 2016. – № 28. – С. 19-33.

8. Шишацька О.В. П'ятизначні логіки: побудова та інтерпретація / О.В. Шишацька // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія: Фізико-математичні науки. – 2017. – Вип. № 4. – С. 143-151.
9. Шишацька О. В. Семантичні властивості п'ятизначних логік / М.С. Нікітченко, О.В. Шишацька // Проблеми програмування. – 2018. – № 1. – С. 22-35.
10. Шишацкая Е.В. Трехзначные логики Клини и трехэлементные цепи / Д. Буй, Е. Шишацкая / International Book Series "Information Science & Computing", N.1. – International Journal "Information Technologies & Knowledge". – 2008. – V.2. – P. 165-172.

Тези доповідей на міжнародних конференціях:

11. Шишацкая Е.В. UML: история, спецификация, библиография / Д. Буй, Е. Шишацкая // Proceedings of the XIII-th International Conference "Knowledge-Dialogue-Solution" (June 18-24, 2007, Varna (Bulgaria)). – Sofia. – 2007. – V. 1. – P. 309-316.
12. Шишацкая Е.В. Три замечания о трехзначной логике Клини / Д.Б. Буй, С.А. Поляков, Е.В. Шишацкая // The Fourth International Conference "Theoretical and Applied Aspects of Program Systems Development (TAAPSD'2007)". Abstracts (Ukraine, Berdysk, 4-9 September 2007). – Київ: Пульсари, 2007. – С. 47-51.
13. Шишацька О.В. Класифікація мов та методів формальних специфікацій програмних систем / Д.Б. Буй, М.С. Нікітченко, Л.Л. Омельчук, В.Н. Редько, О.В. Шишацька // International Conference "Theoretical and Applied Aspects of Program Systems Development (TAAPSD'2008)". Abstracts (Ukraine, Chernihiv, Kyiv, 22-26 September 2008). Volume 1. – Київ: Пульсари, 2008. – С. 27-33.
14. Шишацька О.В. Виникнення та інтерпретація тризначних логік Кліні / О.В. Шишацька // Проблеми програмування. Матеріали сьомої міжнародної науково-практичної конференції з програмування УкрПРОГ'2010 (25 - 27 травня 2010 р., Київ). – С. 72-79.
15. Шишацька О.В. Використання парадигми "сутність-зв'язок" для задання моделей даних / С.А. Поляков, Л.М. Сільвейструк, О.В. Шишацька // Theoretical and Applied Aspects of Program Systems Development: international conference, December 3-7, 2012: proceeding. – Kyiv. – 2012. – С. 245-255.
16. Шишацкая Е.В. Неклассические логики: трехзначные логики Клини и трехэлементные цепи / Д.Б. Буй, Н.Д. Кахута, Е.В. Шишацкая // VII-я Международная научно-практическая конференция "Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте", (20-22 мая 2013 г.: сборник научных трудов. Том 1. – Коломна. – 2013. – С. 255-268.
17. Шишацька О.В. Деякі питання специфікацій обмежень при проектуванні програмних систем / Л.М. Сільвейструк, О.В. Шишацька // Theoretical and

- Applied Aspects of Program Systems Development: international conference, 25 травня – 2 червня, 2013: proceeding. – Ялта. – 2013. – С. 148-153.
18. Шишацкая Е.В. Неклассические логики: трезначные логики Клини и трехэлементные цепи четырехзначные логики, логики частичных предикатов / Д.Б. Буй, Е.В. Шишацкая // Праці VII міжнародної школи-семінару "Теорія прийняття рішень". – Ужгород, УжНУ, 2014. – С. 286-293.
  19. Шишацкая Е.В. Логика частичных предикатов, индуцированные трехзначными логиками Клини / Д.Б. Буй, О.В. Шишацкая // Матеріали XV Міжнародної науково-технічної конференції "Штучний інтелект та інтелектуальні системи". – 2015. – С. 67-72.
  20. Shyshatska O. Mathematical Foundations of Multiple Inheritance: Reflexive-transitive Closure of the Binary Relations / D. Buy, O. Shyshatska, S. Fabunmi, K. Mohammed // Perspective Technologies and Methods in MEMS Design (MEMSTECH 2016), Proceedings of XII International Conference on Perspective Technologies and Methods in MEMS Design (MEMSTECH 2016). – 2016. – С. 192-195.
  21. Shyshatska O. Many-Valued Logics in the UML/OCL Model / O. Shyshatska // 1<sup>st</sup> World Logic Day – January 14, 2019, Book of Abstracts Workshop “Logic and its Applications”. – Kyiv, 2019. – С. 12-13.

## АНОТАЦІЯ

Шишацкая О.В. Формальні моделі баз даних та багатозначні логіки. – Рукопис.

*Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.05.03 – математичне та програмне забезпечення обчислювальних машин і систем. – Київський національний університет імені Тараса Шевченка, МОН України. – Київ, 2019.*

Дисертаційна робота присвячена дослідженню багатозначних логік формальних моделей баз даних та побудові нових програмно-орієнтованих логік, особливістю яких є використання спеціальних істиннісних значень, що вказують на невизначеність, помилки, неоднозначність тощо. На основі композиційно-номінативного підходу, спільного для логіки і програмування, вперше запропоновано та досліджено новий клас програмно-орієнтованих логічних формалізмів – пропозиційні п'ятизначні логіки та логіки п'ятизначних квазіарних предикатів, що дозволяють адекватно формалізувати специфікації моделей баз даних. Такі логіки природним чином виникають в процесі побудови формальних моделей інформаційних систем, адекватних предметній області, та програмних систем, які обробляють різні типи невизначеностей і помилок. Побудовано алгебри п'ятизначних функцій та предикатів. Описано семантичні властивості таких алгебр та відповідних п'ятизначних логік.

Результати роботи розширюють сферу практичного використання апарату композиційно-номінативних логік для роботи з невизначеною інформацією при побудові моделей баз даних.

*Ключові слова: формальна модель, база даних, багатозначні логіки, композиційно-номінативні логіки, програмно-орієнтовані логічні формалізми, квазіарні предикати.*

## АННОТАЦІЯ

Шишацкая Е.В. Формальные модели баз данных и многозначные логики. – Рукопись.

*Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.05.03 – математическое и программное обеспечение вычислительных машин и систем. – Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, МОН Украины. – Киев, 2019.*

Целью диссертационной работы является анализ, построение и исследование многозначных логик формальных моделей баз данных.

Разработка систем, адекватных предметной области, способствует появлению в базах данных, являющихся ядром этих систем, неполной, неопределенной, неоднозначной и т.д. информации. Возникновение задач, связанных с представлением и обработкой такой информации, актуализирует применение аппарата многозначной математической логики, имеющей широкие возможности работы с такими данными. Однако, достижения в области многозначной логики в программных системах использованы только частично (трехзначные логики Клини, Лукасевича, четырехзначная логика Белнап). Поэтому актуальными являются построение и исследование новых программно-ориентированных логик, особенностью которых является использование специальных истинностных значений, указывающих на ошибки.

Естественной основой построения и исследования таких логик может стать общий для логики и программирования композиционно-номинативный подход, который основан и развивается на кафедре теории и технологии программирования Киевского национального университета имени Тараса Шевченко (Редько В.Н., Буй Д.Б., Никитченко М.С., Шкильняк С.С.).

На базе этого подхода в диссертационной работе впервые предложен и исследован новый класс программно-ориентированных логических формализмов – пропозициональные пятизначные логики и логики пятизначных квазіарных предикатов, на основе полученных результатов расширена логика модели UML/OCL (объектной модели в нотации UML с ограничениями целостности средствами OCL-выражений) к пятизначной.

В работе рассмотрены методы и средства моделирования неопределенной информации в базах данных. Описана и исследована модель UML/OCL. Описаны

синтаксические и семантические структуры языка объектных ограничений OCL, исследована его многозначная (трех- и четырехзначная) логика.

Приводятся предпосылки построения и исследования пятизначных логик (*EU*-логик). Рассмотрены примеры пятизначных функций и предикатов, которые фактически индуцируют соответствующие пятизначные логики.

Для пропозиционального уровня построено алгебру истинностных значений и изучены ее семантические свойства. Для предикатного уровня построено пятизначную логику квазиарных предикатов, изучены ее семантические свойства, введено отношение эквивалентности формул и логического следствия, доказано принцип дуальности и исследованы различные нормальные формы. Введенные формы позволяют упростить проверку выполнимости и опровержимости формул логики квазиарных предикатов, сведя сначала проблему выполнимости и опровержимости к логике  $n$ -арных пятизначных предикатов, а дальше – к классической (бивалентной) логики предикатов.

Результаты работы расширяют сферу практического использования аппарата композиционно-номинативных логик для работы с неклассическими данными при построении моделей баз данных.

*Ключевые слова: формальная модель, база данных, многозначные логики, композиционно-номинативные логики, программно-ориентированные логические формализмы, квазиарные предикаты.*

## ANNOTATION

Shyshatska O.V. Formal database models and multi-valued logic. – Manuscript. *Candidate's thesis on Physics and Mathematics, speciality 01.05.03 – Theoretical and software of computers and systems. – Taras Shevchenko National University of Kyiv. – Kyiv, 2019.*

The dissertation is devoted to the study of multivalued logics of formal database models and the construction of new program-oriented logics. Their distinctive feature is the use of special truth values that indicate uncertainty, errors, etc. Such logics naturally appear for software systems which work with various types of uncertainties and errors. For the first time a new class of software-oriented logical formalisms was proposed and investigated. The propositional five-valued logic and logic of five-valued quasiary predicates are these formalisms. The basis of the study is the compositional-nominative approach. This approach is common to logic and programming. Algebras of five-valued functions and predicates are constructed. The semantic properties of such algebras and the corresponding five-valued logic are described.

The results of the work expanded the scope of practical use of the composition-nominative logics for work with nonclassical data when constructing database models.

*Key words: formal model, database, multi-valued logic, composition-nominative logic, program-oriented logical formalisms, quasiary predicates.*