

ПИТАННЯ

на комплексний іспит з прикладної математики на 2021 р.
для бакалаврів за спеціальністю «Прикладна математика»

1. Математичний аналіз, диференціальні рівняння та основи методів обчислень

1. Числова послідовність та її границя.
2. Властивості неперервної функції на компактi.
3. Локальний екстремум. Необхідні та достатні умови екстремуму.
4. Інтеграл Рімана та Лебега.
5. Числові ряди. Функціональні ряди. Ознаки збіжності.
6. Інтеграл Рімана на компактi та його застосування (обчислення площин, об'ємів).
7. Криволінійні інтеграли. Умови незалежності криволінійного інтегралу від шляху інтегрування.
8. Поверхневі інтеграли. Формули Гріна, Стокса, Остроградського.
9. Невласні інтеграли. Ознаки збіжності.
10. Формула Тейлора для функцій однієї та багатьох змінних.
11. Функції багатьох змінних. Диференціал та частинні похідні.
12. Теорема існування та єдиності розв'язку задачі Коші диференціального рівняння першого порядку.
13. Лінійні однорідні диференціальні рівняння n -го порядку із сталими коефіцієнтами. Побудова загального розв'язку.
14. Системи лінійних диференціальних рівнянь з сталими коефіцієнтами
15. Знаходження загального розв'язку неоднорідних систем.
16. Представлення розв'язку лінійних неоднорідних систем за допомогою формули Коші.
17. Теорія стійкості. Стійкість лінійних стаціонарних систем. Критерій Гурвиця. Теореми Ляпунова.
18. Комплексна площина. Сфера Рімана.
19. Умови диференційованості функції комплексної змінної.
20. Комфорні відображення. Зв'язок між аналітичними функціями та комфорними відображеннями.
21. Інтегральна теорема Коші. Інтеграл типу Коші.
22. Інтегральні лишки. Лема Жордана.
23. Поняття аналітичного продовження. Принципи аналітичних продовжень (теореми Рімана-Шварца, теореми про неперервність аналітичного продовження).
24. Оператор Гамільтона (набла), оператор Лапласа. Властивості.
25. Диференційні рівняння з частинними похідними. Класифікація рівнянь другого порядку. Каноничні форми рівнянь.
26. Постановка основних задач математичної фізики. Крайові умови I, II, III роду. Крайові, початкові, початково-крайові задачі. Задача Діріхле, задача Неймана, задача Коші. Коректність постановки задачі.
27. Метод відокремлення змінних (метод Фур'є) розв'язання задач математичної фізики.
28. Метод функції Гріна розв'язання задач математичної фізики.
29. Теорія потенціалу. Граничні інтегральні рівняння. Сингулярні інтегральні рівняння.
30. Класифікація інтегральних рівнянь. Інтегральні рівняння Вольтера, Абеля, Фредгольма. Методи розв'язування.
31. Чисельні методи розв'язування нелінійних рівнянь та систем.
32. Чисельні методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь.
33. Методи інтерполювання. Многочлени Лагранжа, Ньютона та Ерміта. Сплайни.
34. Методи чисельного інтегрування.
35. Чисельні методи розв'язування задачі Коші.

36. Наближення функцій в лінійних нормованих просторах. Середньоквадратичне наближення, рівномірне наближення.
37. Різницеві схеми. Сітка. Шаблони. Апроксимація, стійкість, збіжність.
38. Проекційні та варіаційні методи розв'язання крайових задач.

Література

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – М., Наука, Т.1, 1966. – 607 с., Т.2, 1966. – 800 с., Т.3, 1966. – 656 с.
2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М., Наука, 1972. – 544 с.
3. Гаращенко Ф.Г., Матвієнко В.Т. Диференціальні рівняння. – Київ, ВПЦ Київського університету, 2002. – 176 с.
4. Хусаїнов Д.Я., Бичков О.С. Диференціальні рівняння. – Київ, ВПЦ Київського університету, 2001. – 132 с.
5. Ляшко И.И., Макаров В.Л., Скоробогатько А.А. Методы вычислений. – К., Наукова думка, 1976.
6. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. – М., Наука, 1987.
7. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.Н. Численные методы. – М., Наука, 1987.
8. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики.-М.: «Наука».- 1977.-736с.
9. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексной переменной. – М.: Наука, 10. 1967. – 444 с.
11. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. – М.: Наука, 1969. – 576 с.

2. Алгебра, геометрія та дослідження операцій

1. Основні рівняння прямої та площини у просторі.
2. Критерій сумісності системи лінійних рівнянь.
3. Лінійна залежність та ранг системи векторів, методи обчислення рангів.
4. Лінійні оператори скінченно-вимірних просторів та їх матриці.
5. Власні вектори та власні числа лінійних операторів.
6. Лінійні оператори простої структури.
7. Лінійні оператори дійсних евклідових просторів.
8. Зведення квадратичних форм до канонічного вигляду.
9. Основна теорема про подільність многочленів.
10. Жорданові нормальні форми матриць.
11. Задача лінійного програмування. Її властивості.
12. Критерій оптимальності базисного розв'язку задачі ЛП.
13. Двоїсті задачі лінійного програмування. Теореми двоїстості.
14. Задача опуклого програмування. Теорема Куна-Такера.
15. Метод найшвидшого спуску.
16. Оптимальні чисті стратегії у матричній грі. Теорема про мінімакс.

Література

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М., Наука, 1965. – 471 с.
2. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. – М., Наука, 1964. – 304 с.
3. Попов Ю.Д., Тюптя В.І., Шевченко В.І., Методи оптимізації. – Київ, Абрис, 1999. – 217 с.
4. Морозов В.В., Сухарев А.Г., Федоров В.В. Исследование операций в задачах и упражнениях. – М., Высшая школа, 1986. – 286 с.

3. Дискретна математика, програмування

1. Відношення та їх властивості. Відношення еквівалентності та часткового порядку.
2. Зв'язні графи і планарність графів.
3. Сполуки, перестановки і розміщення. Поліноміальна теорема.
4. Канонічні (нормальні) форми булевих функцій. Повнота і замкненість систем булевих функцій. Теорема Поста.
5. Мови програмування та їх класифікація.
6. Типи даних. Стандартні типи даних (арифметичний та символний). Структуровані дані та їх типи. Масиви. Файли.
7. Процедури та функції як засоби структуризації програм. Виклики процедур та функцій.
8. Первинні оператори. Оператор присвоєння. Структурні оператори (складені, умовні, циклічні). Оператор вводу-виводу.
9. Поняття про функціональне програмування.
10. Поняття про структурне програмування.
11. Поняття про об'єктно-орієнтоване програмування. Основні парадигми програмування.
12. Основні концепції об'єктно-орієнтованого програмування.
13. Типи даних C++.
14. Класи.
15. Статичний поліморфізм.
16. Динамічний поліморфізм.
17. Успадкування.
18. Шаблонні функції і класи.
19. Метапрограмування. Основні задачі і принципи.
20. Бібліотека STL. Принципи і структура.
21. Бібліотека STL. Ітератори.
22. Бібліотека STL. Контейнери.
23. Бібліотека STL. Алгоритми.
24. Бібліотека STL. Функтори.
25. Стандарти C++11 і C++14.

Література

1. Лавров И.А. Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. – М., Физматлит, 2001.
2. Романовский И.В. Дискретный анализ. – С.Петербург, СПб-ВНУ, 2003.
3. Капітонова Ю.В., Кривий С.Л. та ін. Основи дискретної математики. – К., Наукова думка, 2002.
4. Катленд Н. Вычислимость. Введение в теорию рекурсивных функций. – М., Мир, 1983. – 256 с.
5. Кнут Д. Искусство программирования. Т. 1-3. — 3-е изд. — М.: Издательский дом “Вильямс”, 2000.
6. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р., Штайн К. Алгоритмы: построение и анализ. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2006.
7. Страуструп Б. Язык программирования C++. Специальное издание. — СПб: Невский диалект, 2002.
8. Шилдт Г. Полный справочник по C++. — М.: Издательский дом “Вильямс”, 2003.
9. Вандервурд Д., Джосаттис Н. Шаблоны C++: справочник разработчика. — М.: Издательский дом “Вильямс”, 2003. — 544 с.
10. Джосаттис Н. Стандартная библиотека C++. - М.: Издательский дом “Вильямс”, 2014. — 544 с.
11. Ключин Д.А. Полный курс C++. Профессиональная работа. — М.: Издательский дом “Вильямс”, 2004.

4. Теорія ймовірностей, математична статистика, теорія керування

1. Аксиоматичне означення ймовірностей. Формула повної ймовірності та формула Байеса.
2. Випадкові величини. Властивості функцій розподілу.
3. Нерівність Чебишева. Закон великих чисел.
4. Основні типи дискретних та неперервних розподілів.
5. Центральна гранична теорема для однаково розподілених незалежних випадкових величин.
6. Випадкове середнє та дисперсія. Емпірична функція розподілу. Теореми Глівенка та Колмогорова.
7. Перевірка статистичних гіпотез. Критерії Колмогорова та Пірсона.
8. Ціломкерованість та спостережність у лінійних системах.
9. Метод динамічного програмування для дискретно-неперервних систем. Різницева рівняння Белмана.
10. Принцип максимуму для задачі оптимального керування з фіксованим часом і двома закріпленими кінцями траєкторії.
11. Принцип максимуму для задачі оптимального керування з фіксованим часом і одним закріпленим кінцем траєкторії.
12. Задача про аналітичне конструювання регулятора.
13. Задача про модальне керування.
14. Необхідні умови екстремуму функціоналів.
15. Достатні умови екстремуму функціоналів.
16. Умова Якобі приналежності екстремалі до поля екстремалей.

Література

1. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. – М., Наука, 1965. – 400 с.
2. Боровиков А.А. Курс теории вероятности. – М., Наука, 1976. – 352 с.
3. Гихман И.И., Скороход А.В., Ядренко М.И. Теория вероятности и математическая статистика - К., Вища школа, 1979. – 408 с.
4. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. –М., Наука, 1983.-392 с.
5. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. –М., Наука, 1969. – 412 с.
6. Бублик Б.Н., Кириченко Н.Ф. Основы теории управления. К., Выща школа, 1975.